BIBLIOGRAPHIC RECORD TARGET

Graduate Library
University of Michigan

Preservation Office

Storage Number: _____

AAN8806
UL FMT B RT a BL m T/C DT 09/12/88 R/DT 03/02/93 CC STAT mm E/L 1
010: : |a g 11000002
035/1: : |a (RLIN)MIUG84-B50810
035/2: : |a (CaOTULAS)160099174
040: : |c MiU |d MiU
050/1:0 : |a LA720 |b .M8
100:1 : |a Günther, Siegmund, |d 1848-1923.
245:00: |a Geschichte des mathematischen unterrichts im deutschen mittelalter bis zum jahre 1525, |c von dr. Siegmund Günther.
260: : |a Berlin, |b A. Hofmann & comp., |c 1887.
300/1: : |a 9, [2], vi, 408 p., 1 L. |b fold. facsim., diagrs. |c 25 cm.
440/1: 0: |a Monumenta Germaniae paedagogica, |v bd. 3
500/1: : |a "Verzeichmis der mehrfach erwähnten schriften": p.[401]-405.
650/1: 0: |a Education |z Germany
650/2: 0: |a Mathematics |x History.
650/3: 0: |a Mathematics |x Study and teaching |z Germany.
998/1: : |c JF |s 9124

Scanned by **Imagenes Digitales**
Nogales, AZ

On behalf of
Preservation Division
The University of **Michigan Libraries**

Date work Began: _____
Camera Operator: _____

Monumenta Germaniae Paedagogica

Schulordnungen
Schulbücher und pädagogische Miscellaneen
aus den Landen deutscher Zunge

Unter Mitwirkung einer Anzahl von Fachgelehrten herausgegeben

von

KARL KEHRBACH

BAND III

Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525

BERLIN
A. Hofmann & Comp.
1887

Alexander Ziwet

Geschichte

des

mathematischen Unterrichts

im deutschen Mittelalter

bis zum Jahre 1525

von

Dr. Siegmund Günther
o. ö. Professor an der technischen Hochschule in München

BERLIN
A. Hofmann & Comp.
1887

Seinem

hochverehrten Freunde und Studiengenossen

dem

Geschichtschreiber der deutschen Pädagogik

PROFESSOR

DR. F. PAULSEN IN BERLIN

in

alter Anhänglichkeit gewidmet

vom

Verfasser

Vorwort.

Indem der Verfasser das vorliegende Werk dem Publikum übergibt, kann er nicht umhin, selbst dem Bedenken Ausdruck zu verleihen, ob dasselbe seinen Zweck, die Entwicklung der mathematischen Pädagogik und Didaktik zu klarer Darstellung zu bringen, auch wirklich erreicht habe. Der Plan der Arbeit hat nämlich in der längeren Reihe von Jahren, während welcher der Verfasser sich mit ihr beschäftigte — an die Sammlung von Materialien war er bereits gegangen, ehe er mit dem Herrn Herausgeber der »Monumenta« in Beziehung zu treten das Vergnügen hatte — manche Veränderung erfahren; ursprünglich hatte es sich um ein weit enger begrenztes Programm gehandelt, und erst nach und nach hatte sich die Notwendigkeit herausgestellt, die Aufgabe in dem allgemeineren Sinne zu fassen, in welchem diese Bearbeitung gehalten ist. Allein in dem Mafse, in dem die anfängliche Tendenz sich erweiterte, wuchsen auch die Schwierigkeiten, und der Verfasser mufste sich gestehen, dafs viele Einzelfragen mangels urkundlicher Nachweise zur Zeit noch gar nicht geklärt werden können oder doch nur mit Zuhilfenahme mehr oder minder plausibler Mutmafsungen. Den Mut, auf Herrn Dr. Kehrbachs Anerbieten einzugehen, konnte der Verfasser erst dann fassen, als es ihm bekannt wurde, dafs diejenigen unter seinen engeren Fachgenossen, welche seiner Überzeugung nach am ersten zu einem solchen Unternehmen geeignet und berufen gewesen wären, durch anderweite dringende Pflichten verhindert waren, sich auf dasselbe einzulassen.

Was die Anordnung des reichen Stoffes anlangt, so dürfte dieselbe wohl durch den geschichtlichen Hergang von selbst vorgeschrieben sein. In Gemäfsheit des Kehrbach'schen Plans der »Monumenta« ist auch die Privatunterweisung zur Darstellung gelangt (5. Kapitel). Diese Art und Weise der Übertragung nützlicher Kenntnisse von Generation zu Generation sollte durchaus nicht unterschätzt werden; sie bildet im Mittelalter das notwendige Korrelat zu dem kirchlichen und akademischen Schulwesen, da die weit überwiegende Mehrheit der Bevölkerung von der Wohlthat geregelter Schuleinrichtungen ausgeschlossen war.

Während das Buch gedruckt ward, gelangten noch mehrere Thatsachen zur Kenntnis des Verfassers, denen im Texte selbst unbedingt ein Platz hätte eingeräumt werden müssen. Es wird nicht getadelt werden, wenn diese Ergänzungen nachstehend in der Vorrede untergebracht werden, und zwar in einer inhaltlich an den Text sich anschliefsenden Reihenfolge.

I. Zu Seite 133. Die Vereinigung ärztlicher und didaktischer Thätigkeit in Einer Person ist dem Mittelalter nicht ganz fremd. Unterm 5. Januar 1443 erhält zu Memmingen Anton Motz seine Bestallung als **„Stadtarzt und Schulmeister"**. Vgl. J. Müllers »Vor- und frühreformatorische Schulordnungen und

Schulverträge in deutscher und niederländischer Sprache« (2. Abteilung, Zschopau 1886, S. 278). Wir werden diese verdienstliche Schrift mehrfach zu zitieren haben und deshalb nur kurz mit dem Namen des Autors bezeichnen.

II. Zu Seite 140. Am gleichen Orte ist die Zwickauer Schulordnung von 1523 textuell wiedergegeben (S. 244 ff.). Dem Sonnabend sind vorbehalten „die Rechnung, das singen, der lauff des hymels und messung der erden". Die Schüler wurden eingeteilt in sechs Klassen oder „Rotten". Die unterste oder sechste Klasse lernt „Zyphern und zal", die fünfte „Gemeyn rechnung", die vierte hat keinen uns hier interessierenden Lehrgegenstand aufzuweisen, dafür aber wird in der dritten „Musik, Arithmetik und Astromei" (sic!) gelehrt, und die beiden Oberklassen haben sich mit Aristoteles, Plinius und Seneca zu beschäftigen.

III. Zu Seite 141. Unsern Beispielen gelehrter Stadtschulmeister sind nach Müller (a. a. O., S. 159, S. 175, S. 192, S. 321) noch weitere zur Seite zu stellen. Einer der frühesten Fälle dieser Art wird (a. a. O., S. 267) aus Sachsen berichtet; der „Magister" Hermann, Plebanus oder Stadtpfarrer zu Altranstädt, wurde als Rektor der Dresdener Stadtschule berufen.

IV. Zu Seite 177. Ein ausführliches Verzeichnis der Cisiojanus-Litteratur befindet sich in: **Das heilige Namenbuch von Konrad von Dangkrotzheim, herausgegeben mit einer Untersuchung über die Cisio-Jani von Karl Pickel, Strafsburg 1878** (Bd. I von: Elsässische Litteraturdenkmäler aus dem XIV—XVIII Jahrhundert, herausgegeben von E. Martin und Erich Schmidt).

V. Zu Seite 275. Schon vor Micyllus wirkte, wie Müller (a. a. O., S. 198 ff.) meldet, in Frankfurt a. M. ein tüchtiger Schulmann, der gerade auch für die von seinem Nachfolger mit Vorliebe betriebenen Fächer Sinn bekundete. Dies war ein gewisser Nesen, der als Lœwener Privatdozent besonders über den Pomponius Mela gelesen hatte und von 1520 bis 1523 die Frankfurter Schulmeisterstelle bekleidete.

VI. Zu Seite 300. Müller (a. a. O., S. 340) teilt uns in hochdeutscher Übersetzung den Vertrag mit, welchen eine niederländische Stadt mit einem Privatlehrer abschlofs. **„Auf den 26. Tag des April im Jahre 1503 wird dem Meister Jacob von Schoonhoven aus Brügge durch die Bürgermeister dieser Stadt Amsterdam die Zustimmung und Erlaubnis gegeben, in dieser Stadt Schule halten zu dürfen, um alle Kinder, jung und alt, und ferner alle anderen Personen zu lehren lesen, schreiben, rechnen und zählen und auch wälsch sprechen zu lehren denen, die es begehren zu lernen."** Knaben und Mädchen mufsten gesondert unterrichtet werden.

VII. Zu Seite 301. Aus dem fünften Dezennium des XV. Jahrhunderts existiert ein Algorithmus, der sowohl in sprachlicher als auch in sachlicher Hinsicht von hohem Interesse ist. Er ist geschrieben in jenem deutsch-holländischen Patois, welches noch heute in der Gegend von Cleve und Emmerich gesprochen wird und somit wohl das älteste arithmetische Dokument in vaterländischem Idiome. Zu spät auf das in Basel aufbewahrte Manuskript aufmerksam geworden, mufs sich der Verfasser damit begnügen, auf die schöne artistische Beigabe am Schlusse dieses Bandes zu verweisen, welche einige Seiten der fraglichen Handschrift in trefflicher photographischer Nachbildung zur Anschauung bringt, und zugleich dem verehrten Baseler Kollegen Herrn Prof. Kinkelin, welchem er diese Bereicherung verdankt, seinen verbindlichsten Dank abzustatten.

VIII. Zu Seite 335. Als der Verfasser den Originaltext der von Herrn Dr. Mendthal edierten „Geometria Culmensis“ zur Hand bekam, mufste er sich überzeugen, dafs die Zerlegung eines auszumessenden Polygones in Dreiecke daselbst in etwas anderer Weise vorgenommen wird, als es Fig. 27 darzustellen sucht. Bemerkt sei noch, dafs der unbekannte Autor jenes geodätischen Lehrbüchleins sich an einen gewissen Dominicus Parisinus gehalten hat, von dem die kgl. bayerische Hof- und Staatsbibliothek mehrere Kodizes besitzt, von dessen Persönlichkeit sonst aber fast gar nichts bekannt ist.

IX. Zu Seite 346. Seine Untersuchungen über die Mafsverhältnisse von Kirchenbauten hat Herr Pfeifer in grofsem Umfange fortgesetzt und dabei, wie er uns mitteilt, die im Texte erwähnte Norm durchweg bestätigt gefunden. Zeuge hiefür ist eine gröfsere, neuerdings in »Natur und Offenbarung« erschienene Abhandlung Pfeifers über architektonische Verhältnisse antiker Bauten.

Es übrigt dem Verfasser noch, eine angenehme Pflicht zu erfüllen und allen litterarischen Freunden, die ihn durch Winke aller Art und durch Beschaffung schwer zugänglichen Quellenmaterials bei seiner Arbeit unterstützten, aufrichtig für diese Bethätigung freundschaftlicher Gesinnung zu danken. Es gilt dies namentlich von den Herren Professor Dr. Kinkelin in Basel, Professor Dr. A. v. Scheurl in Nürnberg, Lyzealprofessor Dr. Pfeifer in Dillingen, Oberlehrer M. Curtze in Thorn, Seminaroberlehrer J. Müller in Waldenburg i. S., Archivdirektor von Loeffelholz in Wallerstein, Kustos Dr. Mendthal in Königsberg i. Pr., Bibliothekar Dr. Leitschuh in Bamberg, Rechtsanwalt G. v. Kress und Direktor des germanischen Museums Dr. v. Essenwein in Nürnberg, Kanonikus Dr. Specht in München, P. Gabr. Meier in Einsiedeln und P. Zimmermann in London. Ein Mann, der dem Verfasser seit langen Jahren und auch diesmal wieder als der treueste Berater zur Seite stand, Bibliothekar Gutenaecker in München, ist zum Schmerze Aller, die ihn kannten, vor kurzem aus diesem Leben abberufen worden. Und ganz besonders verpflichtet fühlt sich der Verfasser Herrn Reallehrer Künfsberg in Dinkelsbühl, dem er die Anfertigung des Registers zu danken hat, sowie auch der Redaktion der Mon. Germ. Paed. für die hiebei geleistete werkthätige Beihilfe.

So übergibt denn der Verfasser sein Buch allen Gönnern der »Monum. Germ. Paedag.« mit der Bitte um freundliche Aufnahme. Insonderheit aber richtet er diese Bitte an alle Freunde, welche mit ihm bisher auf dem Gebiete der mathematischen Geschichtsforschung thätig waren; er betrachtet diese Schrift als eine Abschiedsgabe, nachdem ihm eine ausgebreitetere Wirksamkeit auf dem von ihm bisher mit besonderer Vorliebe gepflegten Arbeitsfelde künftighin kaum mehr vergönnt sein wird. Möge endlich auch diesem Stiefkinde der Forschung ein höheres Mafs von Berücksichtigung und Förderung zuteil werden; an Anzeichen fehlt es ja nicht, die in günstigem Sinne gedeutet werden können!

München, im Juli 1887.

Dr. Siegm. Günther.

Einleitung

Ein Verzeichnis der mehrfach erwähnten Schriften befindet sich am Schlusse des Bandes.

Einleitung.

Jemehr wir uns den neueren Entwicklungsphasen unserer Wissenschaft nähern, umsomehr verwischt sich der Unterschied zwischen Forschung und Lehre. Die Werke, aus denen der vorgeschrittene Schüler sein Wissen schöpft, bestreben sich durchweg, dem neuesten Stande ihrer Disziplin gerecht zu werden. Fast jeder Gelehrte bekleidet zugleich einen Lehrposten an mittleren und höheren Schulen, und selten zu nennen sind die Fälle, da wir es mit hervorragenden Lehrern zu thun haben, die nicht zugleich auch an ihrem Teile um die Vervollkommnung der Wissenschaft an sich bemüht wären. Aus diesem Grunde dürfte es als eine nahezu unlösbare Aufgabe angesehen werden müssen, für unser laufendes Jahrhundert eine Geschichte des mathematischen Unterrichtswesens schreiben zu wollen. Anders jedoch gestaltet sich die Sache, je weiter man in der Geschichte zurückgeht; je enger begrenzt der Kreis des Wissens war, desto stereotyper finden wir die Formen ausgeprägt, innerhalb deren Lehrende und Lernende sich zu bewegen hatten, um so geringer wird auch aus einleuchtenden Gründen die Auswahl der litterarischen Unterrichtsmittel, und um so eher sieht sich deshalb auch der Historiker, der grofsen Lückenhaftigkeit der Quellen ungeachtet, in der Lage, sich ein wenigstens in den Grundzügen richtiges Bild von der früher üblichen Art und Weise der Übermittlung des Lehrstoffs an jugendliche Geister entwerfen zu können.

Die vorliegende Darstellung hat es mit dem deutschen Mittelalter im weitesten Sinne des Wortes zu thun. Das zu verarbeitende Material ist wahrlich nicht so umfassend, dafs wir nicht z. B. alle Ursache hätten, neben dem Deutschland von heute auch alle anderen germanischen Stämme zu berücksichtigen, die uns ja teilweise die

ersten bedeutenden Lehrer unseres Volkes, einen Beda und Alkuin, geliefert haben. Aber auch abgesehen hievon würde der Versuch, ängstlich an den geographischen und selbst nur an den nationalen Grenzen festhalten zu wollen, sich bald als ein verfehlter herausstellen. Klosterregel und klösterliche Schulordnung waren im früheren Mittelalter fast für das gesamte Abendland die gleichen, und wenn uns deshalb zufällig von einer italienischen oder belgischen Bildungsstätte genauere Nachrichten überliefert sind, als von einer zeitgenössischen deutschen, so werden wir gewifs keinen Augenblick Bedenken tragen, aus diesen Überlieferungen auch für unsere Zwecke Vorteil zu ziehen. Späterhin tritt an die Stelle dieser Gleichförmigkeit der Kosmopolitismus des Universitätslebens. Nach Paris strömten durch Jahrhunderte deutsche Scholaren in solcher Menge, dafs eine Geschichte deutscher gelehrter Bildung mit dieser ersten Universitas litterarum notwendig zu rechnen hat, und als neben Paris auch andere Zentren der Wissenschaft zu entstehen begannen, da blieben doch die Gesetze und Gebräuche des Pariser Hochschullebens die einzig mafsgebenden, so dafs wir kaum einen irgend namhaften Unterschied zu erblicken vermögen, wenn wir unsern Blick nach Wien oder Prag, nach Oxford oder Padua richten.

Jede zeitliche Begrenzung des Begriffs Mittelalter trägt den Umständen gemäfs den Charakter einer gewissen Willkürlichkeit an sich. Die politische Geschichte pflegt gewöhnlich mit der Entdeckung der neuen Welt auch eine neue Zeit ihren Anfang nehmen zu lassen, andere Geschichtschreiber hinwiederum wählen als diesen Anfangstermin das erste Jahr der Reformationsperiode. Wenn an diesem Orte das Jahr 1525 als untere Grenze festgehalten wird, so geschieht dies nicht etwa nur aus dem rein äufserlichen Grunde, weil mit jenem das erste Viertel des neuen Jahrhunderts abschliefst, es vereinigen sich vielmehr drei verschiedene, in ihrer Zusammengehörigkeit aber wohl kaum noch recht beachtete Momente, um gerade jenes Jahr als ein für die Entwicklung der mathematischen Lehrpraxis bedeutungsvolles erscheinen zu lassen. Das Jahr 1525 inauguriert den mathematischen Unterricht auch an der deutschen Volksschule; in ihm vollzieht sich die erste urkundlich nachweisbare Bestellung eines eigenen Lehrers für Mathematik an einer deutschen Mittelschule; in ihm erscheint

endlich ein Lehrbuch, welches wir als den konsolidierten Kern einer Jahrhunderte hindurch gepflegten geometrischen Tradition, die neben der gelehrten Fachunterweisung herlief, anzuerkennen haben. Hier die Belege für diese unsere Behauptung. Gegen Ende 1524 hatte Martin Luther seine berühmte und für die Ausbildung unseres Elementarschulwesens so ungemein folgenreiche »Schrift an die Ratsherren aller Städte Deutschlands, dafs sie christliche Schulen aufrichten und halten sollen«, ergehen lassen und darin über unser Fach dahin sich ausgesprochen: »Ich rede für mich: Wenn ich Kinder hätte, und vermöchts, sie müfsten mir nicht allein die Sprachen und Historien hören, sondern auch singen und die Musika mit der ganzen Mathematika lernen«. Luthers getreuer Gehilfe, der »Praeceptor Germaniae«, war es hauptsächlich, der den mathematischen und naturwissenschaftlichen Studien an Hochschulen und Gymnasien mit aller Kraft Eingang zu verschaffen suchte[1], und ihm ist es zu danken, dafs Anno 1525, bei der Begründung des Ägidiengymnasiums zu Nürnberg der Bamberger Mathematiker Schöner als Professor der Mathematik berufen wurde[2]. Jenes Werk endlich ist Albrecht Dürers wohlbekannte »Underweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheyd«, der Vorläufer und zugleich der bedeutendste Vertreter einer neuen und selbständigen Litteraturgattung, deren Erzeugnisse das ausgebildete Kunstgewerbe jener Tage auf eine höhere Stufe fachlicher Ausbildung zu erheben bezweckten[3].

Nachdem wir solchergestalt jene Grenzen, welche wir unserer Arbeit vorläufig stecken mufsten, als natürliche rechtfertigen konnten,

[1] Die Verdienste Melanchthons gerade um diese Seite der Jugendbildung zu schildern ist nicht mehr unsere Aufgabe. Nur zur allgemeinen Orientierung diene: Bernhardt, Philipp Melanchthon als Mathematiker und Physiker, Wittenberg 1865.

[2] Die Verhandlungen über Errichtung und Besetzung der Nürnberger Professur hatten allerdings schon etwas früher begonnen. Melanchthon wollte ursprünglich einen damals in Basel lebenden Böhmen, namens Sigismund Gelenius, gewinnen, und erst, als — nach Camerarius — derselbe ablehnte, nahm man zu Schöner seine Zuflucht. Vgl. K. v. Raumer, Geschichte der Pädagogik vom Wiederaufblühen klassischer Studien bis auf unsere Zeit, 1. Teil, Stuttgart 1846, S. 191.

[3] Dafs Dürer selbst wieder einige freilich nur sehr schwächliche Anläufe von ähnlicher Tendenz bereits vorfand, wird sich im fünften Kapitel dieses Buches ergeben, in welchem zugleich das Dürersche Werk einer eingehenden Inhalts-Analyse zu unterziehen ist.

wenden wir uns der Frage zu, welche Gegenstände wir ins Auge zu fassen haben. Da tritt denn bald für jedermann, der nur einigermafsen mit dem Lehrwesen unserer deutschen Vorfahren vertraut ist, die Gewifsheit hervor, dafs jene Trennung des Unterrichts in einen Elementarunterricht, Mittelschulunterricht und Hochschulunterricht, welche unserer Zeit als etwas durchaus natürliches und selbstverständliches erscheint, für damals gar keine Bedeutung beanspruchen kann, dafs vielmehr alle drei Zweige der Jugendunterweisung in unserer Darstellung gleichmäfsig zur Geltung kommen müssen. Ebenso klar ist, dafs das gesamte mathematische Wissen der Zeit den Gegenstand unserer Untersuchung zu bilden hat, und dafs nicht einzelne Abzweigungen desselben von vornherein beiseite gelassen werden können. War es doch immer nur das sogenannte Quadrivium, welches in allen möglichen Variationen den eigentlichen Unterrichtsstoff repräsentierte, ein Komplex von Disziplinen, die aufs engste unter sich verknüpft erscheinen. Nur die Musik macht eine gewisse Ausnahme. Während es nämlich keinem Zweifel unterworfen ist, dafs dieser Bestandteil der wissenschaftlichen Tetrarchie nicht wenige mathematische Elemente umschliefst, wie z. B. die Theorien des Monochords und der arithmetischen Tonintervalle, ist es doch andererseits nicht minder sicher, dafs von den mittelalterlichen Didaktikern auch die Ausbildung der Knaben in musikalischer Technik, sowohl vokaler wie auch instrumentaler, dem Quadrivium zugerechnet wurde; dafs jedoch diese Seite der Sache mit unserm Plane nichts gemein hat, bedarf wohl nicht erst ausdrücklicher Versicherung. Uns beschäftigt sonach im wesentlichen nur der Unterricht in der Arithmetik, Geometrie, Astronomie (mit Anhängseln) und in den mathematischen Grundlagen der Tonlehre.

Freilich werden wir es hiebei nicht vermeiden können, gelegentlich auch die Behandlung einiger den mathematischen Disziplinen nahe verwandter Unterrichtszweige mit in den Bereich unserer Betrachtung zu ziehen. Das allerdings, was im Mittelalter Physik genannt wird, bleibt grundsätzlich ausgeschlossen; es ist dies nur ein Bestandteil der aristotelischen Schulphilosophie überhaupt und kann seine Würdigung nur im Zusammenhang mit der Geschichte der Philosophie als solcher finden. Dagegen wird es sich von selbst er-

geben, dafs gewisse der mathematischen Behandlung zugängliche Teile der Naturlehre, welche die Scholastik als solche noch gar keiner besondern Berücksichtigung würdigte, auch uns beschäftigen, so insbesondere die Optik und die gegen Ende des hier in Rede stehenden Zeitraums schüchtern sich hervorwagende exakte Mechanik. Auch auf die Naturbeschreibung wird das eine und andere Streiflicht fallen. Die Erdkunde endlich wird im Mittelalter, wie schon der für sie beinahe ausschliefslich übliche Name Kosmographie darthut, selbst als ein Appendix der Astronomie und damit des Quadriviums angesehen und empfängt damit einen festen Platz innerhalb unseres Arbeitsplanes.

Wenn wir uns im allgemeinen über eine Frage wissenschaftlich-pädagogischer Natur Klarheit zu verschaffen beabsichtigen, so zerlegen wir dieselbe in die nachstehenden vier Einzelfragen: Welcher Gegenstand wurde gelehrt, welche Bücher verwendete man beim Unterricht, welche Männer waren die Lehrer, und welcher Methode bedienten sich dieselben? Nicht jede dieser vier Fragen sind wir in unserem Falle gleich sicher und gleich treffend zu beantworten imstande. Betreffs der Lehrgegenstände und betreffs des Umfangs, über den der Unterricht einer bestimmten Klasse von Schulen unter gewöhnlichen Umständen nicht hinausgriff, wissen wir ziemlich gut Bescheid, auch die Schulbücher kennen wir in der Hauptsache, und selbst von sehr vielen hervorragenden Lehrern der ältesten und der späteren Zeit — die Periode des XIII. bis XV. Jahrhunderts ist verhältnismäfsig ungünstiger daran — kennen wir Namen und Lebensumstände. Nur äufserst spärlich sind hingegen vertrauenswürdige Angaben hinsichtlich der Lehrart auf uns gekommen, und wenn es auch nicht unmöglich ist, auf dem Wege der Kombination auch diesen vielleicht wichtigsten der vier Punkte einigermafsen aufzuhellen, so fehlt es doch solchen Hypothesen, sie mögen noch so sehr die innerliche Wahrscheinlichkeit für sich haben, immer an der urkundlichen Gewifsheit. Dafs es so ist, kann freilich nicht Wunder nehmen, denn die mathematische Pädagogik, an deren Förderung gegenwärtig wohl eher zu viele denn zu wenige Kräfte mitwirken, ist so recht ein Kind des Aufklärungszeitalters[1], und in

[1] Die wissenschaftliche Didaktik ist ja überhaupt erst durch die Bemühungen eines Sturm, Trozendorf, Comenius, Ratichius u. a. in Flufs gekommen;

früheren Zeiten bildete sich jeder Lehrer seine Methode selbst; glaubt man doch sogar heutzutage noch in weiten Kreisen, dafs es ausreiche, eine Doktrin sachlich vollkommen zu beherrschen, um auch ohne weiteres einen tüchtigen Lehrer in derselben abgeben zu können.

Bei der Lösung unsrer Aufgabe liegt uns die Pflicht ob, eine gewisse Klippe zu vermeiden, welche trotz ihrer Augenfälligkeit nicht minder gefährlich ist. Wir meinen die Verquickung des didaktischen Elementes mit dem reinwissenschaftlichen. Gewifs berühren sich Forschung und Lehre auch im Mittelalter recht innig, und in der letztern spiegelt sich immer der Fortschritt der ersten ab, allein so verlockend es sein mag, diesen Fortschritten quellenmäfsig nachzuspüren, so ist doch für das uns gesteckte Ziel eine gewisse Zurückhaltung durchaus erforderlich. Dieselbe ist um so eher am Platze, als wir neuerdings durch den ersten Band des grofs angelegten Geschichtswerkes von Cantor[1] einen festen Anhalt für die Beurteilung dessen, was der einen und was der andern Seite zugehört, erhalten haben.

speziell ihre mathematische Seite datiert aber erst von dem Auftreten Basedows und Pestalozzis, ja im strengeren Sinne erst von der psychologischen Epoche Herbarts. Vgl. u. a. Günther, Die mathematischen Lehrmittel der Mittelschule, Zeitschr. f. d. Realschulwesen, 1. Jahrgang, S. 36 ff., S. 101 ff.

[1] M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 1. Band, Leipzig 1881. Für die Geschichte der Naturwissenschaften gebricht es nur zu sehr an solch' zusammenfassenden Arbeiten; A. Hellers „Geschichte der Physik von Aristoteles bis auf die neueste Zeit" (1. Band, Stuttgart 1882, S. 172 ff.) enthält Materialien hiezu, die aber noch sehr der Vermehrung und Ordnung bedürfen. Sehr beachtenswert ist auch: Marinelli, Die Erdkunde bei den Kirchenvätern, deutsch von L. Neumann, Leipzig 1884.

Kap. I

Das Unterrichtswesen der ältesten Zeit und die kaiserlichen Palastschulen; Beda und Alkuin.

1

Wissenschaftliche Zustände aufserhalb Deutschlands.

Die grofsen Wanderungen und Eroberungszüge der germanischen Völkerschaften haben ihr Ende erreicht, das römische Weltreich ist vernichtet, neue Staaten sind auf dem von ihm früher innegehabten gigantischen Territorium gegründet. Doch würde man irren, wenn man annehmen wollte, dafs die alte Kultur, wie sie von den Römern in freilich etwas verwildertem Zustande bis dahin bewahrt worden war, vollständig untergegangen gewesen wäre; es fehlt vielmehr nicht an Zeugnissen für das Gegenteil, und Giesebrecht und Kaemmel haben diese Zeugnisse mit Eifer gesammelt[1]. Die Ostgoten verhielten sich gegen die allenfalls noch vorhandenen wissenschaftlichen Bestrebungen der unterworfenen Italiener wohlwollend oder doch mindestens neutral; damals wirkten die beiden Gelehrten, welche recht eigentlich als die Väter der geistigen Erziehung des früheren Mittelalters gelten müssen, Boethius und Cassiodorius[2], zwei Männer, mit denen an Bedeutung höchstens der später im Westgotenreiche lebende Isidorus Hispalensis sich messen

[1] Giesebrecht, De literarum studiis apud Italos primis medii aevi saeculis, Berolini 1845; Kaemmel, Artikel „Mittelalterliches Schulwesen" in K. A. Schmids Encyklopaedie des gesamten Erziehungs- und Unterrichtswesens, 4. Band, Gotha 1865, S. 771 ff.

[2] Wir schreiben nach Usener, Anecdoton Holderi, Wiesbaden 1877, diesen Namen so, wie angegeben, und nicht Cassiodorus, wie es früher geschah. Es wäre wohl nicht nötig, hiebei zu verweilen, wenn nicht ein Rezensent im „Litterar. Zentralblatt" überflüssigerweise seinen Tadel gegen die korrekte Schreibweise gerichtet hätte.

konnte, und dieser Römer konnte seiner Herkunft nach selbst als ein halber Gote gerechnet werden[1]. Auch im Longobardenlande erhielt sich anscheinend ein leidlich geordnetes Schulwesen fort. Nach Giesebrecht[2] ist die Sitte, die Knaben durch ihre Pfarrherren in den Rudimenten menschlichen Wissens unterrichten zu lassen, eine altlongobardische gewesen; der Fürst Arrigis war in Gemeinschaft mit seiner Gattin Adilperga für Schule und Lehre thätig, und der verbreitete Glaube, dafs zur Zeit des Kaisers Lothar der wissenschaftliche Sinn in Italien durchaus erstorben gewesen sei, entbehrt des festen Grundes[3]. Aus einer gelegentlichen Äufserung des Ratherius[4] ist sogar zu entnehmen, dafs es in der Merowinger- und Karolingerzeit drei Gattungen regelrecht organisierter Schulen jenseit der Alpen gab, nämlich Klosterschulen, Episkopalschulen und Privatschulen. Mit den erstgenannten wollte es allerdings, wie wir später sehen werden, nicht viel bedeuten, wohl aber scheinen die Privatanstalten, in denen wir recht eigentlich eine italienische Spezialität erblicken müssen, eine recht segensreiche Wirksamkeit entfaltet und zumal die freien Künste gepflegt zu haben. Durch die Anzahl und Güte ihrer Privatschulen zeichnete sich die Stadt Benevent aus, und es scheint unter den Lehrern daselbst auch bereits das Laienelement vertreten gewesen zu sein.

Wenn nun auch Goten, Longobarden und selbst Vandalen[5] sich durchaus nicht als die rohen Barbaren bewiesen, als welche man dieselben wohl hie und da geschildert findet, so wurden sie doch an wissenschaftlichem Eifer weit übertroffen von den Angelsachsen. Im Norden

[1] M. Cantor, Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker, Halle 1863, S. 277.

[2] Giesebrecht, a. a. O., S. 9 ff.

[3] Es ist an dieser Auffassung nur insoweit etwas wahres, als allerdings die Theologie ein allzugrofses Übergewicht über die weltlichen Wissenschaften auszuüben begann; das Wort „doctrina", welchem vonhause aus eine weit allgemeinere Bedeutung zukam, ward mit „doctrina ecclesiastica" einfach identifiziert. Ein um jene Zeit erfolgter Erlafs von Papst Eugen II. verlangt ausdrücklich die Anstellung solcher Lehrer, welche sich auch auf die „artes liberales" verstehen, und aus einem späteren Erlafs Leos IV. vom Jahre 853 erhellt, dafs es mit dieser Reform nur langsam vorwärts ging. Immerhin mufs es noch Freunde der exakten Wissenschaften gegeben haben, denn Gumpold und Rather, der „streitbare" Bischof von Verona, wie ihn V. Scheffel nennt, klagen über die einreifsende Verweltlichung, welche es dahin bringe, dafs Einzelne in ihren mathematischen und philosophischen Studien ganz und gar aufgehen. Nur schade, dafs jener die Namen dieser Frevler nicht nennt!

[4] Giesebrecht, a. a. O., S. 14 ff.

[5] Die lateinische Sprachgelehrsamkeit erlebte gerade auf afrikanischem Boden

des damals in verschiedene kleinere Reiche zersplitterten germanischen Britanniens hatte die christliche Religion besonders feste Wurzel geschlagen; gleichzeitig von zwei Seiten her, von der bereits längst christianisierten Insel Irland und direkt von Rom, hatte sich die Missionsthätigkeit über Mercien und Northumberland ausgebreitet, und namentlich im Gefolge des gälischen Elementes hatte auch wissenschaftlicher Sinn seinen Einzug gehalten[1]; »für den Erwerb gelehrter Kenntnisse«, sagt Werner, »waren die lernbegierigen jungen Angelsachsen anfangs fast ausschliefslich auf die irisch-schottische Nachbarkirche angewiesen«. Unter den zahlreichen Klöstern, welche auf Betreiben des rastlosen Biscop entstanden, zeichnete sich die northumbrische Doppelabtei Weremouth-Yarrow besonders aus, welcher der ehrwürdige Beda (geb. um 672) von zarter Kindheit an fünfundfünfzig Jahre — er verstarb um 735 — angehört hat[2].

Im Vereine mit den drei oben genannten Römern, sowie mit seinem etwas jüngeren Landsmann Alkuin hat Beda auf das Unterrichtswesen der Folgezeit einen geradezu unermefslichen Einfluſs ausgeübt, und es geziemt sich daher wohl, jetzt schon die Stellung des britischen Gelehrten zu den mathematischen Disziplinen ins Auge zu fassen.

noch eine späte Nachblüte, welche an die älteren Leistungen eines Minucius Felix und Fronto anknüpfte. Auch später, als die afrikanische Provinz längst wieder unter oströmische Botmäfsigkeit zurückgekehrt war, zeichneten sich Bewohner derselben durch ihr gelehrtes Wissen aus; so heifst es von einem aus Karthago gebürtigen Mönch Constantinus Afer, der sich bei den Sarazenen ausgebildet hatte und später in Monte Casino lebte, bei Giesebrecht (a. a. O., S. 34): „Grammatica, dialectica, geometria, arithmetica, mathematica, astronomica, nec non et physica Chaldeorum ... eruditus erat."

[1] Über die Verpflanzung der christlichen Lehre nach England verbreitet sich ausführlich K. Werner in seiner Monographie: Beda der Ehrwürdige und seine Zeit, Wien 1875, S. 35 ff. Der heilige Columban und der heilige Gallus hatten, wofür die hagiographischen Belege noch zur Hand sind, eine gründliche Ausbildung in den freien Künsten erhalten, und die irische Klosterschule Bangor, aus welcher nachmals Scotus Erigena, der Bischof Virgilius und der gelehrte Moengal hervorgingen, stand vorwiegend mit Rücksicht auf die Pflege der weltlichen Wissenschaften in hoher Achtung. Auch auf den Hebriden wohnten gelehrte Mönche. — Es gelang nicht sofort, zwischen den beiden Quellen des britischen Kirchenwesens vollkommene Harmonie herzustellen; das Übergewicht der römischen Gebräuche ward von den Anhängern des auf eine weit ältere Kultur zurückblickenden Keltentums unlieb verspürt. In letzter Linie diente aber diese Gegensätzlichkeit doch nur dem geistigen Fortschritt, wofür neben anderem die 664 im Kloster Strenaeshalch abgehaltene Disputation über den richtigen Termin der Osterfeier ein sprechendes Beweismittel bietet (Werner, a. a. O., S. 56). Die Disputanten zeigen sich in chronologischen Dingen gut beschlagen.

[2] Werner, a. a. O., S. 77 ff.; S. 91.

2

Beda Venerabilis.

Beda war seit jungen Jahren Lehrer an der heimischen Klosterschule, und er widmete sich seiner Lehraufgabe mit solchem Eifer, dafs wir ganz berechtigt sind, seine sämtlichen Schriften selbst dann, wenn eine ausdrückliche Hinweisung hierauf fehlt, als für den Lehrzweck bestimmt anzunehmen. Wie sich von selber versteht, erachtete auch er in dem Wissen von göttlichen Dingen den Schlufsstein aller Forschung, allein da er weder Aszetiker, noch auch scholastischer Theolog war, da ihm vielmehr die Erfassung der Heilswahrheiten nur auf Grund vorhergegangner gründlicher Schulung in weltlicher Wissenschaft möglich erschien, so war er auch weit davon entfernt, in der Gottesgelehrtheit zu versinken. Seitdem im Jahre 669 der Bischof Theodor die Leitung der kirchlichen Angelegenheiten Englands in die Hand genommen hatte, bildeten Astronomie und kirchliche Festrechnung einen festen Lehrgegenstand in den klösterlichen Schulen. Beda war dieser Vorbildung teilhaftig gewesen, und er war der Mann dazu, auf dem gelegten Grunde weiter zu bauen. »Pflege der schönen Redekünste, Kosmologie und Kosmographie, Darstellung der Weltchronik auf biblischem Untergrunde und in Verbindung mit chronologischen Erörterungen erscheinen bei ihm als die dem allgemeinen Wissensgebiete angehörigen Unterlagen der scientifischen Lehrunterweisung im Studium der heiligen Schrift und kirchlichen Theologie seines Jahrhunderts«[1]. In der Wertschätzung der Arbeiten Bedas stimmt mit Werner auch Wattenbach vollkommen überein[2].

Die Anzahl der von Beda verfafsten Schriften bleibt auch dann noch grofs, wenn man einen strengen kritischen Mafsstab an ihre Ächtheit anlegt[1]. Es sind im ganzen fünf verschiedene Total-

[1] Werner, a. a. O., S. 84.

[2] Wattenbach, Deutschlands Geschichtsquellen im Mittelalter, Berlin 1858. S. 81: „Einen Mann wie diesen Beda hat die gesamte irische Kirche nicht hervorgebracht; er war der Lehrer des ganzen Mittelalters. Durch mathematische Kenntnisse haben gerade die Schotten sich ausgezeichnet, auf ihren Unterricht mag ein bedeutender Teil der Gelehrsamkeit Bedas sich, wenn auch nur mittelbar, zurückführen lassen, ihm aber war es vorbehalten, durch die Gediegenheit und Fafslichkeit seiner Lehrbücher für Jahrhunderte in jedem Kloster die Anleitung zu den nötigen astronomischen Kenntnissen zu geben."

[3] Werner, a. a. O., S. 229. „Beda sollte über Zahlenlehre und Musik, Witterungskunde, Anfertigung von Horologien, ja selbst über medizinische Gegen-

ausgaben Bedascher Werke vorhanden[1]. Freilich aber finden sich in ihnen allen Abhandlungen vor, welche die moderne Kritik für unterschoben erklärt, und zwar trifft dieses Schicksal vornehmlich die mathematischen Abhandlungen[2]. Das Kriterium der Ächtheit oder Unächtheit bildet jenes Verzeichnis der nach Bedas eigenem Zeugnis — im fünften Buch seiner Kirchengeschichte — von ihm verfafsten Arbeiten, und diesem zufolge würden als in unser Bereich fallend einzig und allein die Traktate über Kosmologie und über Zeitrechnung übrig bleiben. Von diesen werden wir also zunächst handeln, indem wir uns vorbehalten, auf diejenigen, deren Ursprungszeugnis ein minder zuverlässiges ist, noch besonders zurückzukommen. Es verbleiben zunächst nur: De natura rerum; De temporibus; De temporum ratione; De ratione computi. Werner hat ihrer Besprechung den ganzen vierten Abschnitt seiner mehrfach erwähnten Monographie gewidmet[3].

Das Buch »Von der Natur der Dinge« ist eine umfassende kosmographisch-kosmologische Encyklopädie, vorwiegend nach den Etymologien des Isidor und nach der Naturgeschichte des Plinius gearbeitet. Der mehr mathematische Teil des ganzen vertritt den korrekten ptolemaeischen Standpunkt; von dem Wesen der Sphaera parallela hat der Verfasser eine Ahnung, freilich noch keine bestimmte,

stände geschrieben haben; man liefs ihn aus Aristoteles metaphysisch-kosmologische Sentenzen sammeln, Boetius de Trinitate scholastisch kommentieren, nahm das Werk des Wilhelm von Conches „De substantiis physicis“ unter seine Werke auf.“ Wie unglaublich unkritisch einzelne Herausgeber zuwerke gingen, mag der von Schiaparelli (Die konzentrischen Sphären des Eudoxus, des Kalippus und des Aristoteles, deutsch von W. Horn, Abhandl. z. Gesch. d. Math., 1. Heft, S. 130) urgierte Umstand erhärten, dafs in einer der in die Kölner Gesamtausgabe aufgenommenen und angeblich authentischen Schriften Beda selbst zitiert wird!

[1] Diese sind: die Pariser von 1554, die Basler von 1563, die Kölner von 1612 (zweite Auflage von 1688), die Londoner von 1843, welche Giles besorgte, und endlich die dem Riesenwerke Migues einverleibte, welche darin den 90. bis 95. Band ausfüllt. Unter dem Titel Venerabilis Bedae, Anglo-Saxonis Presbyteri, Opera omnia ed. Migne, Lutetiae 1862 ist auch eine Separatausgabe erschienen, diejenige, welche unsern eigenen Anführungen zugrunde liegt.

[2] Nachstehend die Aufschriften der von Werner als zweifelhaft betrachteten Schriften mathematisch-astronomischen Inhalts: De arithmeticis numeris; De notis numerorum et ratione temporum; De arithmeticis propositionibus; De ratione calculi; de divisione numerorum; De loquela per digitorum gestus; Decennovales circuli; De constitutione mundi coelestis terrestrisque; De circulis sphaerae et polo; De planetarum et signorum ratione; De signis coeli.“ Obigem nach würden auch die von Migne adoptierten Schriften Musica theorica (a. a. O., S. 909 ff.), Musica quadrata seu mensurata (ibid., S. 921 ff.) und de argumentis lunae libellus (a. a. O., S. 701 ff.) ausgeschieden werden müssen.

[3] Werner, a. a. O., S. 107 ff.

denn die beiden Polarzonen sind seiner Ansicht nach vom Anblick der Sonne für immer ausgeschlossen. Die Besonderheiten der planetarischen Eigenbewegung werden durch einen sonderbaren Schlufs, der durch Isidor auf den römischen Dichter Lucanus hinweist, auf den von den Sonnenstrahlen ausgeübten Einflufs zurückgeführt[1]. Als getreuer Anhänger des römischen Kompilators erweist sich Beda auch in seiner Zustimmung zu der Nutationstheorie[2]. Der Grund der Mondphasen wird richtig angegeben, auch hinsichtlich der Verfinste-

[1] Werner a. a. O. S. 111. Bei Lucanus, Pharsal., X, Vers 201 bis 203 heifst es:
„. . . sol tempora dividit aevi
Mutat nocte diem radiisque potentibus astra
Ire vetat cursusque vagos statione moratur."

[2] Diese antike Nutation der Sonne, ja nicht zu verwechseln mit der von Bradley entdeckten Nutation der Erdachse, ist durch die Forschungen von Schiaparelli (a. a. O., S. 122 ff.) gründlich untersucht und aufgeklärt worden. Man weifs jetzt genau, was es mit dem in lib. II, cap. 13 der „Historia naturalis" bei Gelegenheit der Schilderung des Planetenlaufes im Tierkreis gemachten Äufserung des Plinius auf sich hat: „Sol deinde medio fertur inter duas partes flexuoso Draconum meatu inaequalis" — einer Stelle, die von Macrobius und Marcianus Capella wieder aufgegriffen und durch sie indirekt zu einer vom gesamten Mittelalter anerkannten Theorie gestempelt wurde, freilich noch mit einem mifsverständlichen Zusatze. Anscheinend geht die Behauptung, dafs die Ekliptik nicht die wirkliche Sonnenbahn sei, sondern dafs sich die Sonne von dem um $23\frac{1}{2}^{\circ}$ gegen den Äquator geneigten Hauptkreise der Himmelskugel nach beiden Seiten hin ein wenig entferne, von Kalippos aus, Attalos bildete dieselbe weiter aus, und systematisiert ward sie von einem gewissen Adrastos, der nach Henry Martin (Notes sur divers points d'histoire des mathématiques, Ann. de la faculté des lettres de Bordeaux, 1880, S. 86 ff.) mit einem peripatetischen Philosophen in der Zeit zwischen Nero und Antoninus Pius identisch ist. Hipparch bekämpfte diese Irrlehre durch den Hinweis auf die Konstanz der Solstitialpunkte, allein dieselbe behauptete sich mit unglaublicher Zähigkeit. In der fälschlich dem Beda zugeschriebenen Schrift „De mundi coelestis terrestrisque constitutione liber" (Kölner Ausgabe von 1612, Vol. I, S. 323 ff.) heifst es ebenfalls: „Sol duas medias zodiaci partes servat, nec illas, nisi in Libra, excedit." — Es ist hier zugleich der Ort, eines Gegenstandes zu gedenken, der für die Beurteilung der mathematischen Kenntnis und Initiative Bedas von Wichtigkeit sein kann. Der Verfasser hat in seiner Abhandlung „Anfänge und Entwicklungsstadien des Koordinatenprinzips" (Denkschr. d. naturforsch. Gesellsch. zu Nürnberg, 6. Band, S. 1 ff.) Nachricht von dem Cod. lat. 14436 der Münchener Hof- und Staatsbibliothek gegeben, in welchem eine dem X. Jahrhundert angehörige graphische Darstellung des Gangs der Planeten im Zodiakalgürtel sich vorfindet. Eine ganz ähnliche Zeichnung aber bildet Migne ab; die Zone ist als Cylindermantel gedacht und in einen rechteckigen Streifen aufgewickelt, so dafs nunmehr die astronomischen Längen und Breiten als gradlinige Abszissen und Ordinaten der Sternörter erscheinen. Die von den einzelnen Wandelsternen beschriebenen Bahnlinien sind eingetragen. Da die Zeitdifferenz zwischen dem VIII. und X. Jahrhundert keine sehr grofse ist, so kann die Vermutung nicht abgewiesen werden, dafs die Versinnlichung sphärischer Gebilde durch ein planimetrisches Tableau bereits den anderweiten Verdiensten des angelsächsischen Presbyters hinzugerechnet werden müfste.

rungen wird Zutreffenderes angegeben, als man nach den ein Jahrhundert später herrschenden Anschauungen — s. u. — erwarten sollte. Die Kometen und anderen Lufterscheinungen werden treulich dem plinianischen Vorbilde gemäfs beschrieben; dafs der Regenbogen nur vier Farben aufweise, glaubt auch Beda dem Aristoteles ebenso gern, wie jeder seiner Zeitgenossen. Die Meteorologie ist im übrigen völlig diejenige der Griechen; Aratos beherrscht namentlich auch bezüglich der an die astronomischen Vorgänge geknüpften Witterungsprognose das Terrain. Verhältnismäfsig besser zu den Ansichten der Neuzeit stimmt das wenige, was über die physikalische Geographie des Meeres beigebracht wird; so ist insbesondere anzuerkennen, dafs Beda nicht wie Isidor dem Leser die Wahl zwischen verschiedenen abenteuerlichen Theorien der Gezeiten läfst, sondern präzis den Satz hinstellt: »Aestus Oceani lunam sequitur.«[1] Auch auf dem Gebiete der eigentlichen Erdkunde zeigt sich Beda seinen Vorläufern überlegen. Er weifs, wie mit abnehmender Breite die Dauer des längsten Tages abnimmt, und wie man hiernach die Erdoberfläche in Klimate abzuteilen hat[2]; er ist leidlich vertraut mit den Gröfse- und Lageverhältnissen der Erdteile und Weltmeere, soweit sie zu seiner Zeit eben bekannt sein konnten[3]. Auch gewisse Folgen der Kugelgestalt der Erde bleiben ihm nicht verborgen. Jedenfalls war dieser Traktat für den Anfang des VIII. Jahrhunderts ein durchaus achtbares Kompendium der Stern- und Weltkunde, und wir dürfen uns nicht wundern, dafs es neben den Quellen, aus denen sein Verfasser selbst geschöpft hatte, noch für Jahrhunderte als Grund-

[1] Man vergleiche wegen dieser Hypothesen Günther, Lehrbuch der Geophysik und physikalischen Geographie, 2. Band, Stuttgart 1885, S. 386 ff. Ebendort (1. Band, Stuttgart 1884, S. 395 ff.) ist dessen gedacht, was sich Beda nach den ihm zur Verfügung stehenden litterarischen Hilfsmitteln über Wesen und Ursache der Erdbeben zurechtgelegt hatte.

[2] Zur Breitenbestimmung dient der Gnomon. Migne bildet (S. 271) einen vertikal stehenden Stab ab, von dessen Fufspunkt eine geteilte Skale ausgeht. Hierin wäre also der Keim zu den Methoden der Winkelmessung durch die trigonometrische Tangente zu suchen, welche späterhin im geometrischen Quadrat und im Jakobsstab eine feste Form annehmen.

[3] Immer unter der durchgehenden Voraussetzung, dafs Migne die seiner Ausgabe beigefügten Diagramme wirklich solchen Manuskripten entnommen habe, die bis zur Zeit Bedas hinauf- oder doch nahe an dieselbe hinreichen, mufs die geographische Bildung des letzteren als eine recht respektable anerkannt werden. Die Erdkarte ist ganz wacker ausgeführt, und von jener Verzerrung des afrikanischen Kontinents, welche viele spätere Weltbilder des Morgen- und Abendlandes entstellt, ist wenig zu bemerken. Der Nil entspringt aus zwei grofsen Binnenseen, deren einer seiner Lage nach an den Tanganijka erinnert.

lage des gelehrten Unterrichts in diesen Disziplinen geehrt und verwendet wurde[1].

»An die Weltkunde schliefst sich in Bedas Lehrplane in engster Kontinuität die Zeitkunde an, die als solche auf astronomischer Basis steht, soweit sie aber der astronomisch normierten irdischen Menschenzeit die wichtigsten Hauptbegebenheiten derselben einordnet, in eine Periodisierung der menschlichen Zeitgeschichte ausläuft, also unter einem Chronologie und Chronographie ist[2]«. Hier ist es auch, wo uns Beda als Arithmetiker und als Lehrer des Rechnens entgegentritt. Die kirchliche Festrechnung erheischte natürlich einige Fertigkeit im Gebrauche der Spezies; da aber der Autor nicht in der Lage heutiger Schulschriftsteller war, sich auf ein anderes gangbares Lehrbuch beziehen zu können, so blieb ihm nur übrig, die notwendigen Grundlagen selbst zu legen. Irgendwelche Neuerungen von Belang sind in seiner Anleitung zur Rechenkunst allerdings nicht vorhanden, insofern er wesentlich auf dem Boden der späteren Römer steht und seinen Stoff ohne grofse Veränderung den von Boethius, Cassiodorius und Isidor hinterlassenen Schriften entnimmt. Da wir im nächsten Kapitel doch noch auf diese römische Rechenkunst zurückzukommen haben werden, so möge hier nur zweier Punkte besonders gedacht werden, welche in didaktischer Hinsicht von Wichtigkeit erscheinen.

In Bezug auf das Bruchrechnen zeigt sich Beda einigermafsen vertraut mit jener vervollkommneten Bruch- oder Minutienrechnung, welche in dem um 440 n. Chr. verfafsten »Calculus« des Aquitaniers Victorius sich niedergelegt findet. Freilich aber mufs man Christ, der jenes Rechenbuch einer sorgfältigen Bearbeitung unterzogen hat, darin beistimmen, dafs Bedas Mitteilungen über den Kalkul ungenau und unvollständig sind[3]. Später hat, wie sich zeigen wird, ein anderer Mathematiker des Mittelalters nachgeholt, was sein Vorgänger versäumt hatte.

[1] Günther, Analyse einiger kosmographischer Codices der k. Hof- und Staatsbibliothek zu München, Halle 1878 (4. Heft der Studien zur Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie). Eine der dort diskutierten Handschriften hat ersichtlich den Zweck verfolgt, dem kosmographischen Unterrichte in den Klosterschulen zugrunde gelegt zu werden, doch ist sie im wesentlichen nur eine Wiedergabe der Schrift von Beda, vielleicht noch mit einigen dem Hraban entnommenen Zusätzen. Und ähnlich dürfte es sich wol in manchen andern Fällen verhalten haben.

[2] Werner, a. a. O., S. 121.

[3] Christ, Über das argumentum calculandi des Victorius und dessen Kommentar, Sitzungsber. d. k. bayr. Akad. d. Wissensch., Phil. Kl. 1863, I, S. 100 ff.

Ungleich bedeutungsvoller ist für uns Beda Venerabilis als erster Schriftsteller germanischer Abstammung über das viel besprochene Fingerrechnen. Es wird sich empfehlen, hievon in einem eigenen Paragraphen zu handeln.

3

Geschichte des Fingerrechnens.

Die ältere Geschichte des manuellen Rechnens ist neuerdings, zumal durch Bombelli[1] und Gow[2], zum Gegenstand eingehender Untersuchungen gemacht worden. Auch aus der Zeit vor Beda existiert bereits eine Abhandlung über den Digitalkalkul, nämlich des Byzantiners Nikolaus Smyrnaeus Παράδοσις εἰς τὴν εὕρησιν τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν, die nach Rödigers — übrigens nicht einwurfsfreier — Ansicht[3] die entsprechende Schrift Bedas erheblich beeinflufst haben dürfte. Durch Rödiger sind wir auch mit den im Orient üblichen Arten der Zahlendarstellung durch die Finger bekannt gemacht worden[4]. Immerhin sind die litterarischen Nachweise über diese Rechnungsweise, soweit sie uns vorliegen, spärlich zu nennen, was wohl damit zusammenhängt, dafs eine praktische Demonstration hier ungleich mehr leistete, als eine noch so gründliche theoretische Auseinandersetzung. Beda selbst scheint eine gewisse Bekanntschaft

[1] Bombelli, Studi archeologico-critici circa l'antica numerazione italica ed i relativi numeri simbolici, Parte I, Roma 1876.

[2] Gow, A short history of greec mathematics, Cambridge 1884. Es werden hier zunächst Anklänge an den Digitalkalkul bei gewissen Naturvölkern (Algonquin-Indianer, Abiponer, Zulus, Malayen) festgestellt (S. 6 ff.), bei welchen für die Zahlen 8, 9, 10 und für gewisse Finger derselbe Ausdruck gebraucht wird; weiter wird daran erinnert (S. 12 ff.), dafs bei gewissen südamerikanischen Stämmen zur Darstellung höherer Zahlwerte verschiedene Personen zusammenhelfen müssen, so für Zahlen zwischen 10 und 100 deren zwei, für Zahlen zwischen 100 und 1000 deren drei u. s. f.

[3] Rödiger, Über die im Orient gebräuchliche Fingersprache für den Ausdruck der Zahlen, Jahresb. d. deutschen morgenl. Gesellsch. für 1845. S. 111 ff; P. Tannery, Manuel Moschopulos et Nicolas Rhabdas, Bull. des sciences math. et astron., (2) tome VIII. S. 263 ff. Es finden sich dort sehr beachtenswerte Mitteilungen über Nikolaus als Mathematiker, nur gerade die Fingerrechnung bildet kein den Verfasser näher interessierendes Untersuchungsobjekt.

[4] Einen weitern Beitrag hiezu liefert die Übersetzung eines kleinen arabischen Lehrgedichts in folgendem Aufsatze: Marre, Manière de compter des anciens avec les doigts des mains, d'après un petit poëme inédit arabe, de Chems-Eddin el Massoul et le Tratado de Mathematicas de Juan Perez de Moya, imprimé à Alcala de Henares en 1573 (Bull. di bigrfia e di storia delle sc. mat. e fis., Tomo I. S. 319 ff.). Der spanische Mathematiker ist geneigt, die Erfindung des Fingerrechnens den „schweigsamen" Ägyptern zuzuschreiben.

mit dem Fingerrechnen vorauszusetzen, er verweist als auf Vorgänger auf Plutarch, Macrobius, Plinius, Apulejus, Juvenal, Quintilian.

Das beste, was in neuerer Zeit über den mittelalterlichen Digitalkalkul geschrieben ward, rührt von Stoy her[1]. Hiernach ist zu konstatieren, dafs die Anordnung der Fingerzahlen durchgehends eine dezimale ist, und dafs Orient und Occident völlig nach der gleichen Methode zählten. Der an sich leicht erklärliche Umstand, dafs die semitischen Völker die Zählung im entgegengesetzten Sinne vornahmen, wie alle übrigen, scheint zu beweisen, dafs die Entstehung dieser Zahlendarstellung jünger ist, als die Entstehung der Schrift. Es ist gar nicht zu leugnen, dafs die eindeutige Bezeichnung jeder nur nicht zu grofsen Zahl mit Leichtigkeit und Sicherheit erfolgte; erst von 10000 ab beginnt die Darstellung schleppend und unbehilflich zu werden. Stoy meint mit Recht[2], dafs alle diese Fingerzahlen >10000 nur den Zwecken gelehrter Pedanterie dienten und im praktischen Leben so gut wie gar nicht angewendet wurden. Die Darstellung der Zahlen durch jederzeit zur Verfügung stehende Bestandteile des menschlichen Körpers war nichts mehr und nichts weniger als eine sinnliche Hilfe zur Unterstützung und Festhaltung des gesprochenen Wortes; wenn demgemäfs jener Neugrieche Nikolaus Rhabdas den Ausdruck »ἐν ταῖς χερσὶ κατέχειν τοὺς ἀριθμούς« gebraucht, so trifft er damit weit mehr den Nagel auf den Kopf, als Bedas Scholiast Noviomagus[3], der κατέχειν mit exprimere übersetzt. In einem andern Punkte sieht der letztere jedoch schärfer, wie die von ihm kommentierte Vorlage; während nämlich Beda nichts davon wissen will, dafs die zu allen Zeiten gepflegte Zeichensprache mit Hilfe der Finger zum Digitalrechnen in enger Beziehung stehe, gibt Noviomagus einen solchen Zusammenhang zu. Derselbe erleichtere auch den Kindern das Erlernen der Rechenkunst: »Pueri habent in hac re non injucundam exercitationem«. Wir möchten namentlich auch darauf hinweisen, dafs gerade in den Klöstern, welche das manuelle Rechnen wohl durch ein Jahrtausend von Generation zu Generation fortpflanzten, meistens auch eine ganz ausgebildete Zeichensprache zuhause war[4].

[1] Stoy, Zur Geschichte des Rechenunterrichts, 1. Teil (leider bislang allein erschienen), Jena 1876. S. 31 ff.

[2] Ibid. S. 42.

[3] Noviomagus, De numeris, Coloniae 1539.

[4] Einige Andeutungen hiezu gibt F. v. Raumer, Geschichte der Hohenstaufen

Um dem Leser ein Bild zu geben von dem eigentlichen Wesen der in Rede stehenden Zahlensymbolik, ziehen wir es vor, an Stelle der von Beda selbst gegebenen, minder vollständigen Darlegung des Verfahrens eine andere hier wiederzugeben, die aus einer nur wenig spätern Zeit stammt. Muratori hat uns mit einer Anleitung zur Rechenkunst bekannt gemacht, welche den Titel »Liber de computo S. Cyrilli Alexandrini« führt, freilich aber allem Vermuten nach weder von diesem Heiligen, noch überhaupt von einem Griechen abgefafst ist. Nach Muratoris Mutmafsung fällt die Entstehungszeit dieses Traktats in den Anfang des neunten Jahrhunderts. Wir verweisen zur Kenntnisnahme auf unsere Note[1]. In späteren Schriften werden die Regeln der Zahlendarstellung mit Abbildungen begleitet, die allerdings hochnötig sind, um sich zurechtzufinden.

und ihrer Zeit, 6. Band, Reutlingen 1829. S. 304. In Klöstern, deren Ordensregel Stillschweigen auferlegte, mufste sich ein solches Auskunftsmittel von selber einstellen. „So gab es Zeichen (meist durch Hände und Finger) für alle Efswaaren, Getränke, Kleidungsstücke u. dgl. Ein Finger unters Auge gelegt bedeutete z. B. Kirschen; der kleine Finger an die Lippen gelegt bedeutete Milch; ein Finger gegen den etwas geöffneten Mund ausgestreckt bedeutete Knoblauch oder Rettig.“ Es bestand sonach sicher ein innerer Zusammenhang zwischen Computus digitalis und Loquela digitalis, wennschon man mit Cantor (Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 1. Band, Leipzig 1880. S. 707 ff.) wohl einräumen kann, dafs ersterer mehr als letztere auf innerer Notwendigkeit beruht habe.

[1] Muratori, Anecdota, Tom. IV, 2, Neapoli 1776. S. 78 ff. Das Kapitel „De flexibus digitorum“ (S. 135 ff.) hat nachstehenden Wortlaut: „Ita digitorum flexus servantur per primam digitorum trium in laeva ab extremo inflexionem palmae in medium artum dicitur I. II. III. cum dicis IV. extremum digitum leves. Cum dicis V. secundum ab extremo similiter erigas. Cum dicis VI. modicum in medium palmae extremo et medio levatis erigas. Quando ad VII. perveneris, minorem solum caeteris levatis super palmae radicem pones, juxta quem in VIII. medium. In IX. autem impudicum e regione compones X. ungues indicis in medio fixas arti pollicis XX. Summitas pollicis medio arto inter indicem, impudicumque XXX. in immollis in summitate pollicis indicisque complexus XL. pollicis summitas adjacens artui, in medio latere pone a dorsu indicis L. curvate pollex in palmam caeteris erectis LX. pollicem curvam in exteriore artu inter cumdem artum, ungulamque indicis tris undique medio tere indicis artum medio pollicis fronte inter artum et ungulam sito circumpone LXX. pollicis artu curvato trans medium indicis artum radicem pollicis a latere circuivit indicis LXXX. pollicem in longum tendens indice illius summitatem, ungulamque circumpone XC. indicis ungulamque in pollicis radice eriges. C. in dextra quomodo X. in laeva . . . DCCCC in dextra quomodo XC in laeva. Sic quoque a Mille currit in dextra compotus usque IX., quomodo currunt monades in laeva I. usque ad IX. X. in sinistra palma supra verticem supinatum retro ponas. XX. eodem situ prona super manum colli. XXX. eodem situ prona in medio pectoris. XL. eodem situ prona in latere dextro. L. pollex in umbiculo LX. sinistra palma sub umbiculo supina. LXX. eodem situ in inguine prona. LXXX. eodem situ in femore sinistro. XC. eodem situ prona, sed foris. Ita facitur (!) in dextra manu, cum dicis C millia. Cum autem dicis decies centena millia, duae palmae apertae

Jedem, der sich mit der Geschichte des Fingerrechnens beschäftigt, mufs ein gewisser Umstand auffallen, über welchen man allzu lange hinweggegangen war, und auf den erst durch die Untersuchungen der jüngsten Zeit unsere Aufmerksamkeit mehr hingelenkt wurde. Wir lesen nämlich in den ältern Schriften immer nur davon, dafs für jede ganze Zahl ein manuelles Bild geschaffen ward, wir vernehmen aber weder bei Beda noch bei Pseudo-Cyrillus irgend etwas von dem eigentlichen Rechnen mit diesen Zahlenbildern. Treutlein allerdings hält dafür[1], dafs man von je her nicht blofs Zahlen durch die Finger darzustellen, sondern auch ganze Rechnungen in den vier Spezies auf diese Weise durchzuführen vermocht habe, allein an beglaubigten Zeugnissen für letzteres fehlt es sehr; die Zweifel werden auch nicht völlig gehoben, wenn wir zu jenen alten Autoritäten auch noch alle Schriftsteller aus späterer Zeit herbeiziehen, welche über den Digitalkalkul sich aussprechen[2]. Am beweiskräftigsten

erga faciem e regione interpositae, sed ante aures retro respicientes tres digiti in sinistra manu, id est auricularis, medius et impudicus usque ad IX. continent. I. II. III. etc. Duo digiti in sinistra manu, id est index et pollex, usque ad XC. continent. X. XX. XXX. etc. Duo in dextra manu digiti semper continent usque ad CM. pollex, et index. C. CC. CCC. etc. Tres in dextra manu digiti semper continent usque ad IX., auricularis, impudicus, et medius. M. II. III. etc. Continet sinistra manus particulas semper usque ad XC. X. XX. XXX. etc. Continet dextra manus per juncturas semper usque ad CD. C. CC. CCC. etc." — Man wird diesem System, wie es sich nicht leicht anderswo gleich detailliert entwickelt findet, ebensowenig in arithmetischer Hinsicht strenge Konsequenz absprechen können, als man andererseits über den selbst für das karolingische Zeitalter ungewöhnlichen Barbarismus der Latinität erstaunen mufs.

[1] Treutlein, Das Rechnen im XVI. Jahrhundert, Abhandl. z. Gesch. d. Math., 1. Heft, Leipzig 1877. S. 21 ff.

[2] So enthält Cod. lat. 14456 der Münchener Hof- und Staatsbibliothek, der dem IX. Jahrhundert entstammt, auf fol. 75 und 76 eine hierher gehörige Anweisung, welche mit den Worten beginnt: „Item romanica computatio ita digitorum flexibus servatur." Allein es bleibt bei der äufserlichen Darstellung. Ebenfalls nicht weiter geht der späteste unter allen Autoren, die sich mit dieser Frage unter einem andern als unter dem rein geschichtlichen Gesichtspunkte befafst haben, der bekannte Polyhistor Leupold (Theatrum arithmetico-geometricum, Lipsiae 1727. S. 3 ff.). Anhaltspunkte gewähren uns höchstens die Schriften zweier hervorragender Italiener des Mittelalters. Was zwar Pacioli (Summa de aritmetica, geometria, proporzioni e proporzionalita, Venezia 1494. fol. 36) darüber beibringt, reicht kaum zu genaueren Aufschlüssen hin, wiewohl daraus zu schliefsen ist, dafs der gelehrte Minorit mit den Fingern zu rechnen verstanden haben müsse, wohl aber gewährt uns einigen Einblick Leonardo Fibonacci (Il liber abbaci di Leonardo Pisano, pubblicato da B. Boncompagni, Roma 1857. S. 5 ff.). Nachdem nämlich dort die manuelle Darstellung aller ganzer Zahlen $\geqq 1 \leqq 10000$ gelehrt ist, läfst der Verfasser das Einsundeins und das Einmaleins in tabellarischer Anordnung folgen und knüpft daran diese Worte: „Praescriptas igitur in tabulis junctiones et multiplicationes in manibus

für Treutleins Anschauung ist eine Andeutung in der um 1527 erschienenen »Rechnung auff allen Kauffmannschaften« des Ingolstädter Mathematikers Peter Apian[1]. Gleichwohl müssen wir dem heutigen Stande unsers Wissens zufolge das Geständnis ablegen: Was uns im Verlaufe des gesamten Mittelalters als »Calculus digitalis« entgegentritt, ist im wesentlichen nur ein mnemotechnisches Hilfsmittel beim Aussprechen von Zahlen, wogegen wir nicht in der Lage sind, uns von der Verwendung dieses Hilfsmittels beim wirklichen Rechnen eine ganz deutliche Vorstellung zu machen. Nur hypothetisch können wir uns etwa folgendes zurechtlegen. Beim Addieren gewöhnte man sich, zuerst eine bestimmte Bewegung mit den Fingern vorzunehmen und erst hinterher das Resultat an der Fingerstellung sozusagen abzulesen, beim Multiplizieren dagegen vertraute man die Teilprodukte, welche hinzuschreiben zu mühsam war, lieber den Fingern, als dem schon durch die Reproduktion des Einmaleins ohnehin belasteten Gedächtnis an. Hiezu würde auch der von Leonardo gebrauchte Ausdruck »servare« stimmen. Einleuchtend ist auch ferner, dafs für die behende Anwendung des Manualkalkuls gründliche Vertrautheit mit dem Einmaleins die unumgängliche Voraussetzung bildete[2].

Seine Triumphe scheint der Digitalkalkul bei jenen kirchlichen Festrechnungen gefeiert zu haben, welche vorzunehmen in alter Zeit eine Hauptaufgabe jedes Priesters war. Daher kommt es, dafs Computus digitalis und Computus ecclesiasticus häufig geradezu verwechselt wurden, obwohl dem Sinne nach der eine sehr wohl ohne den andern bestehen kann.

addiscendo semper utantur colligere, ut animus pariter cum manibus in additationibus et multiplicationibus quorumlibet numerorum expeditior fiat.“ Wenn aber Friedlein (Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer und des christlichen Abendlandes vom VII. bis XIII. Jahrhundert, Erlangen 1869. S. 56 ff.) die Behauptung aufstellt, Fibonacci habe bei der später (S. 379 des „liber abbaci“) erfolgenden Multiplikation der Zahlen 456 und 123, bei welcher allerdings nur ein Minimum von Ziffern hingeschrieben wird, des Fingerrechnens sich bedient, so können wir darin, da der Text uns im Stiche läfst, nur eine Hypothese erblicken.

[1] Es sagt nämlich Apian am genannten Orte, eine eingehende Schilderung des Fingerkalkuls wolle er nicht hier, sondern erst in einem demnächst zu veröffentlichenden Werke liefern. Dafs aber letzteres, das sogenannte „Centiloquium,“ niemals ans Licht gekommen ist, unterliegt heute wohl keinem Zweifel mehr. Vgl. Günther, Peter und Philipp Apian, zwei deutsche Mathematiker und Kartographen, Prag 1882. S. 22 ff.

[2] Ob die Römer bereits das Einmaleins als solches kannten und lehrten, mufs dahingestellt bleiben, wenigstens geht es nicht klar aus den wenigen Stellen (Horaz, Ars poetica, 325 ff.; Seneca, Ep. 88, 4; Quintilian, Institutiones I, 10) hervor, die etwas über den Unterricht im Rechnen aussagen. Die Römer der christlichen Zeit müssen wenigstens das Einsundeins bereits in der Schule nach der Schablone

§ 4

Bedas britische Nachfolger; Alkuin.

Der von Beda ausgestreute Same trug zunächst im Mutterlande selbst erfreuliche Frucht. Wir dürfen mit Sicherheit annehmen, dafs in den angelsächsischen Königreichen vom VIII. Jahrhundert bis zur Zeit der normannischen Eroberung kein junger Geistlicher die Weihen empfing, der nicht im Sinne Bedas wenigstens soviel Rechnen gelernt hatte, um sich selbst und seinen Pfarrkindern

betrieben haben, denn Augustinus sagt in seinen „Confessiones," der Gesang „unum et unum duo, duo et duo quatuor" sei ihm in seiner Jugend sehr unangenehm gewesen (Wildermuth, Artikel „Rechnen" in Schmids Encyklopädie, 6. Band, S. 700). Und die Vorbedingungen zu diesem nicht zu unterschätzenden Fortschritt waren damals auch gegeben, da inzwischen Nikomachos der Gerasener, der sich auch selbst als Erfinder bezeichnet, das Einmaleins in der uns jetzt geläufigen Form aufgestellt hatte (Ruelle, Nicomaque de Gerase; manuel d'harmonique et autres textes relatifs à la musique, Ann. de l'association pour l'encouragement d' études grecques en France, 1881. S. 168). Wenn also auch, wie Stoy angibt, (a. a. O., S. 11) Spuren des Einmaleins sich erst verhältnismäfsig spät vorfinden, so liegt der Grund einzig und allein daran, dafs man die Kenntnis dieser Grundregeln als etwas selbstverständliches ansah. „Quis enim non scit", heifst es in einer gleichfalls von Stoy namhaft gemachten Handschrift, „quod quinquies 5 sunt 25?" Diese Worte sind bezeichnend genug. Im späteren Mittelalter erscheint sehr häufig das Einmaleins als „Mensa Pythagorica" in Gestalt eines in n^2 Zellen eingeteilten Quadrates, so dafs die Zahlen, $1^2, 2^2, \ldots n^2$ die eine, die Zahlen 1.n, 2.(n-1), 3.(n-2), 4.(n-3), 5.(n-4) ... 4.(n-3), 3.(n-2), 2.(n-1), 1.n die andere Hauptdiagonale erfüllen. Auch gewisse Abarten begegnen uns, wie denn z. B. ein dem Verf. zufällig in die Hand gefallenes Prager Manuskript nur die eine Hälfte enthält, wie folgt:

1	2													
2	4	3												
3	6	9	4											
4	8	12	16	5										
5	10	15	20	25	6									
6	12	18	24	30	36	7								
7	14	21	28	35	42	49	8							
8	16	24	32	40	48	56	64	9						
9	18	27	36	45	54	63	72	81	10					
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	11				
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	12			
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	13		
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	14	
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	15
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	16.

hiezu ist auch zu vergleichen: Favaro, Intorno alla vita ed alle opere di Prosdocimo de Beldomandi, Bonc. Bull. (so werden wir künftig die Zeitschrift des Fürsten Boncompagni bezeichnen) tomo XI. S. 41. ff; Pendlebury, Two old tables, Messenger of mathematics, Vol. IV. S. 8 ff. Zahlentafeln dieser Art

den Kalender zu stellen. »Die Osterrechnung«, so spricht sich Cantor)a. a. O.) aus, »der eigentliche Mittelpunkt der Zeitrechnung, gründet sich bei Beda, wie bei Cassiodorius, wie bei andern, auf die 19jährige Wiederkehr des Zusammenfallens von Sonnen- und Mondzeiten und stellt an die Rechenkunst des Schülers, der nur diese Aufgaben zu lösen beabsichtigt, keine übermäfsige Anforderung, so dafs die Erfüllung der auf einem Ausspruche des heiligen Augustinus beruhenden Vorschrift, es müsse in jedem Mönchs- und Nonnenkloster wenigstens Eine Person vorhanden sein, welche es verstehe, die Ordnung der kirchlichen Feste, und damit den Kalender für das laufende Jahr festzustellen, nicht gerade schwer war«. Wie man sich dabei im Einzelfalle zu verhalten hatte, war eben durch die Regeln des Beda normiert; wir sind auch über die Modalitäten des Verfahrens genau unterrichtet durch den allerdings einer etwas spätern Zeit angehörigen Computus der gelehrten Dame Herrad von Landsperg, deren berühmtes Sammelwerk uns weiter unten noch zu beschäftigen haben wird. Dafs man dabei sich die schon von hause aus nicht schwierige Rechnung noch durch tabellarische Zusammenstellungen zu erleichtern verstand, geht aus Herrads Darstellung hervor[1].

sind wohl überhaupt nicht so selten, wie jener englische Mathematiker annimmt, es sind nur die bibliothekarischen Schätze noch zu wenig durchforscht. In einem Kodex der an Seltenheiten reichen und noch wenig ergründeten fürstlich Öttingenschen Klosterbibliothek zu Maihingen aus dem Jahre 1513 bemerkt man z. B. eine Faktorentabelle, die beinahe — die allerletzte Kolonne ist nur teilweise ausgefüllt — bis 119^2 reicht, und von deren Richtigkeit uns mehrere Stichproben versichert haben. Es scheint uns nicht ausgeschlossen, dafs mit der Zeit noch mehrere derartige Zusammenstellungen bekannt werden, welche die Brücke zu den seit Jäger, Felkel und Lambert viel besprochenen Faktorentafeln der Neuzeit bilden. Über diese letzteren siehe: Glaisher, On factor tables with an account of the mode of formation of the factor table for the fourth million, Proceedings of the Cambridge Society, Vol. III. S. 99 ff.

[1] Hierüber verbreitet sich ausführlich die Monographie von Piper: »Die Kalendarien und Martyrologien der Angelsachsen sowie das Martyrologium und der Komputus der Herrad von Landsperg, Berlin 1862«. »De inventione paschalis temporis« äufsert sich Herrad (a. a. O., S. 28) folgendermafsen: »Principalis computi quaestio ad quam ceterae quaestiones spectant illa est ubi pascha fiat. Cujus rei brevis in hunc modum datur responsio. Quia singulis annis post vernale aequinoctium quo primo occurrit plenilunium, in eo pascha celebrandum est«. Man bestimme also zunächst die Zahl n, welche der treffenden Jahreszahl t im Metonschen Zyklus zukommt, und sodann den »numerus concurrens« c, d. h. die zwischen 1 und 7 schwankende Epakte der Sonne, welche den Wochentag des 24. März kennzeichnet; modern gesprochen, man bestimme die beiden Divisionsreste:

$$n = R\left(\frac{t}{19}\right) + 1,\ c = R\left(\frac{t + R\left(\frac{t}{4}\right) + 3}{7}\right) + 1$$

Aus der Zeit nach Beda sind noch verschiedene Komputus und Kalendarien in angelsächsischer Mundart vorhanden[1]. Dieselben weichen in der Zeitbestimmung teilweise noch sehr von den sonst üblichen Mustern ab; so wird in einem poetischen Kalendarium

In Herrads Tabelle, welche nach Piper (S. 30) nachstehend reproduziert ist (Fig. 1), standen, wie man sieht, oben die Konkurrentes, rechts die güldenen Zahlen, und indem man von oben nach unten, sowie von rechts nach links vorwärts ging, gelangte man durch eine Art von Koordinatenbestimmung zu einem grofsen lateinischen Buchstaben, welcher das julianische Osterdatum mittelst des folgenden Schlüssels angab: B = 22., C = 23., D = 24., E = 25., F = 26., G = 27., H = 28., J = 29., K = 30., L = 31. März; M = 1., N = 2., O = 3., P = 4., Q = 5., R = 6., S = 7., T = 8., V (U) = 9., A = 10., B = 11., C = 12., D = 13., E = 14., F = 15., G = 16., H = 17., J = 18., K = 19., L = 20., M = 21., N = 22., O = 23., P = 24., Q = 25. April. Abgesehen von dem kleinen Nachteile, dafs die Bestimmung nicht stets eindeutig ist, verdient dieses Verfahren gewifs alle Anerkennung; wir hielten uns auch für berechtigt, dasselbe hier schon einzuschalten, da ja die Verfasserin selbst erklärt, dafs sie nur auf Bedas Grundlage weitergebaut habe.

Fig. 1.

Decennovalis					Ciclus			
Epactae	co I	n II	cu III	r IV	ren V	te VI	s VII	
Nullae	S	R	C	B	A	V	T	I
XI	L	K	J	H	G	F	M	II
XXII	E	L	K	J	H	G	F	III
III	S	R	Q	P	O	V	T	IV
XIV	P	C	J	H	G	F	E	V
XXV	E	D	C	B	H	G	F	VI
VI	L	R	Q	P	O	N	M	VII
XVII	M	L	K	Q	P	O	N	VIII
XXVIII	E	P	C	B	A	V	T	IX
IX	L	K	J	H	O	N	M	X
XX	M	L	K	J	H	G	N	XI
I	S	R	Q	B	A	V	T	XII
XII	L	K	J	H	G	F	E	XIII
XXIII	E	P	K	J	H	G	F	XIV
IV	S	R	Q	P	O	A	T	XV
XV	P	C	B	H	G	F	E	XVI
XXVI	E	P	C	B	A	G	F	XVII
VII	L	K	Q	P	O	N	M	XVIII
XVIII	M	L	K	J	P	O	N	XIX

[1]) Piper, a. a. O. S. 66 ff. S. 86.

jener Zeit der Wintersanfang durch den Frühuntergang der »Virgiliana astra« (Plejaden) zu fixieren versucht. Während jedoch in der Arithmetik und Astronomie die Engländer als Lehrer der Festlandsbewohner gelten müssen, scheinen sie auf die übrigen mathematischen Disziplinen weniger Fleifs verwandt zu haben, wenigstens wird ausdrücklich berichtet, dafs gewisse geometrische Grundwahrheiten erst im X. Jahrhundert von aufsen her den Inselbewohnern übermittelt worden seien[1].

Dafs im Verlaufe des VIII. Jahrhunderts unaufhörlich eine friedliche Invasion von Britannien nach dem Festland durch Männer stattfand, welche dortselbst Kirchen- und Schulwürden zu bekleiden berufen wurden, das ist geschichtlich festgestellt. Wir erwähnen unter diesen Einwanderern insbesondere des Salzburger Bischofs Virgilius, der aus seiner Heimat korrektere astronomische Auffassungen mitbrachte und durch seine Behauptung, dafs es Antipoden gäbe, den Anlafs zu heftigen innerkirchlichen Streitigkeiten gab. Man hat neuerdings die Sache tendenziöserweise so darstellen wollen, als habe es sich bei diesen Kämpfen gar nicht um die Kugelgestalt der Erde, sondern um ganz andere Dinge gehandelt, wir glauben aber nichtsdestoweniger daran festhalten zu müssen, dafs dem Virgilius ein Ehrenplatz in der Geschichte der mathematischen Erdkunde gebührt[2].

[1]) Im britischen Museum zu London wird das, soweit bekannt, älteste Bruchstück geometrischen Inhalts und englischer Mundart aufbewahrt. Es heifst dort, die Geometrie sei von Euklides in Ägypten erfunden worden, und zum Schlusse finden sich diese beiden Verse:

»This craft com ynto England, as y ghow say,
Yn tyme of good king Adelstones day«.

Haliwell, dem wir für diese Notiz zu Dank verpflichtet sind (Rara Mathematica or a collection of treatises on the mathematics and subjekts connected with them, London 1841. S. 56 ff.) bemerkt hiezu, dafs König Atelstan ungefähr um zwei Jahrhunderte früher lebte, als jener Atelhart von Bath, dem gewöhnlich das Verdienst zugeschrieben wird, das Studium der Geometrie in seinem Vaterlande eingebürgert zu haben.

[2]) Näheres über die Stellung des Virgilius zur Antipodenlehre und über seine Zwistigkeiten mit Papst Zacharias und dessen Mandatar in Deutschland, dem heiligen Bonifacius, s. in des Verf. »Studien zur Gesch. d. math. u. phys. Geographie« (Halle 1879. S. 5 ff.). Gegen diese harmlose Darlegung des Sachverhalts liefs Ph. Gilbert eine für das einfache Streitobjekt viel zu umfängliche Bekämpfungsschrift erscheinen (Le pape Zacharias et les Antipodes, Bruxelles 1882), bezüglich deren eine Kritik des Verf. im vierten Jahrgang der »Zeitschrift f. wissenschaftl. Geographie« (S. 51 ff.) zu vergleichen wäre. Den Winfried hätten keine sachlichen, sondern blofs theologische Beweggründe geleitet, als er dem Virgilius den Vorwurf machte: «ita eum confiteri, quod alius mundus et alii homines sub terra sint.» Rettberg (Kirchengeschichte Deutschlands,

Von den unmittelbaren Schülern Bedas wissen wir nichts zu sagen, denn die lange geglaubte und zumal auch von dem sachkundigen Giles aufrecht erhaltene Angabe, jener habe seinem Schüler Constantinus eine »Anleitung zum Dividieren« gewidmet, erwies sich bei schärferem Zusehen als durchaus irrig[1]. Möglich, wenn auch nicht bewiesen, ist dagegen, dafs Egbert und Aelbert, zwei in mathematischen Dingen wohl bewanderte Lehrer der Domschule von York, noch den persönlichen Unterricht des Magister Britanniae genossen haben. Der Schüler dieser beiden Männer ist eben jener Alkuin, der für das Schulwesen der Karolingerzeit der Reformator werden sollte; derselbe erblickte zu York in Nordengland das Licht der Welt in ebendemselben Jahre 735, in welchem wahrscheinlich Beda Venerabilis das zeitliche segnete.

Was wir von Alkuins Jugend wissen, ist nicht eben viel, aber doch völlig ausreichend, um seinen Bildungsgang verfolgen zu können[2]. Er machte den elementaren Kurs unter Egbert und Aelbert an der Schule seiner Vaterstadt durch, machte mit dem letztgenannten eine Studienreise nach Rom und kam nach seiner Rückkehr, einunddreifsig Jahre alt, als Vorstand an dieselbe Lehranstalt, welcher er die eigene Bildung zu danken hatte. Im Jahre 781 führte eine Dienstreise unsern Alkuin zum zweitenmale nach Rom und zugleich brachte dieser zweite Aufenthalt in der ewigen Stadt eine folgenreiche Wendung in seinem Leben zuwege. Er kam allerdings nochmals nach York zurück, jedoch nur um die Vorbereitungen zur Abreise auf lange Zeit zu treffen, und von da ab sollte er englischen Boden nicht mehr anders als vorübergehend betreten. Über den Unterricht an der Yorker Schule hat sich Alkuin selbst gelegentlich ausgesprochen. »Grammatik, Rhetorik, Dialektik wurden ebenso getrieben, wie Musik und Poesie. Aber auch die exakten Wissenschaften kamen nicht zu kurz. Astronomie und eigentliche Naturgeschichte wurden gelehrt, die Osterrechnung bildete einen besondern Unterrichtsgegenstand, und

2. Band, Göttingen 1848. S. 236) ist der Ansicht, dafs der mit See und Schifffahrt vertraute Irländer schon Kenntnis von entlegenen Weltteilen besessen haben möge.

[1] Man konnte nämlich den Nachweis führen, dafs dieser Constantinus gar nicht zu Bedas, sondern erst zu Gerberts Zeit lebte. Vgl. Chasles, Geschichte der Geometrie, deutsch von Sohncke, Halle 1839. S. 529. S. 589.

[2] Biographische Daten über Alkuin bringen die beiden ihm gewidmeten Artikel in der »Nouvelle Biographie universelle« (vol. I. Paris 1852. S. 720 ff.) und in der »Allgem. deutsch. Biographie« (1. Band, Leipzig 1875. S. 343 ff.) Verfasser dieses letztern Artikels ist Dümmler.

vor allen Dingen wurden die Geheimnisse der heiligen Schrift erläutert«[1]. Indem Alkuin seine Schüler in all diesen Dingen unterwies, gelangte er allmählich dazu, sich selbst den ganzen Kreis damaliger Wissenschaft zum Besitztum und sich so zu der hohen Stellung geschickt zu machen, welche eine höhere Fügung ihm zugedacht hatte. Der nächste Paragraph wird uns zeigen, wie der angelsächsische Stiftslehrer zum ersten »Praeceptor Germaniae« geworden ist.

§ 5

Wissenschaftliche Beziehungen zwischen Alkuin und Kaiser Karl.

Auf dem Festlande sah es zu jener Zeit, was wissenschaftliche Bildung anlangt, weit trübseliger aus, als auf den eines regen geistigen Lebens sich erfreuenden britischen Inseln, und auch das weite Frankenreich nahm andern Ländern gegenüber durchaus keine bevorzugte Stellung ein. Man würde allerdings fehlgreifen, wenn man, wie es wohl da und dort geschehen ist, das Vorhandensein höherer Bestrebungen gänzlich leugnen wollte; in Neustrien, auf altem gallisch-römischen Kulturboden, hatten sich immerhin gewisse Reste solch alter Kultur erhalten. Dafs auch für die Ausbildung der Geistlichen durch Schulunterricht gesorgt wurde, bezeugt ausdrücklich der Geschichtschreiber Gregor von Tours. Einen neuen Anstofs in dieser Richtung gab das Auftreten des Bischofs Chrodegang von Metz (742—766 in dieser Stellung), der durch seine Regel vom gemeinsamen Leben das ungebundene Verhalten der Stiftsherren einigermafsen der klösterlichen Zucht anzunähern strebte und das — wie aus §. 1 erinnerlich — in Italien schon in ziemlicher Blüte stehende Kathedralschulwesen auch für die fränkischen Lande neu begründete[2]. Auch die bayerische Synode eignete sich bei ihrem Zusammentreten im Jahre 774 die Vorschläge Chrodegangs an

[1] Cantor, Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker, Halle 1863. S. 285 ff.

[2] Vgl. hiezu Specht, Geschichte des Unterrichtswesens in Deutschland von den ältesten Zeiten bis zur Mitte des dreizehnten Jahrhunderts, Stuttgart 1885. S. 12 ff. und L. v. Stein, Die Verwaltungslehre, 6. Teil, Stuttgart 1883. S. 65. Leider wird in diesem letztern Werke das spärliche Thatsachenmaterial von allgemeinen, wenn auch geistvollen Erörterungen dergestalt überwuchert, dafs wir für unsere eigenen Zwecke aus dem starken Bande nur winzigen Nutzen zu ziehen imstande waren.

und setzte fest, dafs wo thunlich eine Stiftsschule ins Leben gerufen und an ihr der Unterricht »nach der Tradition der Römer« erteilt werde. Es war also auch auf altgermanischem Boden dem grofsen Manne schon einigermafsen vorgearbeitet, der das deutsche Schulwesen mit Hilfe seines Alkuin in neue Bahnen leiten sollte: dem Kaiser Karl I.[1].

Mangelhaft erzogen und in seinen ersten Regentenjahren durch Kriege und Staatsgeschäfte nur allzusehr in Anspruch genommen, so dafs bekanntlich seine schwertgeübte Hand der Buchstaben niemals recht vollständig Herr werden konnte, erkannte Karl der Grofse doch schon frühzeitig die Notwendigkeit, Bildung unter seinen Franken zu verbreiten, und seine Züge nach Italien bestärkten ihn immer mehr in seinem Bestreben. Frühzeitig begann er damit, welsche Gelehrte nach Deutschland zu verpflanzen; aus allen Ländern kamen hervorragende Männer am Hofe zu Aachen zusammen, und auch zu dem damals auf einer hohen wissenschaftlichen Stufe stehenden Orient trat man in Beziehung[2]. Den besten unter den gelehrten Paladinen seiner Tafelrunde fand König Karl im Jahre 780, als er auf der Durchreise durch Parma den damals wohl schon in weitern Kreisen bekannten Pädagogen Alkuin persönlich kennen lernte. Von 781 bis 796 dauerte der intime Verkehr beider Männer, nur gelegentlich unterbrochen durch Ausflüge von mehr oder weniger politischem Charakter, welche der gewandte Gelehrte im Auftrage seines hohen Gönners nach seinem Geburtslande unternahm. Zunehmendes Alter und körperliche Gebrechlichkeit zwangen Alkuin im genannten Jahre, um Urlaub für den Rest seines Lebens nachzusuchen; er zog sich in das Kloster des heiligen Martinus zu Tours zurück und brachte die dort bereits bestehende Schule zu neuem Leben. Auch blieb er, wie wir gleich nachher sehen werden, mit seinem Fürsten solange in eifrigem Briefwechsel, bis am 19. Mai 804 der Tod seiner Thätigkeit eine Grenze setzte. Einen ebenso eifrigen wie gründlichen Darsteller seines wissenschaftlichen Wirkens hat Alkuin in K. Werner gefunden[3].

[1] Specht, a. a. O. S. 81 ff.

[2] So ist es beispielsweise nicht unwahrscheinlich, dafs Karl den gelehrten jüdischen Mathematiker Kalonymos zur Übersiedlung veranlafst hatte. Die später in Mainz ansässige Familie dieses Namens stammte erweislich aus Lucca in Toscana. S. Güdemann, Geschichte des Erziehungswesens und der Kultur der Juden in Italien während des Mittelalters, Wien 1884. S. 12.

[3] Werner, Alkuin und sein Jahrhundert; ein Beitrag zur christlich-theologischen Literärgeschichte, Paderborn 1876.

Ehe wir Alkuin in die von ihm gegründete Schule folgen, haben wir erst noch näher das persönliche Verhältnis desselben zum Könige zu würdigen. In den ruhigen Monaten des Jahres, d. h. also zur Winterszeit, nahm Karl bei Alkuin Unterricht in den sieben freien Künsten und hauptsächlich in der Sternkunde, welche auf ihn einen besonderen Reiz ausgeübt zu haben scheint. Aus dem mündlichen Verkehr beider Männer ist uns begreiflicherweise nichts überliefert, wohl aber können wir uns von den zwischen ihnen diskutierten Fragen dadurch ein ganz deutliches Bild entwerfen, dafs wir auch die aus den Jahren 797 bis 799 stammende Korrespondenz und die in die gesammelten Werke Alkuins aufgenommene Schrift »De cursu et saltu lunae ac bissexto« beiziehen, welch letztere unmittelbar zur Belehrung Karls verfafst ist. Eingehendere Ausführungen hierüber bietet Note[1]. Indessen nehmen an dem zwischen Alkuin und Karl eingeleiteten Gedankenaustausch auch andere mathematische Disziplinen, als blos die Astronomie teil. Jene zahlentheoretischen

[1] Die bezüglichen Schriftstücke findet man vereinigt in Band 6 von Jaffés »Bibliotheca rerum germanicarum« (Berolini 1873); eine Inhaltsübersicht gibt Werner (a. a. O., S. 27 ff.). Eine weitläufige Erörterung dreht sich um den sogenannten »Saltus lunae«, dem schon Beda ein besonderes (das zwölfte) Kapitel seines »De temporibus liber« einzuräumen für notwendig befunden hatte. Um was es sich handelte, wäre aus den Briefen, die offenbar noch mehrfach auf die Zeit des Zusammenlebens zurückgreifen, nicht völlig klar zu ersehen; es scheint am Kaiserhofe nach Alkuins Abgang eine Art von gelehrter Opposition gegen denselben entstanden zu sein, die darauf drang, dafs ein gewisser Monat nicht gleich 29 Tagen, wie der Meister wollte, sondern gleich 30 Tagen gerechnet werden sollte, und die deshalb von jenem den Ehrentitel »Ägypter«, d. h. Freunde der ägyptischen Finsternis, hinnehmen mufste. Abt Frobenius hat die aus dieser Ursache hervorgegangene Schrift Alkuins in seine Sammlung von dessen didaktischen Werken aufgenommen und derselben folgendes »Monitum praevium« vorangestellt: »Attentus lector id generatim animadvertet, omnes Alcuini de saltu lunae calculationes ad hoc tale problema reduci posse, quomodo, nempe dato incremento lunari diurno vel menstruo vel annuo, calculo erui possit dies integra, quae saltus dicitur, elapso scilicet cyclo decennovali«. Es hatte sich eben damals bereits herausgestellt, dafs die von Meton vorausgesetzte Zeitidentität von 19 tropischen Sonnenjahren und 235 synodischen Mondmonaten keine absolute ist. Einen Traktat des heiligen Columban »de saltu lunae« soll auch Nr. 250 der berühmten Stiftsbibliothek von St. Gallen neben anderen chronologischen Schriften enthalten. — Auf andere Fragen astronomischer Natur führt die Wahrnehmung, dafs während einer bestimmten Frist der Planet Mars nicht sichtbar gewesen sei (Jaffé, a. a. O., S. 426 ff.). Alkuin bemerkt, dafs sich damals die Erdkugel zwischen ihm und dem Beobachter befunden haben müsse. Bei dieser Gelegenheit bezeichnet er Plinius und Beda als die obersten Lehrmeister auf astronomischem Gebiete und bittet um Zusendung der plinianischen Naturgeschichte.

Kenntnisse, welche man im VII. und VIII. Jahrhundert aus geringen römischen und — in zweiter Hand — griechischen Quellen kennen gelernt hatte, reizten findige Geister mächtig dazu an, die Aussprüche der Bibel arithmetisch zu interpretieren, und es bildete sich so eine ganz eigentümliche Zahlenmystik heraus, für welche auch Alkuin ein sehr lebhaftes Interesse bethätigte. Auch solche Sachen werden in den Briefen berührt, allein hier sah des Königs auf das Reelle und Nützliche gerichteter Blick weiter, als das durch mystische Spekulationen getrübte Auge des Lehrers, und so ist denn aus Karls Antwort auf ein Schreiben dieser Art leicht herauszulesen, wie wenig sich derselbe durch jene Afterwissenschaft imponieren liefs[1]. Mit Recht setzt der Herausgeber des Briefwechels hier die Worte bei: »Improbavit igitur Carolus arithmetica Alcuini ludicra«.

Den besten Beweis für die Teilnahme an mathematischen Untersuchungen, welche durch Alkuins Unterricht in seinem grofsen Schüler erweckt worden war, liefert die Thatsache, dafs letzterer nach Alkuins Tod sich einen zweiten Gewährsmann in wissenschaftlichen Angelegenheiten zu verschaffen suchte. Er fand ihn in einem Mönche keltischer Abstammung, namens Dungal, der als »Reclusus« in St. Denis lebte. Noch wenige Jahre vor seinem Tode erholte sich bei ihm der Kaiser Rats über eine in seiner Lieblingswissenschaft aufgetauchte Streitfrage[2].

§ 6

Karls und Alkuins Verdienste um das Schulwesen.

Als einen der ersten Akte von Alkuins reformatorischer Thätigkeit auf dem Felde des Schulwesens dürfen wir wohl das be-

[1] Auf Alkuins Exkurs über Zahlenmystik (Jaffé, a. a. O., S. 400), betreffs deren auch Werner (a. a. O., S. 69 ff.) genaue Angaben macht, gibt Karl (S. 403 ff.) nachstehendes zur Antwort: »Post haec textus illius inquirendo subsecutus est: cur septuagesima et sexagesima nec non et quinquagesima in ordine per dies dominicos ante quadragesimam dicatur vel scribatur. Inde arrepta ratione, per campos arithmeticae artis, quicquid ex hac re vestra sensit industria, se extendendo, nobis pleniter significare studuit. Sed dum mens nostra huc illucque discurreret, solerti indagatione consideravimus: non solum infra prescriptos a vobis dies, sed etiam per singulas ebdomadas nec non et per totum spatium anni circuli per intervalla horarum ac punctorum seu momentorum mysteria numerorum posse ab his, qui hujus artis peritia imbuti sunt, reperiri.« Die Ironie des Königs erinnert an jenes Witzwort v. Roons betreffs eines bekannten Rechtsgelehrten, derselbe könne beweisen, was er immer wolle.

[2] Werner, a. a. O., S. 29 ff. Für das Jahr 810 waren zwei Sonnenfinsternisse vorausberechnet worden, doch nur die eine derselben trat wirklich ein.

rühmte Aachener Kapitulare vom Jahre 789 betrachten. Hier wurde verlangt, dafs jeder Geistliche soweit in Arithmetik und Astronomie sich auskennen müsse, um ohne fremde Hilfe die Feste der Kirche vorausberechnen zu können; zu diesem Ende solle jedes Domstift und Kloster mit einer öffentlichen Stifts- resp. Klosterschule versehen sein, in denen die für das erwähnte Problem in erster Linie grundlegenden freien Künste gelehrt würden und neben ihnen besonders auch die Musik[1]. Tours, Metz und Soissons waren die Orte, in welchen dieser Beschlufs seine vollste Realisierung fand. Wo es an Lehrern fehlte, sollten kundige Männer — von »computistae« ist ausdrücklich die Rede — aus dem Mutterlande der Wissenschaft, aus Italien, berufen werden. — Bezog sich diese erste Anordnung zunächst nur auf den Priesterstand, so dachte Karl doch auch schon daran, seinem ganzen Volke den Segen der Bildung zukommen zu lassen, und aus diesem Gefühle entsprang die Verfügung vom Jahre 801: »Jedermann soll seinen Sohn zu litterarischer Lehre senden und mit aller Sorge in derselben belassen, bis er gut unterrichtet ist.« In dieser Bestimmung erblickt Büdinger mit allem Fug den Ursprung des modernen staatlichen Schulzwangs[2].

Freilich konnten Neuerungen dieser Art erst sehr allmählich verbesserte Zustände schaffen, und um so mehr lag es Karl am Herzen, die ideale Auffassung, welche er sich von Schule und Lehre gebildet hatte, wenigstens in seiner nächsten Umgebung zur Geltung zu bringen. Die mit Recht berufene Hof- oder Palastschule war es, welche solchen Erwägungen ihre Entstehung zu danken hatte[3]. »So sehr auch Karl,« sagt Ebert, »durch den Unterricht des Petrus wie des Alkuin seine Kenntnisse vermehrt hatte, sein Wissensdurst

Dungal entschied dahin, dafs die Angabe an sich richtig, dafs die eine der beiden Verfinsterungen aber nur auf der Südhalbkugel sichtbar gewesen sei. Bei der damaligen — nicht trigonometrischen, sondern zyklischen — Vorausberechnung solcher Erscheinungen war eine genaue Bestimmung der Sichtbarkeitsgrenzen nicht wohl möglich.

[1] Werner, a. a. O., S. 35; Specht, a. a. O. S. 17 ff. S. 127 ff.

[2] Büdinger, Von den Anfängen des Schulzwangs, Zürich 1865. S. 20 ff.

[3] Ältere Monographien über Karls Hofschule sind: Phillips, Karl der Grofse im Kreise der Gelehrten, Almanach der k. k. Akademie zu Wien für 1856; Oebeke, De academia Caroli Magni, Aachen 1847. Das beste, was in neuerer Zeit darüber geschrieben ward, findet sich zweifellos in: Ebert, Allgemeine Geschichte der Litteratur des Mittelalters im Abendlande, 2. Band, Leipzig 1880. S. 7 ff. Aufserdem wäre noch zu vergleichen: Bursian, Geschichte der klassischen Philologie in Deutschland von den Anfängen bis zur Gegenwart,

war hierdurch nur vermehrt worden; er bedurfte gleichsam eines gelehrten Hofstaats, um auf alle seine wifsbegierigen Fragen, welche die verschiedensten Wissenschaften, wie Theologie, Grammatik und Astronomie betrafen, alsbald eingehende und ausführliche Antwort zu erhalten.« Solchergestalt nahm die Hofschule zugleich den Charakter einer gelehrten Gesellschaft, einer Akademie an. Karl selbst, seine Söhne und Töchter, und der ganze Hofstaat lauschten den Vorträgen der auserlesenen Männer, welche der Regent um sich gesammelt hatte, und unter welchen Alkuin natürlich den obersten Platz einnahm. Derselbe hat uns ein belehrendes »Carmen de studiis in aula regia« hinterlassen, in welchem u. a. der Prinzessin Gundrada bezeugt wird, dafs sie sich mit Eifer der Beobachtung des gestirnten Himmels hingegeben habe. Aber auch betreffs der andern Mitglieder dieses geistreichen Hofkreises wissen wir verhältnismäfsig gut Bescheid[1]. Für uns kommen wesentlich blofs zwei dieser Männer in Frage, nämlich Einhard, der Geschichtschreiber, der sich aber auch durch das Studium des damals erst in Deutschland bekannt gewordenen Vitruvius zu einem sehr tüchtigen Baumeister herangebildet hatte und durch zahlreiche Bemerkungen in seiner »Vita Caroli Magni« seinen Sinn für Astronomie bekundet, und sodann Theodulf, der sich angelegentlich mit Mathematik, Physik und Naturgeschichte beschäftigt zu haben scheint. In einem von ihm an den Bischof Modoin gerichteten Schreiben in gebundener Rede ist viel von merkwürdigen Naturerscheinungen zu lesen.

Von einem eigentlichen Lehrplan Alkuins ist uns selbstverständlich nichts überliefert. Doch dürfen wir wohl die Überzeugung hegen, dafs ein in strengen Anschauungen aufgewachsener Gelehrter, wie er, für die »schola palatina« keine andern Regeln gelten liefs, als diejenigen, welche er bei den »scholae clericae« und an der Domschule zu York als richtig erprobt hatte. Und da wir diese kennen, so vermögen wir uns ein Bild von dem Unterrichtsgang in der Palastschule zu machen.

1. Hälfte, München und Leipzig 1883. S. 17 ff.; R. Wolf, Geschichte der Astronomie, München 1877. S. 75 ff.

[1] Wie man weifs, waren in dem gelehrten Kränzchen Beinamen gebräuchlich. So erscheint Alkuin als Albinus und im »Engeren« als Flaccus, Einhard als Beseleel, Karl selbst als König David.

§ 7

Mathematischer Unterricht an der Palastschule.

Alkuin hielt an der schon damals den Gelehrten geläufigen Einteilung der Wissenschaften in ein Trivium und in ein Quadrivium fest; ja er stellte diese für damalige Zeit auch sehr sachgemäfse Klassifikation überaus hoch[1], und seiner Anregung ist es in erster Linie zu danken, dafs dieselbe sieben bis acht Jahrhunderte lang alles geistige Leben in Deutschland souverän beherrschte. Überkommen war diese Einteilungsweise aus der spätrömischen Zeit; Boethius und Cassiodorius hatten dieselbe ihren systematischen Schriften zugrunde gelegt, und ebenso bildet sie die Einleitung zu der — leider sehr dürftigen — bedeutendsten Wissensquelle der Folgezeit: zu den »Origines« des Isidorus Hispalensis[2]). Dem Trivium gehörten Grammatik, Dialektik und Rhetorik, dem Quadrivium gehörten Arithmetik, Musik, Geometrie und Astronomie als wesentliche Bestandteile an. Die Reihenfolge, welche wir hier für jede der beiden Hauptabteilungen anführten, ward im allgemeinen mit ziemlicher Strenge eingehalten, doch fehlt es auch nicht an Abweichungen, und da unseres Wissens diesen letzteren noch nicht die erforderliche Aufmerksamkeit geschenkt worden ist, so hielten wir es für gut, eine gröfsere Anzahl litterarischer Nachweisungen über die Auffassung des Triviums und Quadriviums in Note[3] zusammen-

[1] Werner, a. a. O., S. 30.

[2] Cantor, Math. Beitr. etc., S. 176 ff. S. 278.

[3] Das älteste allegorische Bild der vier mathematischen Wissenschaften, welches man kennt, dankt seine Entstehung Alkuins Freund und Schüler Theodulf. Die Arithmetik hat kein Attribut, Musik aber erscheint mit der Lyra, Geometrie mit der Mefsrute (Radius), Astronomie mit einer Nachbildung der Sphäre. Dafs man das Quadrivium aus Zweckmäfsigkeitsrücksichten manchmal sehr eng zusammenzog, kann nicht bezweifelt werden, wie denn Specht sich sogar zu der etwas pessimistischen Mutmafsung veranlafst sieht (a. a. O. S. 128): »Vielleicht begriff man zu manchen Zeiten und in manchen Schulanstalten unter dem Quadrivium überhaupt nur den Gesangunterricht und dazu noch die Lehre vom Komputus, die ja Arithmetik und Astronomie in sich vereinigte.« Ruhkopf sieht sich durch die von ihm den Worten des oben erwähnten Aachener Kapitulare — »ut scholae legentium puerorum fiant, notas, cantus, psalmos, computum, grammaticam per singula monasteria vel episcopia discant« — untergelegte Deutung und durch eine spätere Zeit entstammende Auffassung des Wortes »Trivialschule« zu der in dieser Form gewifs unhaltbaren Behauptung geführt, man habe vielfach unter Trivium blofs Latein, Gesang und Rechenkunst verstanden (Geschichte des Schul- und Erziehungswesens in Deutschland von

zubringen. Was Alkuins persönlichen Standpunkt anlangt, so ist jedenfalls Paulsens Darlegung*) zutreffend. Die Aufgabe, das »regimen animarum« auszuüben, machte für den Priester Kenntnis der Sachwissenschaften erforderlich; »so kamen zu den drei artes sermocinales (Grammatik, Rhetorik, Dialektik) die artes reales, Arithmetik, Geometrie, Astronomie und die hier eingeordnete Musik. Das ist der Umkreis der septem artes liberales«. Und, wie schon gesagt,

der Einführung des Christenthums bis auf die neuesten Zeiten, 1. Teil, Bremen 1794. S. 22 ff.). — Immerhin beginnen die Abweichungen von der durch Alkuin vertretenen römischen Wissenschaftseinteilung schon bald nach dessen Abtreten von der Bühne. So enthält Cod. lat. Mon. 14456, der dem IX. Säkulum

Fig. 2.

angehört, ein Schema, welches im Katalog irrtümlich auf astronomische Gegenstände bezogen wird, welches aber in Wirklichkeit ausweislich unserer dasselbe getreu wiedergebenden Fig. 2 Distinktionen enthält, die sowohl bezüglich der Wissenszweige an und für sich als auch speziell bezüglich der Reihenfolge im Quadrivium auf einen Sonderstandpunkt des zeichnenden Mönchs hindeutet. Aus einer etwas spätern Zeit — cod. lat. Mon. 14401 ist seinem Alter nach schwer bestimmbar, ward aber vielleicht doch schon im X. Jahrhundert zusammengeschrieben — stammt ein Zeugnis dafür, dafs manche damals bereits die Mathematik für eine Naturwissenschaft hielten. Fol. 154 ff. unterhalten sich ein Lehrer und sein Schüler über Philosophie. »Magister. Prima phisice species arithmetica nuncupatur. id est numerorum disciplina. Graeci enim numerum rihtmon appellant... Secunda vero phisice species geometrica graece verum mensura latine nuncupatur... Tercia vero species quae musica nuncupatur... Quarta vero phisice species astronomia id est astrorum lex nuncupatur«. Der unbekannte Schreiber vertritt dieselbe Ansicht, welche auch der vielgelehrte Ermenrich in dem berühmten Briefe kundgibt, den er aus seiner Abtei Ellwangen nach dem

* Siehe auf Seite 31, Note 1.

Staatsmänner, Hofleute und Damen mufsten es sich gefallen lassen, der Hauptsache nach gemäfs der für Kleriker aufgestellten Maximen unterrichtet zu werden, nur wurde ihrethalben dem Unterricht noch ein Element beigefügt, welches einen minder ernsten Charakter trug und uns demnächst Stoff zu einer interessanten Zwischenbetrachtung darbieten wird.

geliebten St. Gallen schrieb. In »Ermenrici Epistola ad Grimoldum Archicapellanum« (ex codice Sancti Galli membranaceo 265 P. 3—91 ed. E. Dümmler, Halis Saxonum 1873, S. 6) liest man folgende Sätze: «Porro sapientiam veteres philosophiam vocaverunt, id est omnium rerum divinarum atque humanarum scientiam. Hujus etiam sapientiae III partes esse confirmantes: physicam, aethicam, logicam. Physis namque dicitur natura, et physica naturalis, quae natura omnium rerum et contemplatione disputat. Aethys grece dicitur mos latine, et aethyca moralis, quae in actione et causa recte vivendi versatur. Logys (sic) grece latine ratio, logyca etiam rationalis dicitur, quae ad discernendum verum a falsis disponitur. Item physica dividitur in arithmeticam, astronomiam, astrologiam, mechanitiam, medicinam, geometricam, musicam. Arithmetica est numerorum sciencia. Astronomia est lex astrorum, qua oriuntur et occidunt astra. Astrologia est astrorum ratio et natura ac potestas caelique conversio. Mechanitia est peritia fabricae artis in metallis et lignis atque in lapidibus. Medicina est sciencia curationum ad temperamentum et salutem corporum inventa. Geometrica est disciplina mensurandi spatia et magnitudines corporum seu locorum habens diversorum. Musica est divisio sonorum et vocum varietas et modulatio canendi. Item logyca dividitur in dialecticam et rhetoricam.« — Aus dem X. Jahrhundert stehen uns Dokumente zu Gebote von seiten des Walther Spirensis und der Nonne Hrotsvitha von Gandersheim. Der Erstgenannte bezeichnet in Vers 123 seiner »Vita et passio Sancti Christophori Martyris« die sechs Hauptwissenschaften als die »Senae sorores«; es sind dies Dialektik, Rhetorik, Rhythmik (s. o.), Mathematik, Musik und Astronomie. Die Grammatik erscheint ihm als die zu allem vorbereitende Hilfsdisziplin unwürdig, in den hehren Kreis mit aufgenommen zu werden; auffallend ist die im Mittelalter sonst ganz ungewöhnliche Identifizierung von Mathematik und Geometrie. Dagegen ist bei Hrotsvitha, die ihre Kenntnisse nach eigener Angabe den Römern Boethius, Marcianus Capella, Macrobius, Cassiodorius und Censorinus («De die natali») verdankt, auch die strenge Teilung des «Quadriviums» die mafsgebende; genannt wird es an einer Stelle in ihrem Schauspiel «Paphnutius» deshalb so «quia, sicut a quadruvio semitae, ita ab uno philosophiae principio harum disciplinarum prodeunt progressiones rectae» (Barack, Die Werke der Hrotsvitha, Nürnberg 1858. S. 239 ff.). Lediglich einen Stellentausch vollziehen Musik und Geometrie bei Froumond von Tegernsee, einem in den litterarischen Bewegungen seiner Zeit oft genannten Mönch, vielleicht Dichter des »Ruodlieb.« Von ihm fand Schepss (Handschriftliche Studien zu Boethius De consolatione philosophiae, Würzburg 1881. S. 15) in einem Mailinger Manuskripte die nachstehend eingerückten Verse:

»Primus grammaticae fitulus reseratur idalmae;
Post hanc Rhetoricae panduntur lymnata clarae;
Lepidulis verbis dominam dialectica fatur.
Ruminat adprime verborum arithmetica karpos;

Begonnen ward jedenfalls mit den vier Spezies, von denen jedoch aller Wahrscheinlichkeit nach die Division sehr zu kurz kam. Erstlich nämlich ist sie wirklich bei dem ungelenken Rechnen mit den römischen Zahlzeichen schwer zu handhaben; schon die Multiplikation war langwierig, wie aus dem im Sinne Alkuins durchgeführten Exempel (235 . 4 = 940)

Pracmata multa refert sibimet Geometrica pulsans;
Musica perpulchrum profert sistemate cantum;
Celestem mathesin percurrit et astronomia.»

Die Umstellung ist hier freilich vielleicht blofs durch Gründe der Prosodie bedingt. (Vgl. jedoch wegen letztern Punktes in Note 135 die Ansichten Gunzos.) Dagegen differiert wieder in etwas das Lehrgedicht des Walther von Chatillon (eigentlich von Lille), dessen Handschriften unlängst von Peiper verglichen und kollationiert worden sind (Peiper, Fortolfi Rhythmimachia, Abhandl. z. Gesch. d. Math., 3. Heft, S. 167 ff.). Die Wissenschaften, deren gemeinsamen Ursprung der Dichter auf Pythagoras zurückführt, werden in drei Versen charakterisiert:

»In fronte nituit ars astrologica;
Dentium seriem regit grammatica;
In lingua pulcrius vernat rhetorica;
Concussis estuat in labris logica.
Est arithmetica digitis socia;
In causa musica ludit arteria;
Pallens in oculis stat geometria,
Quclibet artium vernat vi propria.
Est ante ratio totius ethice;
In tergo scripte sunt artes mechanice . . . « —

Gehen wir zu den folgenden Jahrhunderten über, so begegnet uns wieder in einem Kodex von Maihingen eine zwischen derjenigen Ermenrichs (s. O.) und derjenigen der strengen Romanisten in der Mitte stehende Anschauung; die wahrscheinlich aus dem Ende des XIII. Säkulums stammende Handschrift handelt «De motibus planetarum», beginnt aber mit einer generellen Einleitung: «Primus physice magister ipsius negotium in prima tria genera dispertit, quorum primum divinum nominavit, secundum mathematicum et tertium naturale.» Ein etwas späteres Manuskript derselben Bibliothek läfst dagegen in einem «De septem artibus liberalibus tractatus» alles beim alten und stellt nur die Musik vor die Arithmetik. Auch verliert sich späterhin hie und da der altehrwürdige Name Quadrivium; vgl. z. B. Cod. lat. Mon. 14684. fol. 52 ff.: «Incipit liber theoreumacie.» Originell ist wie häufig der alte Bamberger Domschulmeister Hugo von Trimberg; ihm sind als echtem Schulpedanten die höheren Wissenschaften doch nur Töchter der Grammatik:

». . . Gramatica, von der die flamme
Gotes liebe wird entzundt,
Die sie gelerten heren kundet,
Die hat sechs töchter in ihrem krame . . . «

(Der Renner; ein Gedicht aus dem XIII. Jahrhundert, verfafst durch Hugo von Trimberg, Bamberg 1833. Vers 16436 ff.). In dem Betriebe der Universitätsstudien behauptet die alte Rangordnung ihren Platz; Belege sind u. a.

(CC + XXX + V) × IV = DCCC + C + XX + XX = DCCCCXL

hervorgehen mag. Zum zweiten aber fiel jener wichtige Teil der Lehre vom Dividieren, welcher vom Bruchrechnen handelt, so gut wie ganz weg, da der römische Minutienkalkul doch unter allen Umständen einen Unterrichtsgegenstand für Fortgeschrittene bildete. Jedenfalls mufste Alkuin seinen Zuhörern auch einige Übung in jenen Operationen verschaffen, welche man heute als Auflösung einer linearen Gleichung bezeichnet; wie er dabei verfuhr, bleibt uns freilich ein Rätsel. Nunmehr mochte das nötige über theoretische Musik und über Geometrie eingeschaltet werden; hinsichtlich der letztern blieb man jedenfalls bei den wichtigsten Definitionen und bei den Vorschriften zur Inhaltsberechnung gewisser Grundgebilde stehen.

Henry d' Andelys «Schlacht der freien Künste» (Bourgeat, Étude sur Vincent de Beauvais, Paris 1856), die Logik des Nikolaus Dorbellus, worin die nach Prantl (Geschichte der Logik im Abendlande, 4. Band, Leipzig 1869. S. 175) vielfach auswendig gelernten Gedächtnisverse

»Gram loquitur, Dia verba docet, Rhet verba colorat,
Mus canit, Ar numerat, Ge ponderat, As colit astra«

enthalten sind, ferner der von Petrus Pictaviensis dem Peter von Clugny erteilte poetische Lobspruch

»Musicus, astrologus, arithmeticus et geometra
Grammaticus, rhetor et dialecticus est,«

und endlich das nach Ambros in Cod. J. G. 11 der Prager Universitätsbibliothek zu findende Gedicht auf die Erfurter Gelehrsamkeit. Freilich liefen Ausnahmen auch hier mit unter; so führt z. B. das Kölner Fakultätssiegel von 1489 als zu den »Artes« gehörig die sieben Wissenschaften Metaphysica, Physica, Mathesis, Logica, Rhetorica, Poesis, Grammatica auf (v. Bianco, die alte Universität Köln und die spätern Gelehrtenschulen dieser Stadt, 1. Teil, Köln 1855. S. 176), und Zimmermann zufolge (Ratpert, der erste Züricher Gelehrte, Basel 1878. S. 62) war nach einer Wiener Papierhandschrift das System der Wissenschaften dieses:

Philosophia.
Ethica. Physica. Logica.
Arithmetica. Musica. Geometria. Astronomia. Astrologia. Mechanica. Medicina.

Wie man sieht, ist dasselbe kein anderes, als das von Ermenrich aufgestellte. Wieder ein etwas anderes Bild gewährt des Honorius Schrift »Von der Verwaisung der Seele und von ihrem Vaterlande und von der gröfsern und kleinern Leiter zum Himmel.« In 10 Etappen steigt die Seele zum Himmel auf; diese sind: Grammatik, Rhetorik, Dialektik, Arithmetik, Musik, Geometrie, Astronomie, Physik, Mechanik, Ökonomik (!). — Grofse Ähnlichkeit damit hat auch das fein ausgeklügelte Wissensschema des Gregorius Reysch, der zum Schlusse des XV. Jahrhunderts gewissermafsen noch einmal die scholastische Kunst der Divisionen und Subdivisionen leuchten lassen wollte. In dem Abdruck von 1503 ist das stolze Gebäude der Wissenschaft als ein Turm dargestellt, in dessen viertem Stockwerk die arithmetischen und geometrischen Disziplinen wohnen; weiterhin aber begegnen wir der folgenden, hinsichtlich des Quadriviums noch völlig den Standpunkt Alkuins repräsentierenden Tafel:

Nicht unwahrscheinlich ist es auch, dafs, da doch die Begriffe »Geometria« und »Geographia« damals noch sehr wenig genau gegen einander abgegrenzt waren, einige Exkurse auf Erdkunde hier mit unterliefen. Material hiezu war am Kaiserhofe vorhanden; der Chronist Einhard erzählt mit Bewunderung von den auf wertvolle Tische gravierten Landkarten, welche sein Schutzherr besafs*), und zudem leistete der stete Verkehr mit fremden Gesandtschaften jeden nur möglichen Vorschub. Hierauf folgte die mit besonderer Vorliebe gepflegte Astronomie, und dafs an diese die alle früheren Wissensteile zusammenfassende Festrechnung, gewissermafsen als Krönung des Ge-

Philosophiae partitio.

- Philosophia dividitur in
  - theoricam sive speculativam
    - Et est aut
      - Realisque rursus in
        - Metaphisicam — Divinitus inspirata est theologia vera in veteri ac novo testamento tradita. Humanitus acquisita quam Aristoteles et Avicenna etc. multis libris scripsere.
        - Mathematicam cujus partes sunt — Arithmetica; Geometria integrantes quadruvium; Musica; Astronomia
        - Phisicam sive naturalem sub qua et medicina theorica continetur et traditur in libris — Phisicorum; De celo et mundo; De generatione et corruptione; Metheororum; Mineralium; De elementis; De anima; De animalibus et plantis; De sensu et sensato; De memoria et reminiscentia; De somno et vigilia
  - practicam que est aut
    - Rationalis cujus partes sunt
      - Grammatica — De juventute et senectute
      - Rhetorica et — De respiratione et inspiratione
      - Logica constituentes trivium — De nutrimento et nutribili; De sanitate et egritudine
    - Activa que traditur in
      - Ethica — De motu cordis
      - Politica — De motu et vita et aliis hic praetermissis
      - Economica — Sub his utrumque jus continetur
      - Monastica
- Factiva cujus partes sunt artes Mechanicae sex
  - Lanificium
  - Armatura
  - Navigatio
  - Venatio
  - Medicina
  - Theatrica

* Siehe auf Seite 31, Note 2.

bäudes, sich anreihte, ist durch ein Gedicht Alkuins[3] sichergestellt. Ob die Übung im Auflösen mathematischer Scherzfragen erst dann ihren Anfang nahm, wenn die eigentlich strenge Wissenschaft ihre Erledigung gefunden hatte, oder ob durch solche Intermezzos bereits die Trockenheit der regelmäfsigen Lehrstunden gemildert wurde, wissen wir nicht zu sagen. Eine grofse Rolle spielten dieselben jedenfalls in Alkuins System.

8

Die Aufgaben zur Verstandesschärfung und die Scherzrätsel im Mittelalter überhaupt.

Allgemein wurde dem Alkuin von je die Autorschaft einer Schrift zugeschrieben, welche den Titel »Propositiones ad acuendos juvenes« führt und gewifs auf ein sehr hohes Alter Anspruch machen kann. Die Frage nach der Echtheit ist von M. Cantor einer gründlichen Prüfung unterzogen worden, auf deren Ergebnis wir uns hier be-

Dies war also das gesamte Wissen von weltlichen und göttlichen Dingen, welches zu Beginn der Neuzeit bei fleifsigem Studium an einer Hochschule erworben werden konnte. — Aufserhalb Deutschlands, so zumal in Italien, scheint sich das Quadrivium das ganze Mittelalter hindurch noch reiner erhalten zu haben, als in Deutschland. Ja selbst bei den Byzantinern dürfte der Studiengang ein ähnlicher gewesen sein, wenigstens wird (Büdinger, a. a. O., S. 49) in dem altslavischen Leben des Cyrillus erzählt, der Heilige habe zuerst in drei Monaten Grammatik, hierauf bei einem gewissen Leo die Geometrie und die nötige Kunde vom Homer, zuletzt aber Rhetorik, Arithmetik, Astronomie und Musik erlernt.

[1] Paulsen, Geschichte des gelehrten Unterrichtes auf den deutschen Schulen und Universitäten vom Ausgang des Mittelalters bis zur Gegenwart mit besonderer Rücksicht auf den klassischen Unterricht, Leipzig 1885. S. 11.

[2] Einhardi Vita Caroli Magni, ed. Pertz, Hannover 1845. S. 31. Von einem dieser Tische heifst es: »totius mundi descriptionem subtili ac minuta figuratione complectitur.«

[3] »Ast alios fecit praefatus nosse magister
Harmoniam coeli, solis lunaeque labores,
Quinque poli zonas, errantia sidera septem,
Astrorum leges, ortus simul atque recessus . . .
Paschalique dedit sollemnia certa recursu.«

Specht, a. a. O., S. 136 ff. Wir bemerken hiezu, dafs Alkuins Geschäft nicht blofs ein didaktisches, sondern dafs er gewifs auch der eigentliche Kalendermacher in der kaiserlichen Pfalz war. Ehe beide Männer zusammengekommen waren, hatte Karl als Berater in chronologischen Dingen einen andern Engländer, namens Godescalc (Gottschalk), gehabt. Das Kalendarium, welches letzterer anfertigte, gehört gegenwärtig zu den Kimelien des Louvre-Museums; beschrieben hat es Heis (Kalendarium und Ostertafel Karls des Grossen, Neue Folge der Wochenschr. f. Astr., Meteor. u. Geogr., 6. Jahrg. S. 289). Die Hauptdaten des Jahres sind darin noch nach Isidor von Sevilla angesetzt, und es

ziehen müssen[1]. Es fand sich, dafs allerdings ein direkter Beweis für die Behauptung, Alkuin sei selbst der Verfasser, nicht geliefert werden kann, dafs aber auch andererseits keinerlei innere Gründe gegen die Authentizität der jedenfalls schon vor dem Jahre 1000 zusammengestellten Beispielsammlung sprechen, und dafs deshalb Abt Frobenius wohl in dem Rechte war, jene in seine Gesamtausgabe Alkuinscher Werke aufzunehmen[2]. Alles in allem verhält es sich in diesem Falle ganz ähnlich wie mit dem »Ochsenproblem« des Archimedes: mehr und mehr kommen alle berufenen Forscher zu der Überzeugung, dafs dasselbe viel zu sehr im archimedischen Geiste gehalten sei, um nicht der Tradition Recht geben und die Urheberschaft des grofsen Mathematikers aufrechterhalten zu können.

Um nun zu dem Inhalt der »Propositiones« überzugehen, so ist derselbe ein sehr mannigfaltiger. Manche der dargebotenen Aufgaben sind gewöhnliche Rätsel, zu deren Auflösung es keiner anderweiten Kenntnisse bedurfte, Rätsel, die wohl auch in der Jetztzeit noch als hübsche Gesellschaftsspiele aufgegeben zu werden pflegen. So z. B. die Frage, wie ein Wolf, eine Ziege und ein Krautskopf über einen Flufs zu befördern wären, wenn auf der Fähre neben dem Fergen selbst nur noch Ein Individuum unterzubringen ist, und wenn weder Wolf und Ziege, noch auch Ziege und Krautskopf für einen Augenblick allein gelassen werden dürfen. Dafs gerade dieses Kunststück im Mittelalter viel Anklang fand, werden wir weiter unten an einer Variante desselben erkennen. Andere Aufgaben dagegen tragen einen mathematischen Charakter, und der Lehrmeister, der solche dem Kreise seiner Scholaren vorlegte, mufste auch dafür Sorge tragen, Lösungsmethoden an die Hand zu geben. No. 8 stellt die Aufgabe, die Zeit zu bestimmen, in welcher ein Gefäfs durch zwei Röhren

ist deshalb anzunehmen, dafs von Alkuin die Korrekturen vorgenommen wurden, welche das gerade in diesem Punkte besonders grofse Ansehen des verehrungswürdigen Beda erforderte.

[1] Cantor, Vorlesungen etc. S. 715 ff.; Werner, Alkuin, S. 18 ff. S. 35 ff. Von dem letztern wird namentlich betont, dafs die Neigung zum Rätselraten eine echt angelsächsische war, dafs Alkuin dafür bekannt war, die Einstreuung scherzhaft-ernster Fragen in seinen Unterricht zu lieben. Epistel 112 des mehrfach zitierten Briefwechsels kann ebenfalls als Zeugnis dienen, denn dort schreibt Alkuin: »Misi aliquas figuras arithmeticae subtilitatis laetitiae causa.« Aus der Handschrift selbst, die sich vermutlich jetzt in Karlsruhe befindet (Cantor, Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmefskunst, Leipzig 1875. S. 139 ff.) läfst sich gar kein Schlufs für oder wider ziehen, da sie von einem ziemlich ungeschickten Abschreiber herrührt.

[2] Alcuini Opera, ed. Frobenius, tom. II. S. 440 ff.

gefüllt wird, wenn man die Zeiten kennt, welche jede einzelne Röhre für sich hiezu braucht[1]. Die Inhalte drei- und viereckiger Felder werden auf Grund der nämlichen irrtümlichen oder doch wenigstens nur unter gewissen Bedingungen richtigen Vorschriften bestimmt, deren sich bereits die römischen Agrimensoren der Kaiserzeit (Frontinus, Nipsus, Epaphroditus u. s. w.) zum gleichen Zwecke bedient hatten. Noch merkwürdiger in seinen Anklängen an die antike Juchartausmessung ist eine Kreisberechnung, bei welcher in sehr roher Näherung $\pi = 4$ statt $= 3{,}1416$ gesetzt wird. Gleichungen in Texteseinkleidung kommen, wie schon erwähnt, mehrfach vor, so z. B. die bekannte zählebige Geschichte von dem den Hasen verfolgenden Hund[2], welche noch heute auf der Tagesordnung unseres algebraischen Unterrichts steht und, allerdings mit einigen Erschwerungen, noch immer in den Sammlungen eines Meyer Hirsch u. a. ihren Platz behauptet. Oder[3]: Ein Wanderer begegnet einer Anzahl Schulknaben und fragt einen derselben, wie viel ihrer wären. Nimm unsere Anzahl doppelt, antwortet jener, multipliziere sie dann nochmals mit 3, dividiere das Produkt durch 4 und zähle 1 hinzu, dann bekommst Du 100. Alle diese Aufgaben führen auf bestimmte Gleichungen; bei einer Aufgabe jedoch mufs sogar der Lernende mit der Behandlung eines Systems von zwei unbestimmten (diophantischen) Gleichungen vertraut sein; es sollen nämlich 100 Scheffel unter 100 Personen, Männer, Weiber und Kinder, derart verteilt werden, dafs der Mann 3, das Weib 2, das Kind $1/2$ Scheffel erhält[4].

[1] Diese »Brunnenaufgaben« sind ein unverwüstliches Inventarstück der Mathematik; sie waren ebensowohl den Indern wie dem Heron Alexandrinus (um 100 v. Chr.) bekannt.

[2] »De cursu canis ac fuga leporis« (im Original anagrammatisch verstellt). Der Hase ist dem Hund um 150 Fufs voraus; ein Hasensprung mifst 7 Fufs, ein Hundesprung 9 Fufs. Nach wie viel Sprüngen hat der Hund den Hasen eingeholt? Bezeichnen wir die vom Hasen noch zu durchmessende Strecke mit x, so haben wir:

$$\frac{x}{x + 150} = \frac{7}{9},\ 2\,x = 150.\ 7,\ x = 75.\ 7,$$

somit sind $\frac{x}{7} = 75$ Sprünge erforderlich. Auch in diesem Falle ist eine geschichtliche Kontinuität nachweisbar; man braucht sich blofs der altindischen »Aufgabe der beiden Kuriere« (Cantor, Vorlesungen, S. 528) zu erinnern.

[3] $$\frac{6\,x}{4} + 1 = 100,\ 6\,x = 396,\ x = 66.$$

[4] Die beiden Gleichungen sind (x, y, z resp. Anzahl der Männer, Weiber, Kinder):

Auch eine arithmetische Progression einfachster Beschaffenheit wufste Alkuin — oder derjenige, den wir für Alkuin halten — zu summieren (No. 42); nicht minder verstand er sich auf jenen Teil der elementaren Arithmetik, welcher gewöhnlich Teilungs- oder Gesellschaftsrechnung heifst, denn er gibt richtig an, dafs, wenn die Zahl 8000 im Verhältnis von 2 : 3 geteilt werde, die beiden Bestandteile 3200 und 4800 sein müssen. Völligen Schiffbruch erleidet der Autor dagegen bei einer Frage über Erbteilung; weniger deshalb, weil sein mathematisches Wissen zur Bewältigung nicht ausgereicht hätte, als deshalb, weil er, mit all seinen Rechtsanschauungen auf germanischem Boden wurzelnd, die Bedingungen der Fragestellung nicht klar erfafst hatte[1].

Das nach Alkuin benannte Werkchen, von dessen Inhalt soeben gesprochen wurde, ist wohl in Deutschland das erste seiner Art, aber keineswegs das letzte, vielmehr hat die von ihm ausgehende Anregung noch sehr lange fortgewirkt. Beweis hiefür ist u. a. ein dem IX. Jahrhundert angehöriges Frag- und Antwort-Gespräch, das angeblich zwischen Alkuin und einem kaiserlichen Prinzen geführt ward, und in welchem neben andern Fragen, die auf dialektische Übung und Schlagfertigkeit des Ausdrucks abzielen, besonders auch allerlei astronomisches vorkommt[2]. Nach Werner[3] hat Alkuin sein Material zu kosmographischen Fragen nach dem griechischen

$$x + y + z = 100,$$
$$6x + 4y + z = 200.$$

Durch Subtraktion ergibt sich eine gewöhnliche diophantische Gleichung mit zwei Unbekannten, und schliefslich erhält man allgemein

$$x = -1 + 3b,\ y = 35 - 5b,\ z = 66 + 2b.$$

Es gibt sonach sechs Lösungen in ganzen positiven Zahlen, nämlich die folgenden:

b	x	y	z	b	x	y	z
1	2	30	68	4	11	15	74
2	5	25	70	5	14	10	76
3	8	20	72	6	17	5	78

Von diesen sechs Wertsystemen kennt das Original nur das vierte; ein Beweis dafür, dafs die Auflösung nicht auf eigentlich methodischem Wege erfolgte. Fast genau dieselbe Aufgabe machte im XIII. Jahrhundert als »Problem der Vögel« viel Aufsehen unter den Fachmännern (Cantor, Math. Beitr. etc., S. 347).

[1] In einem Werke des römischen Juristen Salvianus Julianus, der unter Kaiser Antoninus Pius lebte, kommen ähnliche Anordnungen des Erblassers vor (Cantor, Die röm. Agrimensoren, S. 146 ff.).

[2] Wilmanns, Disputatio regalis et nobilissimi juvenis Pippini cum Albino scholastico, Zeitsch. f. deutsches Altertum, 14. Band. S. 530 ff. Neben dem in der Aufschrift genannten Zwiegespräch läuft noch ein zweites her zwischen Epiktet und Hadrian.

[3] Werner, a. a. O., S. 18.

Muster eines gewissen Secundus gebildet, der in den ersten Jahrhunderten nach Christus lebte. — Eine Anzahl solcher »Rechenrätsel«, wie sie später noch umliefen, hat Hagen gesammelt, zugleich dabei konstatierend, dafs dieselben grofsenteils der lateinischen »Anthologie« entnommen sind. Insbesondere Kodex No. 611 der Berner Universitätsbibliothek ist reich an Scherzaufgaben dieser Art, die, ähnlich wie bei Alkuin, im wesentlichen auf einfache Gleichungen und Progressionen führen[1]. Aus der Mitte des XIII. Jahrhunderts aber ist uns eine Rätselsammlung aufbewahrt, deren aufser eben von Hagen und von ihrem Herausgeber, soweit wir wissen, nirgends erwähnt wird, und die doch entschieden an Wichtigkeit alle ihre Konkurrentinnen überragt. Wir meinen die sehr merkwürdigen Angaben in den von Lappenberg herausgegebenen »Annales Stadenses«: ». . . Eodem tempore sederunt duo juvenes literati, curiales et curiosi, in vigilia nativitatis Domini inter se invicem per problemata disceptantes. Unus Firri, alter Tyrri vocabatur«. Die beiden Herren scheinen, ihrer Lieblingsbeschäftigung nach zu schliefsen, in der That ein ziemliches Mafs von Findigkeit besessen zu haben, wie einige Beispiele zeigen mögen[2]. Wir gehen wohl nicht zu weit, wenn wir annehmen, dafs derartige geistige Exerzitien keiner der besser eingerichteten Klosterschulen gefehlt haben dürften.

Auch noch in einer andern Hinsicht kam die dem deutschen Volke von altersher eigentümliche Neigung zur Verbindung von Ernst

[1] H. Hagen, Antike und mittelalterliche Rätselpoesie, Biel 1869. S. 29 ff. Nr. 1063 verlangt z. B. die Bestimmung der Menge von Tauben, welche auf einer Leiter von 100 Sprossen Platz haben, vorausgesetzt, dafs, allgemein gesprochen, auf jeder n ten Sprosse auch n Tauben sitzen. Die Lösung ist die bekannte: $(1 + 100).\frac{100}{2} = 5050$.

[2] Man findet die hier gemeinten Stellen in den »Monumenta Germaniae historica« (ed. Pertz, Scriptorum tomus XVI, Hannoverae 1859. S. 332 ff.). Firri fragt den Tyrri: Wie alt bin ich jetzt? Wenn ich nochmal so lange lebe, als ich schon lebe, und dann wieder nochmal so lang und dann noch einhalbmal so lang und endlich noch einviertelmal so lang, so zähle ich hundert Jahre. Es ist $x + x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 100$, $x = 26\frac{2}{3}$ — wohl einer der ersten Fälle, in welchem das Resultat eine gemischte Zahl wird. »Iterum Firri ait: Tres erant fratres in Colonia, habentes 9 vasa vini. Primum vas continet 1 amam, secundum 2, tertium 3, quartum 4, quintum 5, sextum 6, septimum 7, octavum 8, nonum 9. Divide vinum illud aequaliter, inter illos tres, vassis inconfractis. Faciam, ait Tyrri. Seniori do primum, quintum et nonum, et habet 15 amas. Medio do tertium, quartum et octavum, et habet similiter 15. Juniori autem do secundum, sextum et septimum, et illo etiam sic habente 15, divisum est vinum, vasibus non confractis«. Diese Aufgabe läfst auch noch eine andere

und Scherz zum deutlichen Ausdruck. Durch Kelles Forschungen* sind wir darüber belehrt worden, dafs man im Mittelalter schon ebenso emsig sich mit Schachaufgaben beschäftigte, wie dies in manchen Kreisen heute noch geschieht.

9

Pallastschulwesen und mathematische Studien unter Karls Nachfolgern.

Alkuin war gestorben, so reich an Verdiensten, dafs man ihm wahrlich keine falschen anzudichten braucht*, und ein Jahrzehnt

Auflösung zu und gewinnt ein höheres Interesse durch die Erwägung, dafs sie identisch ist mit der Aufgabe, ein magisches Quadrat von neun Zellen anzufertigen, wie ein solches in Fig. 3 dargestellt ist.

Fig. 3.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Wie man sieht, kann die Forderung Tyrris durch 8 Anordnungen befriedigt werden, denn es ist $2+7+6=2+9+4=9+5+1=7+5+3=6+1+8=4+3+8=2+5+8=6+5+4=15$, und weil je drei Anordnungen der Dreizahl der Brüder entsprechen, so ist noch eine zweite vollständige Lösung vorhanden. Man könnte sagen: Firri wählt die drei Horizontalreihen, man könnte aber ebensogut auch die drei Vertikalreihen nehmen, während von den Diagonalreihen, da dieselbe Zahl nicht zweimal vorkommen darf, Abstand zu nehmen ist. Im deutschen Mittelalter scheint allerdings die Beschäftigung mit magischen Quadraten noch nicht nachgewiesen zu sein, aber die Araber waren damit vertraut, und schon bei Albrecht Dürer begegnet uns ein komplizierteres Zauberquadrat, als es das obige ist (Günther, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, Leipzig 1876. S. 191 ff. S. 215 ff.). — Häufig wird in den Unterredungen der beiden Freunde auch verlangt, man soll sich eine Zahl denken, mit dieser allerhand Umformungen vornehmen und das Resultat sagen. Wie man dann die ursprüngliche Zahl fand, mag auch aus Schwenters »Deliciae mathematico-physicae« (Nürnberg 1636. S. 1 ff.) ersehen werden, denn eigentliche Algebra wird hier so wenig angewendet, wie im Jahre 1240. — Endlich sei daran erinnert, dafs auch die harte Nufs Alkuins von Wolf, Ziege und Krautskopf von Firri in verbesserter Auflage dem Tyrri zum Knacken vorgelegt und auch geknackt wird: Drei Männer, Bertold, Gerhard, Roland kommen mit ihren Frauen Berta, Greta, Rosa an ein Wasser, über welches nur ein Kahn mit zwei Plätzen führt; da alle einander nicht viel gutes zu-

* Siehe auf Seite 37, Note [1] und [2].

später folgte ihm sein kaiserlicher Gönner im Tode. Dessen Nachfolger war ein Mann, der vielfach unrichtig beurteilt worden ist, dem namentlich nachgesagt zu werden pflegt, es habe ihm jeder Sinn für das wissenschaftliche Streben gemangelt, welches seinen Vater auszeichnete. Besonders durch Wattenbach[3] ist dieses Vorurteil zerstreut worden; Ludwig der Fromme hatte persönlich Freude an der Litteratur, er war auch sonst nicht der Kopfhänger, als welchen man ihn schildern hört, sondern ein tüchtiger Jäger und nicht ungeübt im Waffenwerk. Dafür, dafs er sich für Astronomie interessierte, besitzen wir sogar den urkundlichen Nachweis. Das Leben des Kaisers ward nämlich von einem gelehrten Kleriker beschrieben, dessen Name nicht bekannt ist, der aber von den Historikern schlechtweg als der »Astronom« bezeichnet wird, weil er keine Gelegenheit versäumt, in seine Schilderung der Zeitgeschichte Belehrungen aus dem Gebiete jener Wissenschaft einzuflechten[4]. So erzählt er auch einmal, es sei plötzlich ein Komet erschienen, das sei dem für alle solche Dinge die lebhafteste Teilnahme hegenden (»studiosissimus«) Kaiser mitgeteilt worden, und da habe derselbe sofort ihn, den Schreiber dieser Zeilen, zu sich kommen lassen, um mit ihm, der als Fachmann gelte, noch vor dem Schlafengehen über das neue

trauen, wie ist es anzufangen, dafs jeder Gatte stets seine Gattin unter Augen behält?

[1] Kelle, Schachaufgaben aus dem XIV. Jahrhundert, Zeitschr. f. d. Altert., 14. Band. S. 179 ff. Nach einer bestimmten Anzahl von Zügen soll das Matt erzwungen werden.

[2] Wir denken hiebei an die früher verbreitete Meinung, Alkuin sei als der Gründer der Universitäten Pavia und Paris anzusehen. Vgl. Quetelet, Histoire des sciences mathématiques et physiques chez les Belges, Bruxelles 1871. S. 23 ff.

[3] Wattenbach, Deutschlands Geschichtsquellen im Mittelalter bis zur Mitte des XIII. Jahrhunderts, Berlin 1858. S. 112 ff.

[4] Der »Astronom«, der sonst auch »Regis Ludovici domesticus« heifst, bringt mancherlei bemerkenswerte Nachrichten über Himmelserscheinungen und wird deshalb schon in Keplers »Astronomiae pars optica« (Kap. 8) zitiert. Unter dem geschichtlich-astronomischen Gesichtspunkt finden wir seiner zuerst gedacht in Weidlers »Historia astronomiae« (Vitebergae 1741. S. 277) und in der anonymen »Geschichte der Astronomie« (1. Band, Chemnitz 1792. S. 108). Neuerdings hat v. Sybel die Möglichkeit angedeutet und gegen B. Simson vertreten, die karolingische Geschichtschreibung sei nicht direkt von Karl I. selbst ins Leben gerufen worden, von »Reichsannalen« zu sprechen sei nicht im strengen Sinne erlaubt, und es könne wohl auch der mehrerwähnte »Astronom« der Verfasser jener Annalen sein, da sich darin allenthalben derselbe lebhafte Sinn für astronomische und geophysikalische Ereignisse abspiegle. Vgl. v. Sybel, Die karolingischen Annalen, Histor. Zeitschr., (2) 6. Band, S. 260 ff.; 7. Band. S. 411 ff.

Phänomen sich zu unterhalten[1]. Für jenen Teil der Wissenschaften aber, der unmittelbar im Dienste der kirchlichen Einrichtungen stand, mufste sich Ludwig schon seiner bekannten Gefühlsrichtung nach interessieren, und so dürfte sich die ihm nachgesagte Bildungsfeindlichkeit wohl dahin einschränken lassen, dafs er die Neigung des Vaters für die Aufzeichnung heidnischer Lieder und Sprüche aus Gewissensbedenken nicht teilte.

Wenn es somit auch richtig ist, dafs unter Ludwigs Regiment die Hofschule allmählich verkümmerte, so dürfen wir dies weniger ihm, als den von ihm unabhängigen Ereignissen auf die Rechnung setzen. Immerhin wurden auch in diesem Stadium des Niedergangs noch tüchtige Männer von auswärts an den kaiserlichen Hof gezogen, und Ebert hält es beispielshalber für wahrscheinlich, dafs der Irländer Dicuil, der um 825 (?) sein bekanntes kosmographisches Werk und aufserdem einen Komputus verfafste, an der Hofschule eine Stellung bekleidet habe[2]. Auch sonst sind aus Ludwigs Regierungszeit Mafsnahmen zu gunsten des höheren Schulwesens zu verzeichnen: Anno 829 verlangte die Pariser Synode ausdrücklich die Errichtung von mindestens drei »scholae publicae« — »studia publica« waren eben die Disziplinen des Triviums und Quadriviums — in verschiedenen Teilen des Reiches[3]. Ja selbst unter Karl dem Kahlen konnte noch ein Mann wie Heiric durch seine mathematischen Leistungen Anklang und Ansehen finden[4]. —

Jedenfalls zerrifs mit den Karolingern jedes Band zwischen den wissenschaftlichen Tendenzen der Herrscherfamilie und dem Bildungsbedürfnis des Volkes. »Otto I.«, sagt Nitzsch[5], »hatte allerdings den königlichen Hof zur Zentralstelle litterarischer Bildung gemacht, aber diese Bildung selbst war nur auf die Geistlichkeit berechnet und breitete sich auch unter ihm und seinen Nachfolgern nur nach dieser Seite hin aus. Es ist kein irgendwie bedeutender Versuch gemacht worden, wie Karl es gewollt, die Laienwelt für diese Bil-

[1] Ebert, a. a. O., S. 362.

[2] Ibid. S. 392. Die Zeitbestimmung ist von Dicuils erstem Herausgeber Walckenaer. Näheres hierüber bei: Letronne, Recherches géographiques et critiques sur le livre De Mensura Orbis Terrae, par Dicuil, Paris 1814. S. 38 ff.

[3] Specht, a. a. O., S. 36 ff.

[4] Ebert, a. a. O., S. 286. Heiric, in Astronomie und Chronologie wohlerfahren, schrieb einen Traktat über den Planetenlauf und erläuternde Glossen, zum Teil in ironischen Noten, zu Bedas Buch von der Zeitmessung.

[5] Nitzsch, Das deutsche Reich und Heinrich IV., Histor. Zeitschr., (2) 9. Band. S. 31.

dung zu gewinnen«. Wir werden sehen, dafs die Welfenfürsten ihrem Hof stets den Ruhm zu sichern bestrebt waren, ein Asyl für gelehrte Männer und gelehrte Thätigkeit zu sein; Bruno, Otto III. und Heinrich der Löwe[1] zeichneten sich hierin geradezu aus. Auch weifs jedermann, dafs die späteren Staufer mit Begeisterung die Wissenschaft gepflegt haben. Allein nachhaltige Folgen hatten die guten Absichten der Fürsten nicht; wenn wir von der Mitte des IX. Jahrhunderts ab die Verbreitung von Kenntnissen im allgemeinen und von mathematischen Kenntnissen im besondern zu verfolgen wünschen, haben wir vielmehr mit ganz anders beschaffenen Faktoren zu rechnen.

Kap. II.

Der mathematische Unterricht an den Kloster-, Stifts- und Stadtschulen.

10

Die Stellung der Mönchsorden zu wissenschaftlichen Beschäftigungen.

Verbreitet ist die Meinung, dafs die religiösen Orden zur Pflege der Wissenschaften durch ihre Statuten verpflichtet gewesen seien. Dem ist jedoch keineswegs so. Selbst die Benediktiner, die auf wissenschaftlichem Gebiete grofses und unsterbliches geleistet haben, konnten sich, wenn sie solchen Tendenzen huldigten, weniger auf ihre Regel — Benedikt von Nursia erwähnt der Wissenschaften kaum — als auf die seit Cassiodorius allerdings im Orden herrschend gewordene Tradition berufen[2]. Allein selbst noch der grofse Mabillon, der sonst den klösterlichen Studien mit Begeisterung das

[1] Es ist jene Zeit des unruhigen Herzogs gemeint, von welcher es in den Stederburger Annalen (Monum. Germ. hist., tom. XVI. S. 396) heifst: »Ipse etiam licet robore et viribus corporis deficeret, et infirmitas, quae quemlibet hominem deiceret, ipsi accederet, animi sui naturalem virtutem nobiliter regebat, et antiqua scripta cronicorum colligi praecepit et conscribi et coram recitari, et in hac occupatione saepe totam noctem duxit insomnem«. Dafs um diese Zeit auch das naturkundlich-kosmographische Sammelwerk »Aurea gemma« von Heinrichs gelehrten Dienern verfafst wurde, ist gewifs:

»Der herzoge wolde
Daz man ez hieze da
Aurea gemma . . .«

Vgl. »Germania« von Pfeiffer, 17. Band. S. 408 ff.

[2] Specht, a. a. O., S. 42 ff.

Wort redet, will von Mathematik und verwandten Dingen nicht viel wissen[1]. Vergegenwärtigt man sich dies, so wird man die Ursachen leichter verstehen, welche in den späteren Zeiten des Mittelalters auch für viele Benediktinerklöster den Verfall ihres einst so blühenden Schulwesens bewirkten[2].

Wenn wir uns nach andern Orden umsehen, so können wir weder den Prämonstratensern und Cisterciensern, noch auch den Cluniacensern eigentliche Verdienste um die Schule zuschreiben, und

[1] Mabillon, Traité des études monastiques, Paris 1691. S. 250. »La physique peut aussi beaucoup contribuer à cette connoissance« — den Menschen mit seiner Stellung in der sozialen Gemeinschaft bekannt zu machen —, »puisque son principal employ est de considerer les corps en particulier suivant les principes dont ils sont composez. On peut voir sur cela la méthode de Mr. Cailly. Il seroit bon, ce me semble, d'y joindre encore un petit traité de la sphere. Pour ce qui est des experiences de physique, on en peut supposer quelques unes des principales qui ont été faites: mais il n'est pas à propos que des solitaires s'appliquent à ces sortes de curiositez, quoy qu'elles puissent avoir leur utilité. C'est pour la mesme raison qu'il n'est pas non plus avantageux qu'ils se donnent à l'étude des mathématiques. Cette étude conduit trop loin, et ne laisse pas la liberté à l'esprit de se porter aux choses qui sont plus conformes à l'état religieux. Tout le tems qui reste après les exercices communes ne suffiroit pas pour satisfaire l'empressement que l'on a de penetrer toujours plus loin dans ces sortes de sciences, et il faut, quoy qu'il en coûte, avoir beaucoup d'instrumens et faire beaucoup d'expériences, qui dissipent trop, et ne conviennent pas à notre état. Il est bon néanmoins de savoir les principes de la geometrie, et les quatre principales regles de l'arithmetique. Le reste n'est pas nécessaire à des religieux«. Eine ziemlich spiefsbürgerliche Auffassung, von der sich glücklicherweise sehr viele von Mabillons Ordensgenossen weit entfernt haben. Der gelehrte Benediktiner sagt freilich nur dasselbe, was Wilhelm von Auvergne 500 Jahre früher schon in seiner Schrift »De anima« angedeutet hatte: »Dicit unus e majoribus gentis Christianorum, quod arithmetica et geometria, etsi veritatem contineant, non sunt scientiae tamen pietatis.« K. Werner, Wilhelms von Auvergne Verhältnis zu den Platonikern des XII. Jahrhunderts, Sitzungsber. d. phil.-hist. Kl. d. k. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, 1874. S. 119 ff.

[2] Die Studien bildeten eben kein wesentliches, wennschon ein gerne gesehenes und von hervorragenden Äbten auch gepflegtes Element in dieser klösterlichen Gesetzgebung. Vorschriften »de educatione puerorum« finden sich zwar allenthalben vor, so in Lanfrancs »Decreta«, in den »Consuetudines Hirsaugienses«, in den »Consuetudines monasterii Sti. Cucuphatis« in Spanien und in der »Disciplina Farvensis«, allein es handelt sich durchweg um die äufserliche und um die ethische Seite der Erziehung; für das Kloster Montserrat besteht die schon verhältnismäfsig weit gehende Anordnung: »Magister infantium doceat eos legere, scribere et principia artis grammaticae«. Vergl. Migne, Patrol. Lat., tom. CL. S. 506. S. 973. S. 1104. tom. CLXXIII. S. 1135. Studienstatuten im wahren Wortsinn kennt erst das Kloster Fleury. Neuerdings sind (Mélanges d'archéologie et d'histoire, 1884. S. 350 ff.) die Festsetzungen des Generalkapitels der Benediktiner, welches sich 1225 in Angers versammelte, veröffentlicht worden; auch sie schweigen gänzlich vom Studienwesen.

auch die uns hie und da begegnenden Schulen des deutschen und des Johanniter-Ordens waren nur sehr dürftig ausgestattet[1]. Abweichend gestalteten sich die Verhältnisse bei den sogenannten Bettelorden, über welche aus dem unlängst erschienenen Werke Denifles, selbst eines Angehörigen einer dieser Kongregationen, authentische Belehrung zu schöpfen ist[2]. Ziemlich frühzeitig richteten sowohl die Dominikaner als auch die Franziskaner Provinzstudien ein, und in ihnen wurden auch die sieben artes liberales ihrem ganzen Umfange nach gelehrt — jedoch nicht für Alle, sondern nur für eigens Auserwählte. Für das Gros der Klosterzöglinge galt nach den »Constitutiones« von 1225 die unverbrüchliche Vorschrift, dafs sie durch nichts von ihrer Hauptaufgabe, dem Studium der Gottesgelehrtheit, abgezogen werden sollten: »In libris gentilium et philosophorum non studeant, etsi ad horam inspiciant; seculares scientias non addiscant nec etiam artes quas liberales vocant, nisi aliquando circa aliquos magister ordinis vel capitulum generale voluerit aliter dispensare; sed tantum libros theologicos tam juvenes quam alii legant«.

Trotzdem man nach diesen Angaben meinen könnte, weltliche Studien hätten in einem Kloster niemals festen Fufs fassen dürfen, ist der geschichtliche Sachverhalt doch ein ganz anderer, und es tritt hier wiederum recht deutlich zu Tage, dafs aus der Lektüre von Gesetzessammlungen nur ein sehr dürftiger Einblick in die durch jene Gesetze angeblich bestimmten Verhältnisse zu erhalten ist. Die Neigung, zahlreich vorhandene Mufsestunden durch Studien auszufüllen, war eine unausrottbare und bricht immer wieder durch: wenn selbst in dem strengen Karthäuser-Orden ein sehr ins einzelne gehendes Reglement für das Abschreiben von Büchern bestand, oder wenn in der Vereinigung des hl. Gilbert die zur Arbeit in der Küche bestimmte Nonne »zum Troste« den Schlüssel zur Bibliothek erhielt[3], so spricht sich in solchen Zügen eine Freude an geistiger Arbeit aus, die zu dem düstern Ernst der Regel in scharfem Gegensatze steht. Dazu kommt, dafs strebsame Geister nur an geweihter Stätte die Hilfsmittel für ihre Ausbildung fanden, und dafs, wie wir uns weiter oben überzeugten, die Kapitularbeschlüsse hinsichtlich der

[1] H. J. Kaemmel, Geschichte des deutschen Schulwesens im Übergange vom Mittelalter zur Neuzeit, herausgegeben von O. Kaemmel, Leipzig 1882. S. 38.

[2] Denifle, Die Universitäten des Mittelalters bis 1440, 1. Band, Berlin 1885. S. 717.

[3] Diese Details sind entnommen aus Raumers »Gesch. d. Hohenstaufen« (6. Band. S. 355. S. 360. S. 385); sie könnten leicht ansehnlich vermehrt werden.

Ausbildung von Geistlichen sich in erster Linie an die Ordenshäuser der Benediktiner wandten. So mufste es geschehen, dafs etwa zwei- bis dreihundert Jahre lang die Klosterschule zum Range einer Bildungsanstalt ersten Ranges emporgehoben wurde.

11

Die Klosterschule im IX., X. und XI. Jahrhundert.

Schulen, welche mit Klöstern verbunden waren, hatte es bereits unter Karl dem Grofsen mehrfach gegeben, aber erst unter seinem Sohn und Nachfolger bildete sich jene eigenartige Klosterschule heraus, welcher wir diesen Namen zu geben gewöhnt sind. Damals vollzog sich die bewufste Teilung der Lehranstalt in eine innere Schule (schola interior, schola claustri) und in eine äufsere Schule (schola exterior, schola canonica)[1]. Die innere Schule diente dem Kloster als solchem, in ihr wurden junge Leute zu Mönchen herangezogen, während die äufsere Schule für die Bildung der Weltgeistlichen Sorge trug und gleichzeitig auch den Söhnen bemittelter Laien, die sich einem weltlichen Berufe zuwenden wollten, die einzige Gelegenheit zur Erwerbung einer über das gewöhnlichste hinausgehenden Bildung darbot. Unter den sieben Perioden in der Entwicklung des klösterlichen Schulwesens, welche Kaemmel unterscheidet[2], kommt für uns zunächst hier blofs die dritte, die reichst gegliederte und segensreichste von allen, in betracht: »die klösterliche Jugendbildung unter dem Einflusse der Benediktiner seit Karl d. Gr. bis zum Ende des XI. Jahrhunderts«.

Es ist nicht möglich, im einzelnen die Schulen namhaft zu machen, deren sich das damals bekanntlich weit ausgedehnte römische Reich deutscher Nation zu erfreuen hatte; einige Andeutungen müssen genügen. Im eigentlichen Deutschland glänzte besonders hell das altehrwürdige Fulda, wo Winfried begraben liegt; erst im XI. Säkulum ward es an wissenschaftlicher Bedeutung durch das benachbarte Hersfeld (Herolfsfeld) überholt[3]. Hrabanus Maurus in Fulda war im zweiten Viertel des IX. Jahrhunderts nicht blofs die erste Kapazität in allen Fragen des Wissens, sondern auch der be-

[1] Specht, a. a. O., S. 36 ff.

[2] K. A. Schmid, Encyklopädie des gesamten Erziehungs- und Unterrichtswesens, 4. Band, Gotha 1865. S. 60.

[3] Specht, a. a. O., S. 296 ff.

wunderte Lehrer Deutschlands[1]. Daneben blühte auf gallischem Boden die Schule von Tours, die noch immer vom Nachruhm ihres Alkuin (s. o.) zehrte. Da nicht leicht einunddieselbe Bildungsstätte hervorragende Lehrer für jedes Fach besafs, so suchte wohl der nach Universalbildung Strebende mehrere Schulen hinter einander auf, und keine der engherzigen Repressivmafsregeln, von denen die spätere Universitätsgeschichte wimmelt, stellte sich dieser gelehrten Freizügigkeit hindernd in den Weg[2]. Im Süden Deutschlands ragte Reichenau hervor, das bis zum Tode seines trefflichen Abtes Berthold (1088) sich seinen Ruf zu bewahren verstand[3], aber im X. und XI. Jahrhundert mufste es sich doch durch das noch mächtiger aufstrebende St. Gallen einigermafsen in Schatten gestellt sehen. Lange galt die Klosterschule von St. Gallen als die erste Deutschlands, und erst die um 1070 durch Abt Norbert bewirkte Durchführung der Cluniacenser-Reform gab dem Kultus der Schulwissenschaften den Todesstofs[4]; dann freilich geriet das berühmte Kloster so gründlich ins Abwesen, dafs auch die Überlieferung von der guten alten Zeit völlig geschwunden zu sein scheint[5]. Auch der sächsische Norden kam nicht zu kurz; die Klosterschule zu Werden ward durch den ebenso gelehrten als frommen Ludger begründet, der nach der von Altfried verfafsten Biographie $3^1/_2$ Jahre lang den Unterricht des ehrwürdigen Alkuin hatte geniefsen dürfen[6], und an der Weser erreichte Corvey, ein Ableger des picardischen Klosters Corbie, gar bald das nämliche Ansehen, wie die Mutteranstalt[7]. Geradezu einem

[1] Ibid. S. 299; Ebert, a. a. O., S. 120.

[2] Hierauf weist u. a. eine von Hraban berichtete Anekdote hin (Rettberg, Kirchengeschichte Deutschlands, 1. Band, Göttingen 1846. S. 628). Der Abt Ratgar, der sich nachmals zu einem schlimmen Tyrannen auswuchs und deshalb 817 abgesetzt ward, veranlafste seinen Ordensbruder Hraban ausdrücklich, zur weitern Ausbildung noch eine Studienreise nach Tours zu unternehmen, nahm ihm aber bei seiner Heimkehr die mitgebrachten Bücher und Hefte weg!

[3] Specht, a. a. O., S. 313.

[4] Ibid. S. 328.

[5] Vierhundert Jahre später sollte St. Gallen einen Studien-Administrator für das gleichfalls sehr herabgekommene Kloster Pfäffers liefern, vermochte es aber nicht; erst Kloster Einsiedeln war in der Lage, auszuhelfen (v. Arx, Geschichten des Kanton St. Gallen, 3. Band, St. Gallen 1813. S. 87).

[6] Specht, a. a. O., S. 339. Nähere Nachrichten über den in der Geschichte der Pädagogik mit Ehren zu nennenden Mann bei: Krabbe, Geschichtliche Nachrichten über die höheren Lehranstalten in Münster vom heiligen Ludgerus bis auf unsere Zeit, Münster 1852. S. 22 ff.

[7] Specht, a. a. O., S. 341.

Überfluſs an guten Namen begegnen wir in der Klosterliste des eigentlichen Bayern und der angrenzenden bajuvarisch-österreichischen Landesteile[1]: Tegernsee, Wessobrunn, Metten, Benediktbeuern, Polling, Niederaltaich, St. Emmeram zu Regensburg, Freising, Kremsmünster, St. Florian, Admont, Göttweih u. a. m. Aber für diejenigen Teile des Unterrichtswesens, welche uns hier am meisten am Herzen liegen müssen, sind noch wichtiger jene fränkisch-belgischen Klosterschulen geworden, welche an der damals eben sich herausbildenden Scheidegrenze zwischen deutscher und romanischer Zunge lagen: Rheims, Lüttich, Lobach, Stablo, Prüm u. a. werden uns im folgenden öfter unter diesem Gesichtspunkte begegnen[2]. Die Blüte des schwäbischen Klosters Hirschau gehört einer etwas späten Periode an. Wenig nur ist zu sagen von den Hieronymianern[3].

12

Hervorragende Vertreter der Mathematik an den Klosterschulen.

Es kann allerdings nicht unsere Aufgabe sein, die wissenschaftlichen Leistungen berühmter Klostergeistlicher genau in allen Einzelheiten zu verfolgen; dergleichen gehört nicht in die Geschichte der mathematischen Didaktik, sondern in die Geschichte der Mathematik selbst, und in dem von uns oftmals zu zitierenden Werke M. Cantors ist hiefür auch ein trefflicher Grund gelegt. Gleichwohl aber ist die Frage, was und wie gelehrt wurde, von den Personen der Lehrer untrennbar, und der Umstand, daſs in dem von uns betrachteten Zeitraume jeder Gelehrte mit verschwindenden Ausnahmen zugleich auch Lehrer war, berechtigt uns noch mehr dazu, die Stellung der einzelnen uns begegnenden Persönlichkeiten auch zur Geschichte der Wissenschaften ins Auge zu fassen.

[1] Ibid. S. 356 ff.

[2] »Die Lütticher Schule erreicht im XI. Jahrhundert ihren Höhepunkt; sie war der Leben ausströmende Mittelpunkt nicht für Lothringen allein, über ganz Deutschland und bis nach England erstreckte sich ihre Wirksamkeit, auch wohl nach Frankreich« (Wattenbach, a. a. O., S. 285).

[3] Daſs dieser Orden in verschiedenen Zeiten einen gewissen Einfluſs auf das Schulwesen ausgeübt habe, ist wohl unabweisbar, doch scheint es an Zeugnissen dafür zu fehlen. Im XV. Jahrhundert gründeten die Hieronymianer nachweislich ein »studium particulare« für Preuſsen, allein nach Prowe (Nicolaus Coppernicus, 1. Band, I. Teil, Berlin 1883. S. 114) wäre dasselbe nach dem engherzigen Geiste des Ordensstifters Gerhard eingerichtet gewesen, der ausdrücklich vom Betrieb der Arithmetik, Geometrie und Rhetorik abgeraten habe.

Hrabanus Maurus beschäftigte sich selbst so ziemlich mit allen Teilen der Wissenschaft, soweit sie damals existierten; wir besitzen von ihm ein Lehrbuch der Arithmetik und Astronomie in 96 Kapiteln[1], er trieb eifrig Naturlehre und Kosmographie, und für Lothar, den Bruder Ludwigs, besorgte er einen Auszug aus dem Buche des Vegetius über die Kriegskunst[2]. Hraban war sich bereits des Unterschiedes zwischen »Astronomie« und »Astrologie« klar bewufst[3]. Aus der Karolingerzeit sind im übrigen als Klosterlehrer noch besonders Wandalbert[4] und der uns bereits bekannte Heiric zu nennen, der bei Hraban sich ausgebildet hatte, später in Auxerre lehrte und in dem durch seinen Kommentar zum Marcianus Capella erst neuerdings bekannter gewordenen Remigius von Auxerre (gest. 908) einen Schüler hatte[5].

Wenden wir unsern Blick nunmehr nach St. Gallen. Der eigentliche Aufschwung begann daselbst unter Abt Hartmuot (872—883); die mathematischen Studien wurden hauptsächlich durch die beiden Notker, Notker den Stammler und Notker Labeo (um 1000), in Aufnahme gebracht[6]. Mit grofser Achtung werden auch die beiden Vorstände der äufsern und innern Klosterschule (s. o.) genannt:

[1] Migne, Patrol. curs. compl., tom. CVII. Lutetiae 1851, tom. CXXXVIII, ibid. 1853. S. 67 ff. Hier heifst es: »Beati Rabani Mauri Abbatis Fuldensis et Moguntini Archiepiscopi liber de computo«.

[2] Bursian, Gesch. d. klass. Philol., 1. Hälfte. S. 30 ff.

[3] Ebert, a. a. O., S. 133.

[4] Ibid. S. 189. In Wandalbers Martyrologium werden für jeden Tag des Jahres die den einzelnen Stunden zukommenden Schattenlängen des menschlichen Körpers angegeben, so dafs dieser als Sonnenuhr dienen konnte.

[5] Cantor, Vorlesungen etc., S. 723 ff. Wegen der schriftstellerischen Thätigkeit des Remigius ist zu vergleichen: Narducci, Jontorno ad un comento inedito di Remigio d'Auxerre al »Satyricon« di Marziano Capella e ad altri comenti al medesimo »Satyricon«, Bonc. Bull., Tomo XV. S. 505 ff. Die mit Gelehrsamkeit prunkende Worterklärung des Remigius macht freilich einen etwas dürftigen Eindruck.

[6] Gute Nachrichten findet man gesammelt bei: Stälin, Wirttembergische Geschichte, 1. Teil, Stuttgart und Tübingen 1841. S. 400 ff. Notker der Stammler schrieb einen Traktat »De collectione fractorum numerorum«. Der andere Notker war ein vollendeter Polyhistor (Bursian, a. a. O., S. 56); »er war der gefeiertste Lehrer der Stiftsschule (?) von St. Gallen, er verstand Latein, Griechisch und Hebräisch, war bewandert in Theologie, Philosophie, Arithmetik, Sternkunde und Dichtkunst« (Hattemer, Denkmale des Mittelalters, 2. Band, St. Gallen 1846. S. 4). Stälin gibt an (S. 616), von ihm sei die erste Arithmetik in deutscher Sprache, wahrscheinlich eine freie Bearbeitung derjenigen des Boethius, niedergeschrieben worden. Dafs Notker zugleich der Verfasser der ältesten bis jetzt bekannten deutschen Schrift über theoretische Musik ist, bezeugt ausdrücklich

jene Stelle bekleidete Iso, diese der Ire Moengal, von den Brüdern Marcellus genannt[1]. Dem Iso ward allgemein bisher auch das Verdienst zugeschrieben, den gelehrtesten Vertreter St. Gallischen Wissens im ausgehenden IX. und beginnenden X. Jahrhundert, den spätern Abtbischof Salomon, in die Hallen der Wissenschaft eingeführt zu haben, doch ergaben neuere Forschungen, dafs nicht Iso, sondern Notker Balbulus der Lehrer Salomons gewesen ist[2]. Auf seine Anregung hin und unter seiner regen Anteilnahme entstand jene gelehrte Encyklopädie, welche dem Unterricht in den höheren Schulen für lange als Grundlage gedient haben dürfte, der »Vocabularius« oder die »Glossae Salomonis«, in welcher, wie die später mitzuteilenden Auszüge darthun werden, auch die mathematischen Disziplinen zu ihrem vollen Rechte gelangen. Dafs dieses Universallexikon möglicherweise den Ratpert, einen gefeierten Lehrer gerade des Quadriviums, zum eigentlichen Verfasser habe, kann man Zimmermann, der sich um diesen Nachweis eifrig bemüht[3], ganz wohl zugeben. Ermenrich, von dessen eigenartiger Einteilung des wissenschaftlichen Organismus wir in Note 1, Seite 27, Kenntnis zu nehmen hatten, ist seiner Erziehung nach ebenfalls ein St. Galler. Helperich schrieb über den Komputus; von ihm, der unter Kaiser Heinrich III. lebte, heifst es in des Trithemius »Liber de ecclesiasticis scriptoribus« (Hamburgi 1718, S. 84): »Helpericus monachus coenobii St. Galli, ordinis divi patris Benedicti, natione Teutonicus, vir in divinis scripturis multum eruditus, et in secularibus literis doctissimus, philosophus, poeta, et astronomus insignis, ingenio subtilis et sermone compositus. Scripsit tam metro quam oratione soluta nonnulla opuscula. De quibus ego tantum reperire potui opus praeclarum De computo ecclesiastico lib. I. De musica quoque lib. I.« Der letzte Klosterbruder St. Gallens, von dem uns ausdrückliche Hinneigung zu den exakten Wissenschaften berichtet wird, war Ekke-

Ambros (Geschichte der Musik, 2. Band, Breslau 1864. S. 99). Nicht zu verwechseln ist mit den genannten der Bischof Notker, der die Schule von Lüttich ins Leben rief (Quetelet, a. a. O., S. 29).

[1] Wattenbach, a. a. O., S. 144.

[2] Dümmler, Das Formelbuch des Bischofs Salomo III. von Konstanz aus dem neunten Jahrhundert, Leipzig 1857. S. 115. Der gegenteilige Bericht Ekkehards IV. wird als unrichtig nachgewiesen.

[3] Die mehrfach verlautbarte Ansicht, dafs die »Glossen« erst nach Salomons Tode abgefafst worden seien, weist Zimmermann (Ratpert etc., S. 82 ff.) mit dem Hinweis darauf zurück, dafs in jenen der dem X. Jahrhundert ganz geläufige Begriff der mathematisch-musikalischen »Sequenz« noch nicht vorkommt.

hard, dieses Namens der vierte, der unter Abt Purchard II. lebte und wirkte[1]. Wir verstehen es unter diesen Umständen wohl, dafs St. Gallen als eine Pflanzschule tüchtiger Schulmänner in gutem Rufe stand und durch seine Sendlinge bei der Gründung anderweiter Klosterschulen — so in Salzburg, Speier, Strafsburg, Lüttich[2] — Hilfe leisten konnte.

Die Glanzzeit Reichenaus fällt mit derjenigen St. Gallens ziemlich zusammen. Zu Beginn des IX. Jahrhunderts scheint Tatto als Lehrmeister des Quadriviums Ansehen genossen zu haben; nachher tritt weitaus am meisten Walafried Strabus — nicht Strabo — hervor, der sich seine Bildung noch unter Hraban in Fulda geholt hatte[3]. Während des X. Jahrhunderts waren es weniger die uns hier berührenden Wissenszweige, die sich auf der Reichenau besonderer Begünstigung zu erfreuen hatten, dafür aber entschädigte die erste Hälfte des folgenden. »Die Gegenstände des Quadriviums hatten einen vorzüglichen Vertreter in dem Abte Berno gefunden (1008 bis 1048), der aus dem Kloster Prüm hierher berufen worden war; durch seine musik-theoretischen Schriften erwarb sich derselbe ein dauerndes Andenken«[4]. Unter seinem Regiment trat eine Novize in das Kloster ein, deren Ruhm bald denjenigen der sämtlichen Zeitgenossen verdunkeln sollte. Das war Hermannus Contractus, das schwächliche und krüppelhafte Kind eines Veringer Grafen. Unter seinen 10 Schriften über mathematische Gegenstände, auf die wir noch mehrfach zurückzukommen haben werden, befindet sich auch eine über die Quadratur des Kreises[5]. Der Umstand, dafs Hermann sich mit gewissen Kunstausdrücken der arabischen Astronomen ganz gut abzufinden weifs, veranlafst Werner[6] zu der Annahme,

[1] Dümmler, Ekkehard IV. von St. Gallen, Zeitsch. f. d. Altertum, 14. Band. S. 23 ff. Ekkehard betrieb mit Eifer die Musik, auch die Astronomie war ihm nicht fremd; er wufste das Astrolabium geschickt zu handhaben und zeigt sich bei einer Diskussion über den Stern der Weisen vertraut mit den Sternbildern.

[2] Specht, a. a. O., S. 313 ff.

[3] Ibid. S. 148.

[4] Ibid. S. 312 Vgl. auch: Libelli IV Honorii Augustodunensis presbyteri de luminatibus presbyteri sive de scriptoribus ecclesiasticis, ed. Fabricius, Hamburgi 1718. S. 112. »Berno Abbas Augiensis in humana et divina scientia claruit. Praeterea ea, quae de humana scientia scripsit, in quibus eminet hoc, quod in arte musica praepollens de regulis symphoniarum et tonorum scripsit, et quod in mensurando monochordo ultra regulam Boetii, sed assensu minoris Boetio Guidonis supposuit unum tonum tetrachordohypaton . . .«

[5] Trithemii Lib. de eccl. script., S. 83.

[6] Werner, Gerbert von Aurillac, die Kirche und Wissenschaft seiner Zeit, Wien 1878. S. 78.

er habe in dieser Hinsicht bei Gerbert Anleihen gemacht. Wir lassen das mit umsomehr Recht dahingestellt, als es mit den dem Gerbert häufig beigelegten Kenntnissen des Arabischen nicht zum besten aussah.

Gelangte auch kein anderes rein deutsches Kloster dazu, eine kontinuierliche Reihe von bedeutenden Lehrern des Quadriviums sein eigen zu nennen, so fehlt es doch auch anderwärts nicht an Trägern berühmter Namen. Es seien z. B. die beiden gelehrten Damen Hrotsvitha (zwischen 930 und 1000) von Gandersheim und Herrad (XI. Jahrhundert) von Landsperg erwähnt, deren wir bereits früher zu gedenken hatten und die uns auch nachmals wiederbegegnen werden[1]. Im südlichen Deutschland machte Tegernsee viel von sich reden. Froumonds — vgl. oben S. 27, Note 1 — Abschrift der Arithmetik des Boethius ist heute noch vorhanden, und Abt Wernher III. besafs ebenfalls Neigung zu selbständiger Beschäftigung mit Mathematik[2]. Sie alle überragte der grofse Abt Wilhelm von Hirschau. Der gelehrte Historiograph Trithemius zog das Gedächtnis dieses wirklich verdienten und mitten in einem wesentlich reproduzierenden Zeitalter sogar durch originelle Gedanken ausgezeichneten Kirchenfürsten wieder aus dem Dunkel der Vergessenheit hervor. Nun steht zwar Tritheims Forschungsarbeit bei den geschulten Historikern der Neuzeit nicht im besten Ansehen[3], doch in diesem Falle scheint derselbe Zuverlässiges berichtet zu haben. Unserm Gewährsmann zufolge trat Wilhelm als Autor auf mit Schriften über die Musik, über das Monochord, über das Astro-

[1] Über Herrad und ihr — beim Brande der Strafsburger Universitätsbibliothek leider unwiederbringlich verloren gegangenes — Werk bieten die beiden folgenden Schriften zweckdienliche Auskunft: Engelhardt, Herrad von Landsperg, Stuttgart und Tübingen 1818; Le Noble, Notice sur le Hortus Deliciarum, Paris (ohne Jahrzahl). Von Engelhardt wird (S. 177 ff.) bemerkt, dafs Herrads Glossarium auch ein für die Entwicklung der deutschen wissenschaftlichen Terminologie beachtenswertes Litteraturdenkmal sei.

[2] Specht, a. a. O., S. 356 ff. S. 377. Was Specht über Wernher bemerkt (»Nach den besten Mustern der Vorzeit stellte er Diktamenunterricht-Regeln zusammen, und um seine Zöglinge gründlich in der Verskunst zu unterrichten, verfafste er Regulae rhytmimachicae«), spricht wohl mehr zu unsern als zu seinen gunsten, denn, wie sich bald herausstellen wird, hat Rhytmimachie = ἀριθμομαχία nichts mit dem Metrum der Dichter zu thun.

[3] Kritische Untersuchungen stellen an: K. E. H. Müller, Quellen, welche der Abt Tritheim im zweiten Bande seiner Hirsauer Annalen benutzt hat, Halle 1879; Helmsdörfer, Forschungen zur Geschichte des Abtes Wilhelm von Hirschau, Göttingen 1874. S. 59 ff. Helmsdörfer bezeichnet diese Geschichtschreibung als fehlerhaft und flüchtig, wonicht als gefälscht.

labium, über die Konstruktion einer Uhr, über die Verbesserung des Psalters (eines Musikinstruments) und über die Kirchenrechnung[1]. Erhalten ist uns von dieser regen Schriftstellerei freilich nur weniges: eine Schrift über Musik und das von dem Basler Buchdrucker Peter halb zufällig gerettete Werkchen der »Institutiones«, in welchem »das mathematisch-physikalische und medizinische Schulwissen in eine gewisse spekulative Färbung getaucht« erscheint. Prantl führt[2] als Merkwürdigkeit noch an, dafs Wilhelm, obzwar im ganzen der Schultradition folgend, doch nicht, wie seine Kollegen fast ausnahmslos, blos aus Isidor, Beda und Marcianus Capella schöpft, sondern auch Bekanntschaft mit Hyginus, Aratus, Hipparch, Ptolemaeus und mit dem Astrologen Firmicus Maternus verrät. Er hatte also offenbar selbständig im Altertum geforscht.

Im Nordwesten war, wie schon bemerkt, das Kloster Prüm in der Eifel zum wissenschaftlichen Brennpunkte geworden; Berno war von dort nach der Insel im Bodensee (s. o.) berufen worden, aber Regino trat in seine Fufstapfen[3]. Ebenso wie er, zeichnete sich durch Studien auf dem mathematischen Gebiete Odo von Clugny aus, freilich ab und zu durch Gewissensskrupel behelligt, ob nicht die Beschäftigung mit den weltlichen Lehren im Grunde genommen vom bösen sei[4]. Auf höherem wissenschaftlichen Standpunkt als er stand der Mann, der in der Geschichte des deutschen

[1] In Bernolds Chronik (Helmsdörfer, S. 64; Pertz, Mon. Germ. hist., tom. VII. S. 451) heifst es von Wilhelm: »Hic etiam multa monimenta sui naturalis ingenii nobis reliquit. Nam naturale horologium ad exemplar coelestis hemisphaerii exogitavit naturalia solstitia sive aequinoctia et statum mundi certis experimentis invenire monstravit, quae omnia quidem ejus familiaris etiam litteris mandare curavit, multas etiam quaestiones de computo probatissimis rationibus enodavit; hic in musica peritissimus fuit multaque ejus artis subtilia antiquis doctoribus deprehensa satis rationabiliter ad artem correxit; in quadrivio sane omnibus paene antiquis videbatur praeminere«.

[2] Prantl, Über des Abtes Wilhelm von Hirschau (geb. 1026, gest. 1091) philosophicae et astronomicae institutiones, Sitzungsber. d. k. bayr. Akad. d. Wissensch., 1861, I. S. 1 ff. S. 18 ff.

[3] Regino zeichnete sich ebenso wie Berno (Siehe auf s. 47, Note[4].) als Musikschriftsteller aus. Aufserdem darf seiner an diesem Orte gedacht werden wegen des Visitationsrezesses, den er ausstellte, und in welchem er es beklagte, dafs die Inhaber vieler Pfründen selbst nicht einmal das zu fordernde Minimalmafs von Kenntnissen in Grammatik, Musik, Schreib- und Rechenkunst besäfsen (Ruhkopf, a. a. O., S. 41).

[4] Näheres über diesen Odo als Gelehrten und namentlich als Arithmetiker siehe bei: Cantor, Math. Beitr. etc., S. 292 ff. Es gibt auch noch einen andern Odo, Abt von Morimond, der sich mit Mathematik beschäftigte (gest. 1200)

sowohl wie des französischen Kloster- und Stiftsschulwesens als eine Art von Reformator gefeiert zu werden pflegt: Gerbert von Aurillac, später als Papst Sylvester II. genannt[1]. Durch die von seinem Schüler Richerus uns gelieferte Lebensbeschreibung des verdienten Mannes sind wir in den Stand gesetzt, seinen Entwicklungsgang genau zu verfolgen. Wir wissen, dafs Gerbert in der spanischen Mark verweilte und daselbst Gelegenheit hatte, von dem jenseits des Ebro mit Eifer gepflegten Wissen der Mauren das eine oder andere sich anzueignen[2], dafs er später als Scholastikus in Rheims eine gesegnete litterarische Thätigkeit entfaltete, deren Spuren wir noch nachzugehen haben werden, wir wissen, dafs er von Kaiser Otto II., der ihn bei einer berühmten Disputation zu bewundern Gelegenheit gehabt hatte[3], zum Abt des Klosters Bobbio ernannt und dafs ihm schliefslich durch den Einfluſs des dritten Otto, seines dereinstigen Schülers, zur höchsten Würde der Christenheit der Weg gebahnt wurde. Auf Gerberts anregendes Eingreifen in den verschiedensten Orten ist zurückzuführen der Aufschwung, welchen das mathematische Studium zu Beginn des XI. Jahrhunderts auf lothringisch-wallonischem Territorium nimmt: Adelbold von Utrecht, die Abazisten Bernelin und Gerland, der (s. o.) fälschlich mit Beda in Verbindung gebrachte Constantin, die Astronomen Engelbert von Lüttich, Gilbert von Lisieux, Odo von Tournay

[1] Aufser der bereits namhaft gemachten Monographie von Werner beziehen wir uns bei unsern Angaben über Gerbert hauptsächlich auf Cantor, der in drei Schriften (Math. Beitr., S. 303 ff; Die röm. Agrimensoren, S. 152 ff.; Vorles. über Gesch. d. Math., S. 728 ff.) sich aufs gründlichste mit diesem ohne Frage bedeutendsten Mathematiker des früheren Mittelalters abgegeben, ja das Wesen seiner Leistungen uns erst so recht erschlossen hat.

[2] Wilhelm von Malmesbury sagt in seinen Gesta Reg. Angl., II. §. 167: »Gerbertus monachus a puero apud Floriacum adolevit . . . nocte profugit Hispaniam, animo praecipue intendens, ut astrologiam et ceteras id genus artes a Saracenis ediscret.« Wir wollen bei dieser Gelegenheit bemerken, dafs die Überzeugung, man könne im arabischen Spanien in mathematischen Dingen viel profitieren, auch den Deutschen des Mittelalters eingeprägt war. Beweis dafür ist u. a. folgender Vers des Tannhäuser (Hagen, Minnesinger, 2. Band, S. 88) über Toledo:

»Vienne hat lêgisten vil,
Der kunst astrônômîe ze Dôlet ich nit lernen wil
Von der nigrômanzîe:
Niht guot ist zouberîe.«

[3] Dieser gelehrte Streit mit dem Mönch Orthric fällt auch in unser Bereich, indem er sich auf die Stellung der Mathematik im Gesamtgebiete der Wissenschaft bezog (Werner, S. 47 ff.).

u. a. sind hier zu nennen[1]. Abbo von Fleury (gest. 1003) hatte sich ebenso wie Gerbert durch Studienreisen weiter gebildet und, nachdem er in Paris und Rheims die Schulen besucht, sogar nach England einen Abstecher unternommen[2]; mit ihm als didaktischem Schriftsteller werden wir es noch besonders zu thun bekommen, doch sei auch daran erinnert, dafs Abbo bereits die Falschheit der dionysischen Aera zu behaupten gewagt hat[3]. Neben Fleury soll auch das Kloster St. Amand sur l'Elnon nicht vergessen werden; dort that sich Hucbald in theoretischer Musik hervor, und früher schon hatte Gunzo von Novara, der im Verein mit einem gewissen Stephan den Deutschen zuerst die Kenntnis des Marcianus Capella vermittelt haben soll[4], aus dem genannten Konvent ein eigentümliches Geistesprodukt ausgehen lassen, das jedoch für die Geschichte der exakten Wissenschaften nicht ohne einiges Interesse ist[5].

Wir könnten selbstverständlich aus der Zeit fröhlichen Gedeihens der Wissenschaft an deutschen und aufserdeutschen Klöstern noch vieles berichten[6], doch mag es an dem Mitgeteilten für diesmal genug sein. Vom Jahr 1100 ab beginnt der Stern der Benediktinerschulen zu erblassen, und nur ausnahmsweise ist noch eine erfreu-

[1] Werner, a. a. O., S. 78.

[2] Cantor, Vorlesungen etc., S. 726 ff.

[3] Werner, a. a. O., S. 202 ff.

[4] Ibid. S. 9. S. 35.

[5] Wir meinen die — in Scheffels »Ekkehard« zu einer an sich kaum verdienten Unsterblichkeit gebrachte — »Epistola Gunzonis ad Augienses fratres«. Abgedruckt ist dasselbe bei: Martene — Durand, Veterum scriptorum et monumentorum historicorum, dogmaticorum, moralium amplissima collectio« tom. I. Parisiis 1724. S. 294 ff. Gunzo meint, zu denjenigen Fragen, welche die Aufmerksamkeit des Weisen auf sich lenken, während der Thor darüber lacht, gehöre auch die nach der Aufeinanderfolge der Quadriviumsteile: »Debuit tamen saltem ordo inquiri, cur a Boetio in primo loco quadruvii liberalium artium haec sita sit, a Martiano autem secundo«. Für jene Zeit ganz bemerkenswert ist die Definition der Rotationsachse der Himmelskugel; dieselbe besitze nur Länge und nicht die mindeste Körperlichkeit, »quod neque in araneae filo repperitur« (S. 309). Ebenso merken wir die originelle Bemühung an (S. 311), einerseits die pythagoreische Sphärenmusik verteidigen und doch andererseits darüber Rechenschaft geben zu wollen, weshalb das menschliche Ohr nichts davon vernimmt.

[6] In England lebte z. B. ein gelehrter Abt Ethelwold, von dem die Überlieferung aussagt: »S. Ethelwoldus ex Abbate Abendonensi Episcopus Wintoniensis edidit librum de planetis et mundi climatibus«. Vgl. v. Böck, Die sieben freien Künste im elften Jahrhundert; ein Beitrag zu den Studien des Mittelalters, Donauwörth 1847. S. 76. Auch soll nach Trithemius (a. a. O., S. 129) um 1300 ein Heinrich von Brüssel, Konventuale des Klosters Hafflingham, »de ratione computi« geschrieben haben.

liche Nachblüte zu verzeichnen. Hierher gehört z. B. Tegernsee in Bayern; von den bayrischen Bildungsanstalten hielt sich überhaupt manche auf einer gewissen Höhe, wie man am besten aus der mit wahrem Bienenfleifse gefertigten Darstellung Günthners[1] ersieht. Abweichend von der Verwahrlosung, in welche anderwärts die Bücherschätze fielen, sorgte Tegernsee, zumal unter der Leitung seines wackern Abtes Konrad V. (um 1460), für stetige Vermehrung seiner Bibliothek[2], und um dieselbe Zeit schrieb der dortige Mönch Keck seine Einleitung in die Musiklehre. Wetteifern konnte mit ihm das Kloster Füssen an der schwäbisch-bayrischen Grenze, dessen Insassen sich nach Günthner stets gleichmäfsig durch Betrieb der Astronomie und der alten Sprachen ausgezeichnet haben sollen, und Reichenbach in der Oberpfalz, welches sich im XV. Jahrhundert zweier als Astronomen weit berufener Äbte — Engelhard und Valkenstainer — rühmen durfte[3], und in dessen Mauern auch der Erneuerer des Ptolemaeus, der bekannte Nikolaus de Donis, sein Leben hinbrachte[4]. Die alte Schottenstiftung St. Emmeram tritt, was die Pflege der mathematischen Wissenschaften anlangt, zuerst

[1] Günthner, Geschichte der literarischen Anstalten in Bayern, 3. Band, München 1815. S. 115. S. 129. S. 202. S. 256. S. 305.

[2] Pez, Thesaurus Anecdotorum Novissimus: seu Veterum Monumentorum, praecipue Ecclesiasticorum, ex Germanicis potissimum Bibliothecis adornata Collectio recentissima, tom. III. Augsburg-Graz 1721. Sp. 547. Von Konrad heifst es dort: »Libros vero ad bibliothecam cum omni diligentia, labore et pretio augmentavit. Comparavit enim circa quadringenta quinquaginta volumina, praeter volumina a fratribus scripta, et a devotis personis ad fraternitatem oblata, et constant mille centum libras denariorum«.

[3] Würdinger, Geschichte der Volksbildung in: Bavaria, 2. Band, 1. Abteilung, München 1862. S. 379 ff. Ein uns erhaltenes Gedicht auf den Abt Engehard hat in den für uns besonders anmerkenswerten Stellen den nachstehend verzeichneten Wortlaut:

»Ingenio magnus, scrutator syderum Olympi,
Quicquid et arcanum totus Olympus habet,
Ingeniosarum cujus manuum, omnibus exstant
Multa opera in chartis et monumenta locis«.

[4] »Deutsche Mathematiker wagten zuerst bei der Übertragung von Kugelflächen in die Ebene die Vorbilder des Altertums zu verbessern. Voran Nikolaus Donis, ein Benediktiner von Reichenbach, welcher seit 1470 den Ptolemaeus nicht blos ins Lateinische übertrug, sondern auch in Übereinstimmung mit dem Texte die Karten, entgegen den überlieferten Darstellungen, nach einer korrekteren Projektion zu entwerfen wagte« (Peschel-Ruge, Geschichte der Erdkunde bis auf A. v. Humboldt und C. Ritter, München 1877. S. 410). — Die Klosterbibliothek von Mailingen besitzt ein Manuskript dieses Werkes, auf dessen Titelblatt der Herausgeber kniend dem Papst den wieder erweckten Ptolemaeus überreicht.

weniger in die Erscheinung, als manche minder glücklich ausgestattete Schwesteranstalt; für die ältere Zeit wäre höchstens anzuführen, dafs Wilhelm von Hirschau dortselbst erzogen worden war, und dafs um die Mitte des XI. Säkulums der Aszetiker Otloh in ihm sein »Liber de tribus quaestionibus« ausarbeitete[1]. Später jedoch müssen wir gerade dem Kloster St. Emmeram eine Ausnahmestellung zuweisen und einräumen, dafs hier eine ganz ungewöhnliche Neigung obgewaltet haben mufs, unsere Wissenschaft nicht nur zu studieren, sondern auch fortzubilden.

Wie es in den österreichischen und steyrischen Klöstern zuging, ist nicht ebenso klar ersichtlich. An tüchtigen Vertretern des Quadriviums hat es ihnen nicht gemangelt; Melk rühmt seinen Abt Konrad von Nürnberg als Reformator des Klosters, Kenner der Mathematik und Verfasser eines Traktats über die Tonkunst[2], Admont ebenso seinen Abt Engelbert[3]. Einige generelle Daten gibt Czerny[4]. Er bemerkt, dafs für die österreichischen Klöster der Benediktiner und der regulierten Chorherren die strenge Trennung in eine äufsere und innere Lehranstalt niemals durchgeführt ward, dafs Boethius und Alkuin dem Unterricht in den freien Künsten als Grundlage dienten, dafs aber, aufser der anscheinend mit mehr Vorliebe betriebenen Arithmetik, Astronomie und Musik nach sehr kleinen, nur wenige Blätter erfüllenden Traktätlein gelehrt worden zu sein scheinen, und dafs erst in der zweiten Hälfte des XV. Jahrhunderts auch die Geometrie als Lehrgegenstand sich hinzugesellt haben dürfte.

[1] Ein Versuch, zahlentheoretisch die Notwendigkeit der Dreieinigkeit zu erweisen (Werner, a. a. O., S. 150).

[2] Keiblinger, Geschichte des Benediktinerstiftes Melk in Niederösterreich, seiner Besitzungen und Umgebungen, 1. Band, Wien 1851. S. 507.

[3] Wichner, Geschichte des Benediktinerstiftes Admont von der Zeit des Abtes Engelbert bis zum Tode des Abtes Andr. v. Stettheim (1297—1466), Admont 1878. S. 511 ff. S. 529 ff. S. 538 ff. Jener Engelbert war universell gebildet, seine Abhandlung »Tractatus metricus de consilio vivendi« enthält u. a. auch ein Kapitel »De mensuratione, ponderatione et numeratione rerum«, und für die Geschichte der Naturwissenschaften wäre es sehr erwünscht, wenn gewisse verlorene Schriften aus seiner Feder wieder ans Licht kämen, nämlich ein Kommentar zur Musik des Boethius, das »Scriptum super librum de inundatione Nili« und der »Tractatus de causis et signis mutationis aëris et temporum«.

[4] Czerny, die Klosterschule von St. Florian, Linz 1873. S. 4. S. 21 ff. S. 28. S. 31. S. 34. S. 46. S. 87. Über bibliothekarische Verhältnisse, namentlich auch unser Fach betreffend, wird manche nützliche Bemerkung gemacht. Zeitgeschichtlich interessant ist u. a. das Büchertestament des sehr gebildeten Chor-

Den Klosterschulen standen, wie uns die unter Karl I. erlassenen Kapitelbeschlüsse zeigten, die Kirchenschulen als durchaus gleichberechtigt zur Seite. Es wird nunmehr an der Zeit sein, auch sie in ähnlicher Weise zu beaugenscheinigen.

13

Die Kathedralschulen und die an ihnen wirkenden Mathematiker.

Diese zweite Schulgattung darf keineswegs als in irgend einem innern Gegensatze zur ersten stehend betrachtet werden, vielmehr war Lehrverfassung und Lehrmethode im wesentlichen gleich, und durch die seit Ludwig dem Frommen auch in den Stiftern mehr und mehr zur Geltung gelangende strengere Disziplin schliffen sich auch die äufseren Unterschiede zwischen Kloster- und Kirchenschulen allmählich fast völlig ab[1]. Über eine gewisse Anzahl von Lernenden, »scolares canonici«, durfte und konnte schon aus rein äufserlichen Ursachen auch hier nicht hinausgegangen werden, da diese Schüler ihren Unterhalt aus bestimmten Präbenden zu erhalten hatten; eventuell wurden auch Laienschüler, die für eigene Verpflegung zu sorgen hatten, aufgenommen, und daneben bestanden seit dem IX. Jahrhundert an manchen Domkirchen auch Schulen für Ärmere, wie sich denn deren das lateranische Konzil von 1179 ganz besonders annahm[2]. Einem bestimmten Kanoniker, der bald »magister scholarum«, bald »archimagister«, bald »capiscolus«, vom XI. Jahrhundert aber durchweg »Scholaster« oder »Scholastikus« genannt wird, übertrug das Kapitel das eigentliche Lehramt; manchmal wurde ihm ein Schulmeister geringerer Ordnung als Gehilfe zugeteilt, und der Domscholaster behielt sich dann nur die Oberleitung vor. Dafs man bei der Anstellung solchen Lehrern den Vorzug gab, die den Stempel einer berühmten — womöglich etwas ausländischen — Bildungsstätte

herrn Einwirk (1345); er hinterläfst die für einen Privatmann ungewöhnlich grofse Zahl von 25 Werken, darunter auch eines »De oculo«.

[1] Von den Dom- und Stiftsschulen handelt eingehend Specht (a. a. O., S. 172 ff.). Derselbe stützt sich durchaus auf Quellenberichte, und seine Darstellung ist deshalb unsers Dafürhaltens mit ungleich gröfserem Vertrauen aufzunehmen, als jene L. v. Steins (a. a. O., S. 73): »Die Klosterschule hatte eine wesentlich andere Funktion, als die Pfarrschule«. Es scheint die Elementarschule, dieser blofse Annex der Kathedralschule, mit dieser selbst verwechselt zu sein.

[2] Specht, a. a. O. S. 179.

an sich trugen, dafür liegen die urkundlichen Belege vor[1]. Dafs auch diese Kathedralschulen vielfach Tüchtiges leisteten und insonderheit auch zur Aneignung mathematischer Kenntnisse gute Gelegenheit darboten, mag die jetzt folgende Übersicht lehren.

Das klassische Land der Domschulen war am Rheine belegen; dort, in Mainz, Worms, Speier, Köln waren alle Vorbedingungen zur glücklichen Entfaltung dieser Bildungsanstalten gegeben[2]. Erzbischof Siegfried von Mainz (1059 bis 1084) liefs den durch seine chronologischen Arbeiten damals wohl bekannten schottischen Mathematiker Marianus zu sich kommen und unterstützte ihn bei seinen Versuchen, die von Dionysius Exiguus gemachten Fehler zu verbessern[3]. Die Domschule zu Speier sah aus ihren Mauern den berühmten Benno von Hildesheim hervorgehen[4], ihr gehörte schon in reiferem Alter der später zum Bischof von Brescia erhobene Adalmann an, auf den uns Köln zurückführen wird, und über ihren Unterrichtsgang sind wir sogar etwas besser unterrichtet, als es bei andern Schulen der Fall ist[5]. In Köln studierte an der Stiftsschule Wolfhelm, der in der zweiten Hälfte des XI. Jahrhunderts Abt zu Brauweiler wurde und sowohl wegen seiner philosophischen Streitigkeiten mit Berengar von Tours als auch wegen seiner Stellung zur Antipodenfrage vollster Beachtung würdig ist[6].

[1] Ibid. S. 186.

[2] Ibid. S. 329 ff.

[3] Ibid. S. 332.

[4] Derselbe hat sich auch als Architekt und Hydrotechniker einen Namen gemacht; sein Werk waren die Uferbauten zum Schutze des Speierer Doms. S. Wattenbach, a. a. O., S. 231.

[5] Vgl. die beiden lehrreichen Programmabhandlungen von Harster: Walther von Speier, ein Dichter des X. Jahrhunderts, Speier 1877; Uualtheri Spirensis Vita et Passio Sancti Christophori Martyris, ibid. 1878. Dieser lateinische Dichter wird nur bei Pez und Mabillon erwähnt, näheres über ihn ist erst durch die Forschungen von Harster und Wilh. Meyer ermittelt worden. Walthers Geistesbildung weist durch seinen Lehrer Balderich hin auf die Klosterschule von St. Gallen; Dialektik, Rhetorik und Quadrivium zusammen hatten ein Drittel seiner Schulzeit beansprucht. Seine Angaben, dunkel wie sie sind, scheinen doch zu verbürgen, dafs in Speier die jungen Leute zuerst eine Elementarschule, die »ludi gymnasia« durchliefen und dann erst in die eigentliche Gelehrtenschule übergingen.

[6] Wegen des Zwiespalts, in den er in dieser Angelegenheit mit Manegald von Marbach geriet, ist Zoeckler (Geschichte der Beziehungen zwischen Theologie und Naturwissenschaft, 1. Abteilung, Gütersloh 1877. S. 339) und Muratori (Anecdota, tom. IV., 2) nachzusehen. Bei Muratori steht S. 108 ff. abgedruckt: »Magistri Manegaldi contra Wolfelmum Colonicusem opusculum«. Wie häufig, verwechselt Manegald Antipoden und Antöken; aus religiösen

Wohl noch etwas früher gab es ebendaselbst einen Regimbald, der wahrscheinlich die Stelle eines Scholasters bekleidete; der von ihm mit Radulf von Lüttich geführte und in Cod. lat. No. 6401 der Pariser Nationalbibliothek enthaltene Briefwechsel war wohl von Chasles[1] flüchtig erwähnt worden, aber erst durch eine in allerjüngster Zeit vorgenommene Durchforschung dieses Kodex, welche wir Schepfs verdanken, sind wir auf die grofse Bedeutung desselben für die Geschichte der Mathematik hingewiesen und vornehmlich darüber belehrt worden, dafs sich darin deutliche Spuren eines theoretischen Interesses für abstrakt-geometrische Fragen nachweisen lassen[2]. Und ein Kölner war auch der Musiker Franco, nicht zu verwechseln mit dem Lütticher Scholastikus gleichen Namens, der zwei Jahrhunderte früher lebte und eine später noch zu besprechende Kreisquadratur lieferte[3].

Der Nordwesten Deutschlands bietet in Sachen des Domschulwesens gleichfalls ganz erfreuliche Verhältnisse. Zur Zeit des Bischofs Meinwerk, der freilich selber mit der Gelehrsamkeit auf etwas

Gründen, so meint er, müsse die von seinem Widerpart befürwortete Theorie verworfen werden, dafs auf der Erde verschiedene »maculae« bewohnt seien, deren Angehörige nicht die Möglichkeit hätten, mit einander zu verkehren.

[1] Chasles, Développements et détails historiques sur divers points du système de l'Abacus; Compte rendu de l'Acad. franç., tome XVI. S. 1417. Für Chasles hatte nur die dort zu findende Wortbildung »abacizare« für »rechnen« aktuelle Bedeutung.

[2] Abgesehen von einem viel Mathematisches in sich bergenden Kommentar des Adelbold zum dritten Buche der »Consolatio« des Boethius enthält der Sammelband nach Schepfs (Geschichtliches aus Boethiushandschriften, Wattenbachs Neues Archiv, 11. Band, S. 123 ff.) und nach einer uns freundlichst zugestellten Privatmitteilung von gleicher Seite auf 19 Pergamentseiten 6 Briefe der genannten Gelehrten. Auch anderer gleichzeitiger Freunde und Fachgenossen wird Erwähnung gethan, so eines Wazzo, Razegin, Carnotus, Albinus und Fulbert. Diese Namen, teilweise bekannt, liefern auch eine Zeitbestimmung, denn da Wazzo, von 1041 bis 1048 Bischof von Lüttich, nur als Magister erscheint, so stammt die Korrespondenz wohl aus der Zeit vor 1040. Radulf schreibt einmal, und das ist wohl das Wichtigste: »Requisisti, quomodo triangulus, cum constet tribus angulis, duobus rectis coaequaretur«; er habe mit Hilfe seines Odolf diese Frage geklärt. Nähere Aufschlüsse über das »Wie« dieser Aufklärung sind dringend zu wünschen. Dafs Regimbald überhaupt ein Mann von Gewicht gewesen sein mufs, beweist auch ein von dem obgenannten Adalmann auf ihn verfafstes und von Migne (Patrol., tom. CXLIII. S. 1296 ff.) uns aufbewahrtes Lobgedicht:

»Regimbaldus Agrippinas vir potens ingenio
... Notus arces ad Romanas ab usque Oceano«.

[3] Kiesewetter, Über die Lebensperiode Francos, Leipz. Allgem. Mus. Zeitung, 1834. Nr. 24 und 25.

gespanntem Fufse stand, aber ihre Bedeutung für die Kirche wohl zu schätzen wufste, war Paderborn der geistige Mittelpunkt für das südliche Westfalen; in der »Vita Meinwerki« wird diese Stadt hoch gepriesen, »ubi mathematici claruerunt et astronomici habebantur, physici et geometrici«[1]. Weiter im Norden bewahrte sich Münster den guten Ruf, welchen es schon unter Ludger erlangt hatte, ja hinsichtlich des Quadriviums war es einer der wenigen Orte, welche auch in der zweiten Hälfte des Mittelalters die gute Tradition pflegten[2]. Daneben behauptete sich das altehrwürdige Herford, an dessen Münsterschule im XI. Jahrhundert sich junge Isländer, die daheim Bischöfe werden wollten, Studierens halber aufhielten[3]. Hamburg und Bremen waren von St. Ansgar mit guten Schuleinrichtungen bedacht worden, aber beide, so wie auch Osnabrück, wurden weit überstrahlt von Hildesheim[4]. Der Stiftsscholastikus Thangmar erzog dort in dem jungen Bernward, aus edlem niedersächsischem Blute, einen um Wissenschaft und Kunst später gleich hochverdienten Kirchenfürsten, der auch als Prinzenerzieher mit Ehren in der Geschichte genannt wird. Er richtete in seinem Stifte Skriptorien ein und beaufsichtigte in eigener Person die Arbeiten der Kopisten[5]. Auch darf eine quellenmäfsige Geschichte der Arithmetik den eifrigen Bernward nicht unberücksichtigt lassen[6]. Neben Hildesheim konnte höchstens noch Magdeburg aufkommen, dessen hervorragend-

[1] Bade, Nachrichten über das Gymnasium zu Paderborn, Paderborn 1845. S. 17.

[2] So erwarb sich dort im XIV. Jahrhundert Zoestius, Verfasser einer für Theologen bestimmten biblischen Chronologie, die Fähigkeiten zu aktiver Teilnahme an den kalendarischen Reformarbeiten seiner Tage (Zurbonsen, Hermann Zoestius und seine historisch-politischen Schriften, Warendorf 1884). Selbst noch zur Humanistenzeit ward Mathematik und Astronomie hochgehalten (Nordhoff, Denkwürdigkeiten aus dem Münsterischen Humanismus, Münster 1874. S. 113).

[3] Hölscher, Geschichte des Gymnasiums zu Herford, Herford 1869.

[4] Specht, a. a. O., S. 342 ff.

[5] Kratz, Der Dom zu Hildesheim, 2. Teil, Hildesheim 1840. S. 104 ff.

[6] Im Hildesheimer Domschatze wird ein mathematischer Kodex verwahrt, von dem Düker (Der liber mathematicalis des heiligen Bernward im Domschatze zu Hildesheim, Hildesheim 1875) eine bibliographisch musterhafte Beschreibung gibt. Es geht die Sage, Bernward habe das Manuskript, eine Abschrift der Arithmetik des Boethius, eigenhändig niedergeschrieben, um es seinem erlauchten Zögling, dem nachmaligen Kaiser Otto III., beim Unterricht als Leitfaden in die Hand geben zu können. Möglich wäre an sich dies immerhin, denn Otto zeigte nachher stets Sinn für mathematische Studien. Bernward veranlafste aber auch, dafs Gerbert an den Kaiserhof gezogen wurde, und da dieser der Berufung nicht gleich Folge leisten konnte, so sandte er einstweilen ein Exemplar des Boethius, welches dort den Eindruck der Neuheit hervorrief,

ster Scholaster Orthric[1] jedoch Gerberts Disputierkunst, wie wir oben erfuhren, sich nicht gewachsen zeigte.

Diesseit der Mainlinie begegnen wir einem entwickelten Kirchenschulwesen hauptsächlich in den Städten Regensburg, Augsburg, Konstanz und Bamberg, während Passau den Anziehungspunkt der Bibliophilen bildete[2]. Darüber, ob der bekannte Honorius Augustodunensis diesen Beinamen von Augsburg oder von Autun trägt, wird noch gestritten; jedenfalls war er ein von wissenschaftlichem Eifer erfüllter Domscholastikus und bethätigte diesen Eifer sowohl in der früher bereits erwähnten Schrift über die Organisation der Wissenschaften, als auch in seinem »Hexameron«[3]. Auch der als Theologe einflufsreiche Gerhoh von Reigersberg, der von seinen in Hildesheim gemachten Studien gewifs auch Kenntnisse im Quadrivium mit fortgenommen hatte, stand der Augsburger Domschule mit Ruhm vor. Trotz mehrfacher Schwankungen erblühte dieselbe immer wieder von neuem, und zu Beginn des XVI. Jahrhunderts suchte der für ihr Wohl unermüdlich besorgte Bischof Christoph v. Stadion sie dadurch zu heben, dafs er einen tüchtigen Mathematiker, Johann Voegelin von Heilbronn, als ihren Rektor bestellte[4]. In Konstanz lebte und wirkte während des XI. Jahrhunderts Meinzo, ein später noch zu erwähnender Schüler Hermanns des Lahmen. Endlich zu Bamberg! In einem Gedichte, welches Abt Gerhard um 1000 dem Patron der Stadt, Heinrich II., überreichte, ist von dem Quadrivium an der Domschule ausdrücklich die Rede, ebenso von deren Scholastikus und von ihrer gut dotierten Bücherei[5]; Bamberg sah zahlreiche Gelehrte sich

und damit scheint die Hildesheimer Lokalhypothese beseitigt zu sein. Schrieb doch Otto daraufhin an Gerbert die denkwürdigen Worte: »Humili prece deposcimus, ut nos arithmeticae librum edoceatis, ut pleniter ejus instructi documentis aliquid priorum intelligamus subtilitatis«.

[1] Specht, a. a. O., S. 351.

[2] Ibid. S. 392 ff.

[3] Die darin sich offenbarenden physikalischen Kenntnisse lobt v. Böck (a. a. O., S. 51).

[4] Vgl. hiezu: Crophius, Kurtze und gründliche historische Erzehlung von dem Ursprung, Einrichtung und Schicksalen des Gymnasii zu St. Anna in defs h. röm. Reichs freyen Stadt Augspurg, Augsburg 1740. S. 5 ff.; Daisenberger, Volksschulen der zweiten Hälfte des Mittelalters in der Diözese Augsburg, Dillingen 1885. S. 3. Auf Voegelin wird uns im vierten Kapitel die Universität Wien zurückführen; sein Schüler war Birk (Betulejus), der Begründer des Augsburger Gymnasialwesens im engern Sinne.

[5] H. Weber, Geschichte der gelehrten Schulen im Hochstift Bamberg von 1007 bis 1803, 1. Abteilung, Bamberg 1880. S. 3.

in seinen Mauern sammeln, denn auch auf dem damals noch neben der Stadt liegenden Michaelsberg gab es reiche wissenschaftliche Hilfsquellen[1]. So konnte Süddeutschland dem Norden wohl die Wage halten.

Betrachten wir die Länder an der deutschen Westgrenze, so begegnen uns in den Niederlanden die Städte Deventer und Herzogenbusch, die wenigstens gegen den Schluſs des Mittelalters hin gute kirchliche Schuleinrichtungen besaſsen. Von der erstgenannten Stadt bezeugt es der Umstand, daſs dortselbst der treffliche Nikolaus von Cusa, für seine Zeit ein Mathematiker ersten Ranges, den Kursus durchlaufen hatte[2], in Herzogenbusch war die von den Hieronymianern neu belebte Schule, in welcher die Geometrie einen normativen Lehrgegenstand bildete[3], aus ältern Schöpfungen herausgewachsen. Über Trier, wo von altersher für Unterricht in allen Zweigen damaligen Wissens gesorgt war[4], führt uns der Weg in das damals noch halbdeutsche Lotharingien und darüber hinaus ins eigentliche Frankreich. Auf diese Länder weisen uns mehrere der oben in der Korrespondenz zwischen Regimbald und Radulf genannten Namen hin, so namentlich der des Fulbert, einer Zierde der Stiftsschule von Chartres[5] und zugleich — dem Chronicon Malleacense zufolge — eines Schülers von Gerbert. Mit Chartres wetteiferte Laon in der Picardie; dort waren die beiden Brüder Anselm und Radulf oder Raoul — nicht zu verwechseln mit dem später lebenden Lütticher — thätig, und zwar machte sich

[1] Ibid. S. 46 ff. Heinrich vom Michaelsberg wird als Musiker, Frotolf, Tuto, Bernhard und Heimo werden als Komputisten und Chronologen namhaft gemacht. Von Heimo stammt ein Schriftchen »de decursu temporum«.

[2] Schanz, Der Kardinal Nikolaus von Cusa als Mathematiker, Rottweil 1872. S. 2.

[3] Euklid bildete einen Lehrgegenstand in der von den Brüdern errichteten Schule zu Herzogenbusch. Vgl. Kückelhahn, Johannes Sturm, Strafsburgs erster Schulrektor, besonders in seiner Bedeutung für die Geschichte der Pädagogik, Leipzig 1872. S. 11 ff.

[4] Wiese, Das höhere Schulwesen in Preufsen, 1. Band, Berlin 1864. S. 400. »In Trier bestanden seit Karls des Grofsen Zeit Unterrichtsanstalten, in denen das Trivium und Quadrivium, selbst Arzneiwissenschaft, gelehrt wurde.«

[5] »Fulbertus Carnotensis Episcopus, liberalium artium suo tempore peritissimus« (Lib. IV. Hon. Aug. etc., S. 118). Ein Gedicht von ihm über das neue Abakusrechnen teilt Migne (Patrol. lat., tom. CXLI. S. 353) mit:

»Unus item scirpos calcis componitur octo,
Dimidium scrupuli est obol, pars quarta cerates,
Hinc sextam fingi placuit sextamque vocari:
Ultimus est pensans, ciceris duo granula pensans«.

Anselm als Musikschriftsteller, sein Bruder aber als Arithmetiker bekannt[1]. Mit trefflichen Kirchenschulen war auch die Normandie gesegnet, wie die Namen Lisieux, Rouen, Mont St.-Michel u. a. bekräftigen[2].

Dafs auch in andern Ländern ähnliche Verhältnisse bestanden, und dafs zumal Italien seinen alten Ruf zu wahren wufste, bedarf kaum der Versicherung. In Verona bestand unter Rather, der aus dem Kloster Lobach hervorgegangen und von dessen Abte Heriger tüchtig in den Künsten des Quadriviums geschult war, eine treffliche Kathedralschule; Rather selbst lehrte noch in hohen Jahren Arithmetik und Musik[3]. Freilich war gerade auch er, wie schon in §. 1 erwähnt ist, nicht frei von den auch von Odo, Otloh, Wilhelm von Hirschau gelegentlich geäufserten Bedenken, ob denn nicht allzueifrige Beschäftigung mit den artes liberales das Seelenheil gefährden könne, und überhaupt schadete diese Rücksicht dem Aufschwung der Wissenschaften auf italienischem Boden sehr. Peter Damiani, der Wiederhersteller der italienischen Theologie, der in früheren Jahren für unsere Disziplinen Sinn gezeigt und u. a. mit dem obengenannten Heriger über den Anfangstermin der christlichen Zeitrechnung lebhaften Meinungsaustausch gepflogen hatte, wandte sich später gänzlich vom Trivium und Quadrivium ab und veranlafste auch viele andere dazu, es ihm nachzuthun[4].

Was wir von England wissen, berechtigt uns zu der Annahme, dafs auch dort die altberühmten Domschulen ihren Pflichten voll und ganz gerecht wurden. Die berühmtesten Ortsnamen sind York, Lincoln, Salisbury. Ein Lincolner Erzbischof gehört zu den geachtetsten mathematischen Autoren des XIII. Jahrhunderts[5]. Und aus

[1] Näheres über diesen Radulf bei: Chasles, Explication des traités de l'Abacus, et particulièrement du traité de Gerbert, Compt. rend. de l'ac. franç., tome XVI. S. 161 ff. Auch Cantor handelt von ihm, den er »den letzten Abacisten« nennt, ausführlich (Math. Beitr. etc., S. 334 ff.) und weist nach, dafs Radulf die Null zwar als solche kennt, aber noch nichts rechtes damit anzufangen weifs. Cantor läfst ihn an der Klosterschule wirken; der Umstand jedoch, dafs das Kloster Laon in Cramers Aufzählung (Geschichte der Erziehung und des Unterrichts in den Niederlanden, Stralsund 1847. S. 72 ff.) nicht ausdrücklich genannt wird, macht uns glaubhaft, dafs jene Bildungsanstalt mehr eine Stiftsschule gewesen sei.

[2] Schmid, Encyklopädie, 4. Band. S. 799.

[3] Vogel, Ratherius von Verona etc., 1. Teil. S. 26; 2. Teil. S. 49.

[4] Werner, Gerbert etc., S. 202 ff.; Schmid, Encyklopädie, 4. Band. S. 807.

[5] »Rupertus Episcopus Lincolniensis, vir in divinis scripturis eruditissimus, et in secularium literarum disciplinis omnium suo tempore doctorum

Salisbury stammt der nach dieser Stadt genannte halb England halb Frankreich angehörige Johann[1], der darauf drang, in allen Wissensteilen nicht blofs auf die abgeleiteten Autoritäten der spätrömischen Zeit, sondern wenn möglich auf die klassischen Urquellen selbst zurückzugreifen.

Wir betrachten unsere topographisch-biographische Skizze als beendigt, und zunächst tritt jetzt die Aufgabe an uns heran, zuzusehen, welcher Art der von der an uns vorübergegangenen langen Reihe verdienter Gelehrter und Lehrer erteilte Unterricht gewesen sein mag. Dafs wir dabei Kloster- und Kirchenschulen durchweg unter einheitlichen Gesichtspunkten zusammenfassen, betrachten wir als ein durch die bisherigen Ausführungen uns gesichertes Recht, ja als eine innerlich begründete Notwendigkeit, da beide Schulformen nur nach Ort und Zeit entsprechend gestaltete Modalitäten der mafsgebenden Aachener Kapitularbeschlüsse darstellen.

14

Einteilung und Umfang des mathematischen Lehrpensums.

Man urteilt vielfach recht skeptisch über das Ausmafs des mathematischen Unterrichts an den Schulen des IX., X. und XI. Jahrhunderts, welche hier zuvörderst ins Auge gefafst werden sollen. Allerdings unterliegt es keinem Zweifel, dafs die weltlichen Lehrzweige in erster Linie um der kirchlichen Interessen und nicht um ihrer selbst willen da waren, allein trotzdem möchten wir nicht ganz dem beipflichten, was Bursian sagt[2]: »selbst Musik, Geometrie,

peritissimus philosophus, astronomus, et calculator insignis, et theologorum sui temporis facile princeps, ingenio subtilis et clarus eloquio, nomen suum multa et varia scribendo cum gloria transmisit ad posteros«. Von seinen Werken führt Trithemius, dem wir (Lib. de eccl. script., S. 99 ff.) obige Nachricht entnehmen, als in unser Bereich fallend die folgenden auf: »Summa, quae numerale dicitur; De sphaera coelesti; De computo ecclesiastico; Calendarium pulchrum«. Ob ein in Salzburg handschriftlicher Traktat über die Sphäre, »quam composuit Magister Robertus Anglicus et finivit anno domini 1271«, den Lincolner Praelaten zum Verfasser hat, müssen wir unentschieden lassen; Cantor (Die römischen Agrimensoren, S. 158) hält es für wenig wahrscheinlich.

[1] Schaarschmidt, Johannes Saresberiensis nach Leben und Studien, Schriften und Philosophie, Leipzig 1862.

[2] Bursian, Gesch. d. kl. Philol., 1. Hälfte. S. 23 ff.

Arithmetik und Astronomie hatten nur in Rücksicht auf ihre Verwendbarkeit zu liturgischen Zweken als Schmuck des Gottesdienstes, zum Bau von Gotteshäusern, zur Berechnung der kirchlichen Feste, Wert und Bedeutung«. Man müfste die menschliche Natur verkennen, wollte man sich dem Glauben hingeben, dafs hunderte von wifsbegierigen und in den glücklichen Verhältnissen der klösterlich-kirchlichen Mufse lebenden Männern nicht auch sachlich Teilnahme für die Dinge hätten empfinden sollen, die sie Tag für Tag der Jugend mitzuteilen beauftragt waren. Für uns liefern schon die gelehrten Korrespondenzen der Scholaster den Beweis, dafs man nicht blofs den kirchlich-utilitarischen, sondern auch — und noch mehr — den rein szientifischen Zwecken huldigte; was Alkuin und Karl, Hermann der Lahme und Meinzo, Gerbert und Adelbold, Regimbald und Radulf einander schreiben, das trägt ein rein wissenschaftliches Gepräge, wenn es auch natürlicherweise nur mit dem Mafsstab des ganzen Zeitbewufstseins richtig gemessen werden kann. Letzteres wird nur zu gerne aufser Acht gelassen; ja selbst Hankel, der gewifs ein Historiker war, vermochte einer Periode nicht das ihr gebührende Recht zu lassen, die von Projektivität und Funktionen keine Ahnung hatte, und diese eben doch nicht berechtigte Mifsachtung durchzieht auch den Satz seines Werkes, in welchem er sich kurzerhand mit jener ihm nicht sonderlich sympathischen Periode abfindet[1]): »Der Umfang mathematischen Wissens, den das Mittelalter selbst seit Gerberts epochemachender Thätigkeit besafs, war noch ein äufserst geringer; die elementarsten geometrischen Fragen, der Computus ecclesiasticus in der seit Beda üblichen Form, das Rechnen auf dem Abakus — das waren die Themata, welche die Mathematiker bis in den Anfang des XII. Jahrhunderts mit geringer Originalität zu behandeln pflegten«. Für eine Zeit, die sich gerade erst aus rohester Barbarei mühsam emporzuringen begann, war eben dieses Ausmafs des Wissens kein so gar geringes. Dafs noch manch anderes dazukam, sobald Gelegenheit und Lehrkräfte sich darboten, dürfte schon aus unsern Erörterungen über die bedeutenderen Gelehrten des in Rede stehenden Zeitraums hervorgehen.

Wir haben keinen Anhaltspunkt von urkundlichem Werte für die Beantwortung der Frage, in welcher Reihenfolge die einzelnen Disziplinen gelehrt wurden. Gleichwohl verhilft die Gegeneinander-

[1] Hankel, Zur Geschichte der Mathematik im Alterlum und Mittelalter, Leipzig 1874. S. 334.

haltung der da und dort verstreuten Originalberichte dazu, Hypothesen zur Lösung jener Frage aufstellen zu können. Diese Hypothesen sind weit davon entfernt, auf Beweiskraft Anspruch machen zu wollen, man kann zu ihren Gunsten nur anführen, dafs sie in sich geschlossen sind und zu keiner uns diplomatisch überlieferten Thatsache in Widerspruch stehen. Wir meinen mit diesen Worten die hübschen Aphorismen über das Unterrichtswesen, welche wir Marty und Zimmermann verdanken, geschichtliche Novellen, die füglich in Eine Linie mit Scheffels trefflichem Zeitbild »Ekkehard« gestellt werden könnten, wenn nicht doch von den Autoren darauf gesehen worden wäre, nichts wissentlich unzutreffendes in die Darstellung aufzunehmen, während bekanntlich Scheffel im Interesse der Lebendigkeit seiner Skizze Personen aus sehr verschiedenen Zeiträumen gleichzeitig auftreten läfst. Marty wählt Reichenau, Zimmermann St. Gallen zum Orte, an dem er die Ereignisse sich abspielen läfst; dafs in beiden Fällen trotzdem ganz die gleichen Züge hervortreten, das liegt in der Natur der Sache[1].

Walafried Strabus tritt im Jahre 815 ins Kloster ein, doch dauert es ziemlich lange Zeit, bis er mit den Elementen und mit der Grammatik fertig geworden ist. Erst 822 beginnt er unter

[1] Die beiden Schriften, welche wir hier im Auge haben, sind das anonyme Gymnasialprogramm von Kloster Einsiedeln (1857), »Wie man vor tausend Jahren lehrte und lernte«, dargestellt an einem Zeitgenossen des heiligen Meinrad, Walafried Strabo, und Zimmermanns schon mehrfach zitierte Monographie Ratpert. Als die zuerst erwähnte Programmabhandlung herauskam, machte sie ziemlich grofses Aufsehen, denn da irgendwelche Aufschlüsse über das bei der Bearbeitung verwertete Material nicht beigegeben waren, so lag die Vermutung nahe, es möchten von dem Verfasser gewisse noch unbekannte Quellen erschlossen worden sein. Dafs dem nicht so sei, ward allerdings nachmals durch einige Andeutungen des P. Gall Morel in Einsiedeln bekannt, doch gelangte man zu völliger Gewifsheit erst dann, als Professor Suter in Aarau sich direkt an den noch lebenden Autor, P. Marty, selbst wendete, der mittlerweile längst die Schweiz verlassen hatte und zu einer hohen kirchlichen Ehrenstelle im Nordwesten der Vereinigten Staaten aufgestiegen war. Derselbe bestätigte brieflich, dafs seine Angaben sich nicht auf neu aufgefundene Urkunden stützten, und wenn man die Worte seiner Einleitung ruhig erwägt, so wird man nicht leugnen können, dafs dieselben zu derartigen Vermutungen auch nicht berechtigten. Es wird dort (S. 5) nämlich gesagt, Walafrieds Geschichte finde sich nirgendwo im Zusammenhange aufgezeichnet vor, sondern habe aus seinen und seiner Zeitgenossen Schriften Zug um Zug zusammengestellt werden müssen; auch seien neuere Werke beigezogen worden. — Demnach mochte es überflüssig erscheinen, dem Buche von Zimmermann eine andere Stellung zuzuweisen, doch glaubte der Verf. dieses ein übriges thun und sich bei dem genannten Schriftsteller (zur Zeit im Karmelitenkloster zu London) ebenfalls noch unmittelbar erkundigen zu sollen. Die Antwort fiel aus, wie zu erwarten gewesen war.

Tattos Leitung (s. o.) das Studium der Arithmetik; zuerst kam der eigentlich zahlentheoretische Teil, dann erst das praktische Rechnen. Auf die Zeiteinteilung der verschiedenen Völker und auf die Berechnung des Kalenders legte man grofses Gewicht. Nicht alle Schüler kamen recht mit fort, auch verliefsen programmgemäfs alle jene vor dem Beginne des Geometriestudiums den Kurs, welche sich dem Rechte oder der Heilkunde zu widmen gedachten. Letztere unterrichtete besonders Richram, der Aufseher des botanischen Gartens[1]. Etwa zwanzig waren noch zusammengeblieben, welche Geometrie lernten; damit ward Kosmographie und Naturkunde verbunden. An Ostern 824 ging man zur Musik, ein Jahr später zur Astronomie über, und zwar blieb Tatto der Lehrer.

Ein wenig anders stellt sich die Sache in dem Divinationsversuche Zimmermanns[2]. Fünf Klassen in St. Gallen erhielten noch gar keinen Unterricht in der Mathematik; in der sechsten, von unten auf gerechnet, trat eine Spaltung ein. Alle, die sich für einen Spezialberuf entschieden, gingen in besondere Kurse über, während die sechste Klasse als solche das Quadrivium in Angriff nahm. Die Reihenfolge sei in St. Gallen ganz die gleiche gewesen, wie auf der Reichenau, nur wäre dem eigentlich astronomischen Kursus ein vorbereitender mythologisch-astrognostischer vorangegangen.

Wir haben keinen Grund zu glauben, dafs der Schulplan, welchen kundige Männer von sich aus als den für das IX. und X. Jahrhundert wahrscheinlichsten erachten, mit inneren Gebrechen behaftet sei. Mag, wie ja noch heute, in Einzelheiten der Lehrplan der einen Kloster- und Stiftsschule von demjenigen einer Schwesteranstalt abgewichen, mag wohl insbesondere auch die Musik der Geometrie vielfach vorangegangen sein, so dürfen wir es doch für sicher halten, dafs die Schulnormen nicht viel anders waren, als sie uns die Patres Marty und Zimmermann zu schildern wissen.

15

Mathematische Lehrbücher und Lehrmittel.

Davon, nach welchen Vorlagen der mathematische Unterricht an den kirchlichen Schulen erteilt ward, können wir uns eine zu-

[1] Ein solcher Krautgarten fehlte damals keinem namhaften Kloster. Denjenigen der Reichenau hat Walafried selber in einem Gedichte besungen, welches zu den anmutigsten Erzeugnissen der didaktischen Poesie des Mittelalters gehört.

[2] Zimmermann, Ratpert, etc. S. 43 ff.

treffendere Vorstellung machen. Einerseits nämlich begegnen wir da und dort direkten Nachrichten über diesen Punkt, und andererseits sind uns die Verzeichnisse von Nutzen, welche uns die in manchen berühmten Bibliotheken jener Zeit aufgespeicherten Literaturschätze vorführen. Heutzutage wäre es freilich mehr als gewagt, aus einem Bücherkatalog Schlüsse auf dafs Unterrichtswesen zu ziehen, allein diese Bedenken fallen für jene entlegene Zeit so gut wie gänzlich fort. Werke, die ausschliefslich dem Studium, der Weiterbildung des gereiften Gelehrten dienen sollten, gab es noch kaum, vielmehr stand die gesamte Litteratur, über welche man zu verfügen hatte, in einem mehr oder minder entschieden ausgesprochenen Zusammenhang mit der Schule. Ja es war wohl eine Ausnahme, wenn sich in einunderselben Büchersammlung Exemplare sämtlicher gangbarer Unterrichtswerke befanden, und selbst berühmte Anstalten dieser Art mufsten sich mit einem Teile des wirklich vorhandenen Materials begnügen[1]. Am besten dürften wohl auch hier wiederum die oberschwäbischen Klosterbibliotheken ausgestattet gewesen sein; auch die bayerischen Bildungsstätten besafsen durchweg die Hilfsmittel zu einem gedeihlichen mathematischen Unterricht im Stile der Zeit[2].

In der Arithmetik bezog sich der Lehrer mit Vorliebe auf Boethius und Isidorus, während der Lehrbegriff des Cassiodorius, wiewohl nicht unbekannt, aus der Schule selbst ganz ausgeschlossen

[1] Recht belehrend sind in dieser Hinsicht die »Recherches sur l'ancienne bibliothèque de Corbie« von Delisle (Paris 1860). Um 1200 besafs dieses durch Gelehrsamkeit wie Wohlstand gleichmäfsig ausgezeichnete Kloster in unserm Fache nur die Musik und Geometrie des Boethius, drei Traktate, die kurz wegals »Musica et geometria« figurieren, einen Traktat »Arismetica, Musica«, dann »Arismetica« schlechtweg zweimal, mit andern Schriften zusammengebunden, ferner Augustins Musik und das unentbehrliche Werk des Marcianus Capella. Ein Nachtrag fügt noch die Arithmetik des Boethius, Bedas Zeitrechnung, Iginus (d. i. Hyginus) de astronomia, Glossen zu Marcianus Capella und eine Naturkunde (De natura rerum liber unus) hinzu. — Wir verkennen nicht, dafs unser Versuch, aus den bibliothekarischen Zuständen einer Anstalt Schlüsse auf den Lehrbetrieb derselben zu ziehen, sich zu Prantl (Bavaria, 1. Band, 1. Abteilung, S. 515) in einen gewissen Widerspruch stellt. Ferne sei es auch von uns, diesen Schlufs zu verallgemeinern, allein für unser Fach und für den hier in Rede stehenden Zeitraum dünkt uns die äufserst enge Verkettung zwischen Selbststudium und Lehre ganz unabweisbar.

[2] Da die durch ihren Reichtum an älteren mathematischen Handschriften mit Recht berühmte k. Hof- und Staatsbibliothek in München diese ihre Schätze wesentlich der zu Anfang dieses Jahrhunderts in Szene gesetzten Säkularisierung der bayerischen Klöster verdankt, so kann man obige Behauptung einfach durch den Hinweis auf den die Ursprungszeugnisse mit gröfster Treue anführenden Katalog jener Bibliothek bewahrheiten.

gewesen zu sein scheint. Auch Marty läfst seinen Tatto den Boethius an die Spitze des Unterrichtes stellen. Aus diesem nach unsern modernen Begriffen höchst unschmackhaften Autor lernte der Schüler indefs nicht sowohl das eigentliche »Rechnen«, vielmehr machte ihn derselbe nur mit den Eigenschaften der Zahlen im allgemeinen und im besondern bekannt[1]. Der »Computus«, welcher zunächst natürlich noch ohne Beziehung auf Chronologie gelehrt werden mufste, stützte sich in der Hauptsache auf Beda, denn obwohl Hrabanus Maurus im Jahre 820 ein sehr vollständiges Handbuch der Lehre vom Komputus verfafst hatte[2], welches seinen Weg sicherlich bald an andere Bildungsanstalten fand, so war dasselbe doch wohl mehr ein Hilfs- und Nachschlagebuch für den Lehrer, als ein Leitfaden für die Schulunterweisung[3]. Jedenfalls erblicken wir in dieser Kompilation des berühmten Lehrers[4] den ersten Versuch, das von den Autoritäten gelieferte wissenschaftliche Material in eine neue, bestimmten Zwecken dienstbare Form zu bringen, und so erscheint Hraban im Gegensatze zu seinen Vorgängern, deren Arbeiten mehr den monographischen Charakter an sich trugen, als der Urheber der mathematischen Kompendienlitteratur. An solchen mehr oder minder kurzen Lehrtraktaten ist von nun an kein Mangel mehr, hauptsächlich auf dem Gebiete der Arithmetik. Die Bezeich-

[1] Peiper in seiner oben bereits angezogenen Studie über die Rhythmimachie bemerkt allerdings, dafs in der Periode zwischen Karl I. und Otto III. die Arithmetik des Boethius sich verhältnismäfsig selten zitiert findet. Das ist zuzugeben, doch kann daraus nicht geschlossen werden, das Buch sei nicht gebraucht worden, denn zur Einführung in den theoretischen Teil der Arithmetik war es so gut wie unentbehrlich.

[2] Beati Rabani Mauri Abbatis Fuldensis et Moguntini Archiepiscopi liber de computo, herausgegeben von Migne (s. o.). Das Buch enthält weit mehr, als es verspricht, denn es beschränkt sich nicht auf jene Teile der Astronomie, welche von Bedeutung für die Kalendariographie sind, sondern verbreitet sich ohne jede beschränkende Rücksicht über diese Wissenschaft. So handelt Kap. LII von den Kometen. Der an Marcharius gerichtete Prologus hebt an mit den Worten: »Composui quidem ex numero et temporum articulis quendam dialogum, et nomini tuo ipsum dicavi; in quo quae necessaria mihi videbantur, interrogandi, discipuli nomine, et quae respondendi, magistri vocabulo praenotavi.«

[3] Wir deuten eben diese Einleitungsworte in dem Sinne, dafs Hraban mehr ein Repertorium, als ein Lehrbuch in engerer Bedeutung zu schaffen beabsichtigt hatte. Die gegenteilige Ansicht vertritt Ebert (a. a. O., 2. Band. S. 127 ff.), der aber auch selbst darauf hinweist, das Hraban minder aus eigener Initiative und mehr nur durch die Wünsche des Marcharius veranlafst an das Werk gegangen sei.

[4] Eine solche war es und sollte es ausgesprochenermafsen sein; der Autor nimmt für sich selbst lediglich das Verdienst der »Verdeutlichung« in Anspruch.

nung dieser Wissenschaft schwankt vielfach; neben Arithmetice oder Arismetice wird in den ältern Zeiten auch noch stets das von seiner spezifisch-kirchlichen Nebenbedeutung sich mehr und mehr loslösende Wort Computus gebraucht, welches seit dem Auftreten Gerberts durch Abacus ersetzt und schliefslich endgiltig durch den an den Gebrauch indischer und arabischer Rechnungsweisen erinnernden Ausdruck Algorismus oder Algorithmus verdrängt wird; im Falle, dafs der letztere auch auf die Probleme der Festrechnung Anwendung findet, wird die Zusatzbezeichnung »cum computo ecclesiastico« mitunter ausdrücklich hinzugefügt. Häufig, und zwar gerade bei den wichtigeren Schriften, nennt der Kompilator ebenso seinen Namen, wie dies ein Schriftsteller der Jetztzeit thut, manche Schriften sind aber auch anonym; unsere Kenntnis beider Gattungen wird mit jedem Jahre eine ausgebreitetere. Im Jahre 1847 konnte v. Böck, von den namenlosen Traktaten abgesehen, dreizehn Schriftsteller über Komputus mit Namen aufzählen[1]: Hraban, Helperich, Marianus Scotus, Sigbertus Gemblacensis, Pandulfus Capuanus, Hidulf, Ruthart, Wilhelm von Hirschau, Hermann den Lahmen, Garlandius Joannes[2], Notker, Campanus, Wikpert und Wikram[3]. Aus den Vorreden kann man häufig ersehen, dafs die Verfasser nur ihre Zöglinge und deren Interessen im Auge hatten, an eigentlich wissenschaftliche Leistungen aber gar nicht dachten; zumal von dem Leitfaden des Helperich läfst sich dies behaupten, ohne dafs man ihn deshalb mit Ruhkopf[4] als das erste von einem Deutschen verfafste Rechenbuch bezeichnen darf. Obwohl noch eine ungemein grofse Anzahl von Schriften dieser Art in dem Staube der Bibliotheken begraben liegt[5], so dürften dieselben doch grofsenteils uns keine eigentlich neuen Aufschlüsse mehr bieten können. — Was das Abakusrechnen im speziellen Sinne anlangt, so waren nach Treutlein im Jahre 1878 sieben darauf

[1] V. Böck, a. a. O., S. 59.

[2] Dieser Traktat soll sich handschriftlich auf der Universitätsbibliothek von Cambridge befinden.

[3] Wikperts und Wikrams Abhandlungen über den Komputus, beide dem XII. Jahrhundert angehörig, hat Pez im zweiten Bande seines »Thesaurus« publiziert.

[4] Ruhkopf, a. a. O., S. 152.

[5] Cod. 3896 der Vatikana birgt in sich nach einer Notiz des Fürsten Boncompagni nicht weniger als 26 Traktate arithmetischen Inhalts, wovon nur zwei zugleich chronologische Materien mit behandeln.

bezügliche Schriften im Druck veröffentlicht[1], nämlich des Boethius »de ratione abaci« und »de minutiis« durch Friedlein, des Gerbert »Libellus de numerorum divisione«, die »Regula de abaco computi« und Bernelins »Liber abaci« durch Olleris, den bekannten Herausgeber der Gerbertschen Schriften; durch ebendenselben eine »Introductio in arithmeticam« unbekannten Ursprungs, ferner »Regulae Domni Oddonis super abacum« durch den Abt Martin Gerbert[2] und endlich »Regule abaci« durch Chasles[3]. Treutlein beförderte in seiner oben erwähnten Schrift sieben neue Nummern zum Druck, von deren Existenz man allerdings bereits grofsenteils durch Friedlein unterrichtet war, nämlich Gerlands Traktat »de abaco« nach einem Kodex der Karlsruher Hofbibliothek, nach einer ebendort befindlichen Vorlage die »Regule Herimanni. Qualiter multiplicationes fiant in abbaco« und endlich fünf Manuskripte verwandten Inhalts aus den Münchener handschriftlichen Schätzen. Neuerdings ist manches noch hinzugekommen. Narducci hat uns mit den »Reguncule super abacum« des Turchillus bekannt gemacht[4], Fürst Boncompagni veranstaltete mit der ihn auszeichnenden bibliographischen Sorgfalt eine Ausgabe der »Regule Abaci« des Atelhart von Bath[5], eines Mannes, dem wir um so gründlichere Beachtung schenken müssen, weil er an der Schwelle einer neuen Zeit steht. Atelhart, der uns noch später als Förderer der geometrischen

[1] Scritti inediti relative al calcolo dell' abaco, publicati da P. Treutlein, Roma 1878.

[2] Vgl. dessen bekannte Sammlung: Scriptores ecclesiastici de musica, tomus I. S. 296 ff.

[3] Compt. rend., vol. XVI. S. 156 ff; vol. XVI. S. 1393 ff.

[4] Narducci, Intorno a due trattati inediti d'abaco contenuti in due codici vaticani del secolo XII, Bonc. Bull., tomo XVII. S. 111 ff. Die Schrift des Turchillus, eines Briten, war bis dahin nur gelegentlich von dem gelehrten Bücherkenner A. De Morgan (Arithmetical books from the invention of printing to the present time, London 1847. S. 107) erwähnt worden. Sie läuft auch unter dem Titel »Turchilli computistae computus ad Simonem de Rotulis;« der Empfänger ist wahrscheinlich ein Edler von Rutland gewesen. Turchillus nennt als seinen Meister einen gewissen Wilhelm, doch hat er auch den Calculus des Victorius gekannt und verwertet. Auch von einem zweiten, wahrscheinlich aus späterer Zeit stammenden Traktat über den Abakus gibt Narducci in seinem Aufsatze Nachricht. — Neuerdings gab Narducci (Rend. Accad. Linc., 5. Juli 1885) Auszüge aus dem Werkchen eines Joannes Olibanus.

[5] B. Boncompagni, Intorno ad un scritto inedito di Adelardo di Bath intitolato »Regule Abaci,« Bonc. Bull., tomo XIV. S. 1 ff. Die drei — in Leyden, Paris und Rom — vorhandenen Handschriften waren vom Herausgeber kollationiert worden.

Studien wieder begegnen wird, verstand sich, wie aus der obigen Schrift erhellt, vollkommen auf alle Feinheiten des Abakusrechnens, allein er war auch mit der Wissenschaft des Ostens vertraut, und so darf er wohl mit noch gröfserem Rechte denn der unsicher herumtastende Radulf von Laon[1] als derjenige Mathematiker des Mittelalters gelten, in welchem der Übergang von den Abazisten zu den Algorithmikern sich vollzieht. Die Formulierung des in diesen Worten sich aussprechenden Gegensatzes verdankt man Cantor. »Unter dem Namen der Abacisten«, sagt er[2], »versteht man insgemein diejenigen Rechenkünstler, welche der Methode des Abakus sich bedienten, welche also die von Gerbert aus römischen Quellen abgeleiteten Kenntnisse weiter trugen, welche die eigentliche Null noch nicht kannten, sondern der gezeichneten Rechentafel zu ihren Operationen bedurften. Algorithmiker nenne ich im Gegensatze dazu diejenigen Schriftsteller, welche teils Übersetzer, teils Bearbeiter der Arithmetik des Mohammed ben Musa Alkharezmi waren, welche also arabische Methoden kennen gelernt und den Gebrauch der Null sich angeeignet hatten. Zwischen beiden steht dann noch ein den Übergang bildendes Geschlecht, welches die Vorzüge des Neuen zwar noch nicht ganz erkennend das gute Alte doch bereits vergafs und so Stücke von beiden mifsverstandenen Richtungen in sich vereinigte«.

Solcher Kommentare zu dem Fundamentalwerk des arabischen Arithmetikers sind uns drei bekannt. Cambridge bewahrt ein solches Manuskript, welches wahrscheinlich eben von jenem Athelhart von Bath (zur Zeit, als König Heinrich I. in England regierte) herrührt; ein zweites befindet sich in Paris und enthält eine wahrscheinlich bald nach 1100 vollendete Arbeit des spanischen Juden Johannes von Sevilla. Diese beiden Quellenschriften der abendländischen Algorithmik besitzen wir in einer kritischen Ausgabe des Fürsten Boncompagni[3]. Es könnte hiernach scheinen, als ob das eigentliche Deutschland bei der Verbreitung des Algorithmenrechnens sehr wenig beteiligt wäre, denn, wie Weifsenborn richtig bemerkt[4], haben auch späterhin zur Aufnahme desselben die Werke eines Byzantiners und eines Italieners, des Maximus Planudes und des Leonardo Fibonacci, am meisten beigetragen, allein ein späterer Fund hat doch gezeigt, dafs auch die deutsche

[1] Cantor, Math. Beitr. etc., S. 338.
[2] Ibid. S. 331.
[3] Trattati d'aritmetica pubblicati da B. Boncompagni, Roma 1857.
[4] Weifsenborn, Die Entwicklung des Zifferrechnens, Eisenach 1877. S. 7 ff.

Klostergelehrsamkeit des fremdartigen Gegenstandes sich ziemlich früh zu bemächtigen wufste. Ein jetzt in Heidelberg sich befindender, vordem aber einem südschwäbischen Kloster zugehöriger Kodex, den Cantor bemerkte und beschrieb[1], enthält eine gedrängte Darstellung der algorithmischen Lehren; sein Ursprung dürfte annähernd mit dem Jahre 1200 zusammenfallen. Jedenfalls aber wufsten die Klosterschulen in ihrer guten Zeit noch nichts von Stellenwert und Null; im IX. und X. Jahrhundert herrschte an ihnen noch der schwerfällige Komputus mit altrömischen Zahlzeichen vor, und von der zweiten Hälfte des X. Säkulums ab lernte der Schüler mehr und mehr die durch Gerbert neu eingebürgerte Kolumnenrechnung kennen. Der Algorithmus als solcher tritt uns von neuem in den beiden nächstfolgenden Kapiteln als akademischer Lehrgegenstand entgegen.

Wenn wir nun auch noch ein Wort von den arithmetischen Lehrmitteln sagen sollen, so schliefsen wir zunächst alles aus, was mit dem Rechenbrett selbst in Verbindung steht, denn dasselbe ist zu sehr ein integrierender Bestandteil der Methodik, als dafs es abgesondert von dieser behandelt werden könnte. Was das Rechnen selbst anbetrifft, so ward dies in der Schule selbst gewifs nicht auf einem so kostspieligen Stoffe eingeübt, wie Pergament oder Papier damals waren, vielmehr ist es sehr wahrscheinlich, dafs die Lernenden mit Wachstäfelchen versehen waren. »Für den täglichen Gebrauch«, meint Blafs, der uns den Gebrauch solcher Tafeln als einen im Altertum sehr weit verbreiteten schildert[2], »war dies beliebig oft zu verwendende Material sehr bequem; konnte man doch auslöschen und wieder beschreiben nach Belieben«, und da Wattenbach ausdrücklich berichtet[3], es hätte der altrömische Gebrauch, Wachstafeln zur Führung amtlicher Rechnungen und namentlich von Zinsregistern zu verwenden, sich bis tief ins Mittelalter hinein fort erhalten, so ergibt sich ein analoger Gebrauch in den durchaus der Tradition huldigenden Klöstern ganz von selbst. Die Griffel der kleinen Rechner waren jedenfalls oben spatelartig abgeplattet, um bequem mit ihrer Hilfe die ebene Schreibfläche wiederherstellen zu können. —

Wir wenden uns von der Arithmetik der Musik zu, welche ja, soweit sie für uns an diesem Orte überhaupt in Gebrauch kommt,

[1] Cantor, Über einen Kodex des Klosters Salem, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 10. Band. S. 1 ff.

[2] J. Müllers Handbuch der klassischen Altertumswissenschaft in systematischer Darstellung, Band 1, Erste Hälfte, Nördlingen 1885. S. 306 ff.

[3] Wattenbach, Das Schriftwesen im Mittelalter, Leipzig 1871. S. 59.

nur einen Unterfall ersterer Disziplin bildet. Maßgebend war auch hier Boethius; außerdem waren nach und nach die Schriften gelehrter Mönche im Gange, deren Namen wir teilweise schon in § 12 kennen lernten: des Aurelian von Reome (IX. Jahrhundert), des Remigius von Auxerre (X. Jahrhundert), des Hucbald, Regino, Berno, Hermann, Wilhelm von Hirschau und später besonders des Guido von Arezzo[1]. Der Name Guidos, des Erfinders der »Solmivasion«, strahlte im hellsten Glanze[2], wie er denn auch heute noch jedem gebildeten Musikfreunde geläufig ist. Die älteste deutsche Schrift über Musik (s. o.) ist diejenige des Notker[3]. Wenn vom theoretischen Musikstudium die Rede ist, so wolle der Leser nur immer beachten, daß durch dieses durchaus keine musikalische Bildung im Sinne der Gegenwart, sondern einzig und allein gelehrte Bildung bezweckt werden sollte. Es gilt wörtlich, was Ambros[4] von den musikalischen Vorlesungen an den Hochschulen feststellt: »Da hier die Musik nicht als Kunst, zu welcher Talent nötig ist, sondern als Wissenschaft oder vielmehr als eine Summe von Lehrsätzen betrachtet wurde, welche durch fleißiges Studium so gut dem Gedächtnis eingeprägt werden konnten als etwa die Fundamentalsätze der Geometrie, so konnte der aller Musikanlage Baarste doch Meister der Musik sein . . . . Verstand sich der Gelehrte neben den mathematischen Tonuntersuchungen auch auf Saitenspiel und Gesang, so wurde es allerdings als gut und löblich erkannt«.

Die musikalischen Instrumente, die von besseren Klosterorchestern bereits in ganz stattlicher Mannigfaltigkeit gehandhabt wurden, gehen uns hier nichts an. Dagegen war die arithmetisch-musikalische Intervallenlehre dem Versuch nicht fremd; das zweifellos älteste aller physikalischen Instrumente, das Monochord, gehörte zum Inventar der damaligen Schulen. Man hat sich darunter ein geteiltes Brett zu denken, längs dessen Teilung eine an einem Ende befestigte Saite sich hinzog, die dann am untern Ende über einen Steg lief

[1] Specht, a. a. O., S. 141 ff.

[2] In Sigbertus Gemblacensis' »Chronica ad annum 1028« ist zu lesen: »Claruit in Italia Guido Aretinus multi inter musicos nominis, in hoc etiam philosophis praeferendus, quod ignotos cantus etiam pueri facilius discant per ejus regulam, quam per vocem magistri aut per usum alicujus instrumenti; dum sex literis vel syllabis (ut re mi fa sol la) modulatim appositis ad sex voces, quas sola regulariter musica recipit, hisque vocibus per flexuras digitorum laevae manus distinctis per intentum diapason se oculis et auribus ingerunt intentae et remissae elevationes vel depositiones earundem vocum.«

[3] Ambros, Gesch. d. Musik, 2. Band. S. 99.

[4] Ibid. S. 119 ff.

und nach Gutdünken durch darangehängte Gewichte gespannt werden konnte. An diesem Apparat erläuterte man demonstrativ die zwischen Saitenlänge, Saitenspannung und Tonhöhe obwaltenden Gesetze[1].

Nun zur Geometrie! Von geometrischen Instrumenten ist schon in dem der älteren Karolingerzeit angehörigen Gedichte Theodulfs (s. o. § 9) die Rede; Lineal (zugleich Mafsstab) und Zirkel sind zu selbstverständige und naturnotwendige Hilfsmittel des geometrischen Unterrichts, als dafs man annehmen könnte, man habe sich zu irgend einer Zeit ohne sie beholfen. Für praktisch-geometrische Zwecke besafs man jedenfalls auch rohe Winkelmefsinstrumente nach Art der später sogenannten Astrolabien, doch können wir anscheinend den Gebrauch eines solchen Werkzeuges zum Höhenmessen mit urkundlicher Bestimmtheit erst bei Gerbert, im sechzehnten Kapitel seiner Geometrie[2], nachweisen. Über die Bedeutung des ab und zu vorkommenden Wortes »Radius geometricus« gehen die Ansichten etwas auseinander. Chasles[3] verstand darunter den Stift, mit welchem auf die demnächst zu erwähnende Tafel geschrieben, resp. gezeichnet ward, Friedlein aber ist anderer und, wie uns scheinen will, begründeterer Meinung, indem er darin eine Mefsrute erkennt[4]. Die Figuren, welche den Schülern als Paradigmen in die Hand gegeben wurden, waren jedenfalls mit Sorgfalt auf Pergament gezeichnet; solche Manuskripte bewahrt noch heute die Stiftsbibliothek von St. Gallen[5]. Die Schüler dagegen hatten in ihren Händen den sogenannten Abakus, eine mit Staub bestreute viereckige Tafel, welche sich zum Entwurf und zur Wiedervernichtung von Diagrammen weit besser eignete, als die Wachstafel[6]. Kompliziertere Konstruktionen

[1] Das Wesen des Monochords behandelt, zugleich mit geschichtlichen Rückblicken, sehr eingehend Lipschitzs Schrift »Die Bedeutung der theoretischen Mechanik« (Berlin 1871).

[2] Cantor, Die röm. Agrimensoren etc., S. 162.

[3] Compt. rend., vol. XVI. S. 1410 ff.

[4] Als Beweismittel dient vorzugsweise die folgende, einer vom Abakusrechnen handelnden Handschrift entnommenene Stelle: »Est praeterea in hac disciplina quidam geometricalis radius, qui instar calami in Ezechiele templum domini mensurantis ad votum geometricorum in coeli terraeque dimensione modo inclinatur modo erigatur.« Ähnlich Gerbert in seinem Sendschreiben an den Stiftslehrer Constantinus. Vgl. Friedlein, Die Entwickelung des Rechnens mit Columnen, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 10. Band. S. 244.

[5] Zumal cod. 176 bietet nach Dümmler stereometrische Zeichnungen.

[6] Sonst wird der Abakus auch direkt als der »geometrische Tisch« bezeichnet. In der hinsichtlich ihrer Echtheit allerdings strittigen Geometrie des Boethius (ed. Friedlein, Lipsiae 1867. S. 393) wird, nachdem einige Elementarbegriffe

hätten sich freilich auf diesem Substrat minder leicht ausführen lassen, allein dergleichen kam auch nicht vor, Euklid war ja so gut wie unbekannt, und was aus Isidor und Marcianus Capella, sowie allenfalls aus Boethius entnommen ward, beschränkte sich auf ganz einfache gestaltliche Beziehungen.

Zur Geometrie gehörte nach damaligen Begriffen, wie wir schon wissen, Geographie und Kosmographie, durch welche beide Wissenschaften zugleich auch die Verbindung mit der Astronomie hergestellt ward. Die guten klassischen Autoren, Eratosthenes, Ptolemaeus, Strabon waren freilich noch vollkommen unbekannt, und gewisse Spätlateiner beherrschten das Feld in Verbindung mit einigen Kirchenvätern[1]. Cassiodor hatte die Kosmographie des Julius Orator anempfolen, Lull von Mainz suchte dieses Buch und andere von ähnlichem Inhalt aus England zu erhalten[2]. Da die Originale selten waren, so entstanden Auszüge und Kompilationen, die dann freilich nur eine sehr trübe und abgeleitete Wissensquelle darstellten. Manitius hat unlängst eine interessereiche Schrift dieser Art entdeckt und herausgegeben, welche ihre Bestimmung, dem klösterlichen Unterrichte zu dienen, direkt an der Stirne trägt[3].

erläutert sind, so fortgefahren: »Sed jam tempus est ad geometricalis mensae traditionem ab Archita, non sordido hujus disciplinae auctore, Latio accomodatam venire.« Von diesem Architas Latinus spricht auch Cantor (Die röm. Agrim., S. 135).

[1] In seinem mehrfach erwähnten »Renner« (Vers 20135 ff. der Bamberger Ausgabe von 1833) stellt Hugo von Trimberg die ihm bekannten Autoritäten für Natur- und Weltkunde zusammen, wie folgt:

»Solinus und ysydorus,
Physologus und plinius,
Plato und maister adellin (?),
ambrosius und sant augustin,
Jeronim' und Origenes
Jacob und arystotiles
Sint von nature d' schrift gezevg.«

[2] Specht, a. a. O., S. 146 ff.

[3] Anonymi de situ orbis libri duo; e codice Leidensi nunc primum edidit M. Manitius, Stuttgart 1884. »Studio quorundam fratrum admonitus,« so leitet der Kompilator das von ihm gebotene wissenschaftliche Ragout ein, »discipulorum mitissima deprecatione accensus hunc de situ orbis libellum componere studui.« Wenn wir oben sagten, das um 870 entstandene Büchlein biete Interesse, so fasten wir dieses nicht etwa als ein sachliches auf, denn es ist in dieser rohen Zusammenschweifsung von Lesefrüchten aus Isidor, Solinus u. a. kaum ein eigentlich wissenschaftliches Moment enthalten, allein belehrend ist es doch im hohen Grade, einmal einen so selten gewährten Einblick in die Werkstätte eines Kompendienschreibers jener Zeit thun zu können.

Daneben liefen stetig Erzeugnisse der von Zöckler[1] mit diesem Namen belegten »Physiologus-, Clavis- und Moralitäten-Litteratur des Mittelalters« her, Elaborate, die man eben auch durch das Zöcklersche Werk am besten kennen lernt. In Fulda mag, des Hrabanus Werken nach zu schliefsen, eine der ersten Bildungsstätten für diese Gattung menschlichen Wissens sich befunden haben[2]. Beschreibende Geographie lernte man wohl mit Vorliebe aus Marcianus Capella, jenem Autor, der die unglückliche Zusammenwürfelung von »Geometrie« und »Geographie« hauptsächlich verschuldet hat[3]. Dazu bedurfte man auch der Weltkarten, an denen es nicht

[1] Zöckler, a. a. O., 1. Abteilung, S. 326 ff.

[2] Vgl. Fellner, Kompendium der Naturwissenschaften an der Schule zu Fulda, Berlin 1879. Dieses Buch ist der Hauptsache nach eine Analyse des von Hraban aller Wahrscheinlichkeit als Unterlage für seine Vorlesungen an der äufsern Klosterschule verfafsten Werkes »De Universo.« Hierfür sprechen neben anderm sehr eindringlich die theologisierenden Nutzanwendungen. »Dafs die naturwissenschaftlichen Fächer«, meint Fellner (a. a. O., S. 8 ff.), »in der Fuldaer Klosterschule unter Hrabans Rektorat betrieben wurden, ist zwar nicht erwiesen, aber auch nicht widerlegt; dafs sie aber von jenen, die zum Mönchsstande und speziell zum Lehrstande herangebildet wurden, nicht ganz beiseite gesetzt wurden, ist mehr als wahrscheinlich, indem Hraban die allgemeine Bildung, die Profankenntnisse, als eine notwendige Vorstufe zum Studium der Theologie selbst erachtet hat.« Ein von Fellner selbst nicht urgierter, aber gewifs jeden Zweifel behebender Beleg für die Richtigkeit obiger Behauptung wird durch das auf uns gekommene anatomische Kollegienheft geboten, welches Walafried Strabus unter Hrabans Auspizien anfertigte (Specht, a. a. O., S. 148). Dasselbe trägt die bezeichnende Aufschrift:

»Sic homo consistit, sic corporis illius artus
Expositos Mauro Strabus monstrante tenebo.«

[3] Dafs auch in St. Gallen — von Hrabanus ist es bekannt — diese Verwechslung an der Tagesordnung war, erhellt nach Specht (a. a. O., S. 143 ff.) aus einem auch in anderer Beziehung lehrreichen Briefe des Notker Balbulus, in welchem derselbe um 880 seine früheren Schüler um des willen bedauert, weil sie seinem Unterricht zu bald entzogen worden seien. Die bezügliche Stelle des von Dümmler (Das Formelbuch des Bischofs Salomo III. von Konstanz aus dem neunten Jahrhundert, herausgegeben und erläutert, Leipzig 1857. S. 50 ff.) der Vergessenheit entrückten Schriftstücks lautet: »... nisi quia indignor seu potius doleo, quod tanto tempore lacte vel potius solido cibo nutriti iterum egeatis instrui, quae sint elementa et qualiter ea conjuncta syllabam, syllabae vero connexae dictionem, dictiones vero ordinatae compositae intelligibilem perficiant orationem: cum et discendi diuturnitate et aetatis maturitate ad hoc pervenisse debueritis, ut de difficillimis grammaticae artis quaestionibus disputare, de dialecticae tendiculis astuto et celeri pede elabi, de invectionibus rhethoricae victores exire, de regionum situ quaerere, de cursu planetarum vario scitari, de stellarum effectibus admirari, de invisibilibus et supracaelestibus aliquid novi jugiter audire pro ludo et jocunditate nimis duceretis ...« Der typische Scholar, der mit diesen Worten gemeint ist, hatte offenbar im Elementarunterricht zum

fehlte; Theodulf, Hartmuot, Reginfried, Wernher von Tegernsee werden als solche Kartenzeichner ausdrücklich namhaft gemacht[1]. Die Münchener Hof- und Staatsbibliothek nennt verschiedene solche Erdbilder ihr eigen, deren ältestes in einer Freisinger Handschrift aus dem X. Jahrhundert sich befindet[2].

Wenn wir uns endlich zur Astronomie selbst wenden, so versteht es sich wohl von selbst, dafs auch für diesen Teil des Quadriviums die uns sattsam bekannten Schriften der Spätlateiner, zusammen mit denjenigen des Beda, für die ältere Zeit die mafsgebende Schullitteratur ausmachten[3]. Allein schon verhältnismäfsig früh brachte man es in dieser stets mit Vorliebe betriebenen Wissenschaft zu eigenen Erzeugnissen, die immerhin über das Mafs der sonst üblichen Kompilationen hinausgingen; insbesondere haben wir hier die Arbeiten des Hermannus Contractus und des Wilhelm von Hirschau im Auge[4]. Ein moderner Schulunterricht in der

teile das Trivium, Arithmetik und Musik absolviert, zur Geometrie, welche in den oben gesperrt gedruckten Worten ihre Andeutung findet, zur Astronomie und zu den feineren Künsten des Triviums war er dagegen noch nicht gelangt gewesen.

[1] Specht, a. a. O., S. 146 ff.

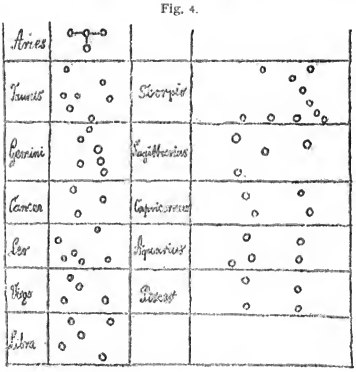
[2] Verhandlungen des vierten deutschen Geographentages zu München, Berlin 1884. S. 179.

[3] Zumal das zweite Buch der Naturgeschichte des Plinius mufs hier genannt werden; Alkuin hielt grofse Stücke darauf. Auch behauptete sich dieser sein guter Ruf, aller Mangelhaftigkeit zum Trotz, durch das ganze Mittelalter hindurch und bis in die Zeit Keplers. Jakob Ziegler hielt es noch für notwendig, Scholien dazu zu schreiben, welche an innerem Werte das Original ganz unverhältnismäfsig überragen (In Plinii de naturali historia librum II commentarius, Basileae 1531), und als der bekannte Humanist Frischlin den Text seiner in Tübingen gehaltenen astronomischen Vorlesungen drucken liefs (De astronomiae artis cum doctrina coelesti et naturali philosophia convenientia, Francofurti 1586), da führte sein Rezensent Mästlin, Keplers Lehrer, nicht mit Unrecht, bittere Klage über die Irrtümer, die der Verfasser dem Plinius nachgeschrieben habe.

[4] Wilhelms »Philosophicae et astronomicae institutiones« haben weiter oben (in § 12) ihre Würdigung gefunden. Die beiden Schriften, welche Hermann dem Astrolabium — d. h. nicht etwa dem rohen Winkelmesser in Transporteur-Form, sondern dem griechisch-arabischen Universalinstrument oder Planisphär — widmete, hat Pez im zweiten Teil des dritten Bandes seines »Thesaurus anecdotorum novissimus« herausgegeben (B. Hermanni Contracti Monachi Augiensis de mensura astrolabii liber, S. 94 ff.; ejusdem de utilitatibus astrolabii liber II., S. 107 ff.). Die erstgenannte monographische Darstellung zerfällt in neun Kapitel mit folgendem Inhalt: Allgemeine Begriffe der Sphärik; Definition des Almukantarat oder Kreises von gleicher Höhe; Erklärung der Stundenlinien; »Descriptio Alhancabuth«, d. h. des durchbrochenen Netzes; Zodiakalzeichen; Eintragung der Sternörter; »De partibus umbonis«; Aptierung des

Sternkunde bedarf neben dem Lehrbuch noch der Sternkarten, Globen und, wenn er tiefer eindringen soll, auch gewisser Vorrichtungen zur Wiedergabe der himmlischen Bewegungen im kleinen (Planetarien, Tellurien), sowie eines Fernrohrs. Mutatis mutandis sehen wir auch die alte Klosterschule in dieser Weise ausgerüstet. Der Astrognosie legte man grofse Wichtigkeit bei, schon deshalb, weil der gestirnte Himmel durch seine Umdrehung das fast einzige Hilfsmittel zur Zeiteinteilung der Nacht darbot[1]. Wie man dabei zu werke ging, den Schülern Gestalt und Gröfse der Sternbilder klar zu machen, wird uns freilich nicht ausdrücklich überliefert, doch dürfen wir wohl annehmen, dafs die altgriechische Methode des Alignements dabei die Führerin bildete. Die ausgezeichneten Sterne jedes einzelnen Sternbildes wurden für sich in einer besondern Gruppe zusammengestellt, damit das Auge einen nicht mehr so leicht zu verwischenden Eindruck bekam. Das in Fig. 4 mitgeteilte Schema ist zwar einer spätmittelalterlichen Kompilation entlehnt, gerade deshalb aber halten wir dafür, dafs wir hier eine durch viele Jahrhunderte

Fig. 4.



Astrolabiums für eine bestimmte Zeit; Gebrauch der »Alhiada«. Im zweiten praktischen Teile dokumentiert Hermann seine Bekanntschaft mit der orientalischen Terminologie durch das siebzehnte Kapitel: »De vocabulis stellarum Latinis et Arabicis«.

[1] Bei den Cluniacensern mufste ein Bruder diese Zeitmessung im Interesse des Kirchendienstes verstehen und üben, allein in der Lebensbeschreibung der heiligen Odilie wird ähnliches sogar von Frauenklöstern erzählt (Specht, a. a. O., S. 138): »Una sanctarum feminarum, cujus ministerium erat horam divini officii praevidere, surgens foras egressa est, ut stellis contemplatis, si jam esset

unverändert hindurchgegangene didaktische Norm vor uns haben[1]. Ähnlich verhielt man sich dann wohl auch beim Eintragen der Sternpositionen in die Karte resp. in das Papier, mit welchem nachher der Globus segmentenweise überzogen wurde. Ebenfalls aus späterer Zeit liegt uns ein sehr merkwürdiges Lehrmittel dieser Art vor, und zwar in sehr schätzenswerter Ausführung[2]. Drehbare Scheiben zur Versinnlichung des Planetenlaufs hat vielleicht schon Alkuin angewendet. Sonderbar, aber nichtsdestoweniger ganz gewifs ist es, dafs auch das »Fernrohr«, d. h. richtiger ein gläserloser Tubus, im Gebrauche war. Ein von astronomischen Dingen handelnder Kodex, so erzählt Zimmermann[3], war mit dem Bild eines Mönches geschmückt, der durch ein Fernrohr nach dem Himmel blickt; der ursprüngliche Text ward gelöscht, um Raum für wichtiger erscheinendes zu gewinnen, allein mitten im Palimpsest ist gleichwohl auch heute noch der beobachtende Astronom zu schauen. Was mit dieser Vorrichtung bezweckt ward, ist nicht recht abzusehen[4]. — Selbstver-

tempus ad signum nocturnale pulsandum.« Sogar die Nonnen lernten demgemäfs einiges vom Quadrivium. Auch wären ja sonst Erscheinungen, wie diejenigen der gelehrten Frauen Hrotsvitha und Herrad, gar nicht zu verstehen. Komputus galt den Bewohnerinnen der Klöster ebenfalls als nützlich, wo nicht als notwendig (Specht, a. a. O., S. 271 ff.); der Bischof Purchard liefs seine zur Äbtissin gewählte Schwester Mahilda unverzüglich in dieser Wissenschaft unterrichten.

[1] Es ist dies die in cod. lat. Mon. 11067 (Fol. 1 ff.) enthaltene »Compilatio leupoldi de astrorum scientia.« Wer dieser »Leupoldus ducatus Austriae filius« war, darüber sind die Akten noch nicht geschlossen. Vgl. hierüber des Verf. Artikel »Leopold von Oesterreich« in der »Allg. d. Biogr.« mit v. Zeifsbergs Zusätzen.

[2] Es findet sich dasselbe in cod. lat. Mon. 14583 (St. Emmeram, XV. Jahrhundert). Ein Professe dieses berühmten Klosters hat eine ganz genaue und detaillierte Sterntafel verfertigt, die für die »Compositio spere solide« nach König Alfons bestimmt war. Dabei bemerkt man orthographische Zeichnungen der nördlichen und südlichen Himmelshemisphäre mit den Polen der Ekliptik als Mittelpunkten, ferner saubere Skizzen einzelner Sternkonfigurationen — alles dies offenbar zu Unterrichtszwecken. — Eine in demselben Bande der Münchener Bibliothek eingeheftete »Cosmographia septem climatum« enthält eine lange Liste der geographischen Koordinaten aller möglichen Erdorte, sollte also mutmafslich bei der Anfertigung einer künstlichen Erdkugel dieselben Dienste leisten, wie jener Sternkatalog bei Herstellung einer Himmelskugel. Eine andere Münchener Handschrift mit Angaben über geographische Längen und Breiten ist ausführlich besprochen in des Verf. »Analyse einiger kosmographischer Kodizes der k. Hof- und Staatsbibliothek zu München« (Halle 1878).

[3] Zimmermann, a. a. O., S. 63 ff.

[4] R. Wolf (Gesch. d. Astr., S. 76) erwähnt dieser Sehröhren, ohne sich aber über deren eigentlichen Zweck zu äufsern. Dies thut Mädler, der die Erfindung — kaum mit Recht — ins Altertum verlegt, und zwar mit nachstehenden

ständlich hatte man auch Apparate zu astronomisch-chronographischen Zwecken, Horoskopien, Gnomone und Sonnenuhren. Von der halbkugelförmigen Sonnenuhr des Guilelmus Hirsaviensis, offenbar einer Nachahmung des σκάφιον von Eratosthenes, war oben in § 12 die Rede. Gerbert wird uns (s. o.) ausdrücklich als Verbesserer der astronomischen Beobachtungstechnik gerühmt, und zwar dürfte sein Verdienst hauptsächlich in der Wiedereinführung der alexandrinischen Armillarsphäre, dieses zur unmittelbaren Ablesung der Koordinatenwerte in jedem der drei himmlischen Achsensysteme dienlichsten Instruments, bestanden haben.[1]

16

Die Lehrmethode.

Bezüglich der Methodik tappen wir leider fast vollständig im dunkeln; kaum ein leiser Hinweis lüftet einigermafsen den Schleier. Die nächste Frage, welche sich erhebt, ist wohl diese: war der Unterricht ein mehr akademischer (akroamatischer) oder ein echt schulmäfsiger, sokratisch-katechetischer? Wollte man sich an den Augenschein halten, so müfste man sich unbedenklich für die letztgenannte Anschauung entscheiden, denn daran kann ja kein Zweifel obwalten, dafs die lehrhaften Schriften des Mittelalters von den ältesten Zeiten

Worten (Geschichte der Himmelskunde von der ältesten bis auf die neueste Zeit, 1. Band, Braunschweig 1873. S. 109): »Es ist nicht zu leugnen, dafs die Alten tubi anwandten, um deutlicher zu sehen: lange hohle Röhren, um die störenden Seitenstrahlen abzuhalten.« Was soll aber, so müssten wir fragen, die Beseitigung des diffusen Lichtes bei der Betrachtung von Sternen, deren einer dem blofsen Auge fast durchweg ebenso erscheint, wie der andere? Wir würden am meisten der Annahme zustimmen, dafs ein Tubus dieser Art, auf einem Stativ angebracht, zur Auffindung des Polarsterns diente, dafs somit nicht erst Gerbert für den Urheber dieses einfachen Verfahrens zu gelten hat (vgl. Werners mehrfach zitierte Schrift über Gerbert, S. 71 ff.); in der Chronik des Bischofs Thietmar von Merseburg (VI, 61) wird nämlich von jenem gesagt: »In Magdeburg horologium fecit, illud nocte constituens considerata per fistulam quandam stella nautarum duce.« Man richtete, so denken wir uns den Sachverhalt, auf der Sternwarte das Rohr nach einem beliebigen Sterne, liefs den Schüler hindurchsehen und zeigte ihm so direkt, was sonst erst nach Umflufs einer längeren Zeit festzustellen ist, dafs nämlich jeder Stern sich fortbewegt. Nur Sterne im unmittelbaren Umkreis des Poles blieben dauernd im Gesichtsfelde. Bei dieser Annahme befinden wir uns im Einklang mit gewissen Anekdoten, welche von dem astronomischen Bildungsgang Gassendis und des bekannten gelehrten Wunderkindes Duval erzählt werden; vgl. z. B. Kästners Geschichte der Mathematik, 4. Band, Göttingen 1800. S. 498.

ab mit Vorliebe nach dem System von Frage und Antwort eingerichtet waren. So war Hrabans Anleitung zur Rechenkunst beschaffen[1], in diesem Geiste bewegt sich das Zwiegespräch zwischen Lehrer und Schüler, dessen oben auf Seite 25, Note 3 gedacht ward, ein gleiches gilt für die Schulszenen, welche Hrotsvitha ihren Dramen einverleibt, und noch im Jahre 1503 wird dieselbe Form in der »Margarita philosophica« des Reysch, die selbst wiederum andern Leistungen zum Vorbild diente, als die zweckmäfsigste beliebt, und nur darin zeigt sich eine Abweichung, dafs gelegentlich auch der Lehrer Fragen stellt, nicht blos, wie sonst durchgängig, der Lernende[2]. Aus diesem Umstand glauben wir folgern zu müssen, dafs die wirkliche Unterweisung nicht so vor sich gegangen sein kann, wie die Bücher es zu ergeben scheinen. Man kann sich eben, wenn man eine solche Unterredung verfolgt, nicht von dem Gefühle losmachen, dafs der fragende Schüler die Dinge, nach welchen er sich erkundigt, bereits so ziemlich kennt; wie käme er, der angeblich Unwissende, aufserdem dazu, seine Fragen stets so geschickt und in einer für die Systematik seines Meisters so passenden Weise zu stellen? Hören wir z. B., wie geschickt bei Hrotsvitha die Knaben aus dem Munde des Lehrers die Begriffsbestimmung der Musik als einer mathematischen Disziplin herauszulocken wissen[3]: »Disc. Quid est musica? Paphnutius. Disciplina una de philosophiae quadruvio. Disc. Quid est hoc, quod dicis quadruvium? Paphn. Arithmetica, geometrica, astronomica. Disc. Cur quadruvium? Paphn. Quia, sicut a quadruvio semitae, ita ab uno philosophiae principio harum disciplinarum prodeunt progressiones rectae«. Diese allerdings etwas dunkle Antwort wirkt auf die wifsbegierige Jugend so einschüchternd, dafs sie schüchtern ausruft: »Veremur quiddam investigando rogitare de tribus, quia coeptae scrupulum disputationis capedine mentis vix penetrare quimus«. Jeder praktische Schulmann wird zugeben, dafs solches Frag- und Antwort-Spiel nicht viel mehr als eine Komödie ist, und dafs auf solche Weise wohl kaum die trefflichen Lehrerfolge zu erzielen waren, von denen doch allseitig berichtet wird. Einigermafsen können wir uns

[1] Kapitel IV des »liber de computo« beginnt beispielsweise: »De numeri demonstratione. Disc. Demonstratio ergo numerorum quomodo constat? Mag. Duobus modis. Disc. Quomodo? Mag. Aut enim litteris numeri notantur, aut digitorum inflexionibus exprimuntur.«

[2] Cantor, Die röm. Agrimens., S. 232 ff.

[3] Barack, Die Werke der Hrotsvitha, Nürnberg 1858. S. 239 ff.

durch die Voraussetzung helfen, es habe sich alles umgekehrt verhalten, der Lehrer habe an seine Klasse die Fragen gerichtet, welche schriftstellerisch dem Schüler in den Mund gelegt werden, und letzterer habe dann eine korrekte, auswendig gelernte Antwort hergesagt. Denn das bleibt, man mag was immer für einer von beiden Alternativen sich zuneigen, jedenfalls bestehen, dafs eine Lehr- und Lernthätigkeit, welche sich irgendwie den uns überlieferten Mustern von Frage und Antwort anpafste, in sehr hohem Grade das Memorieren des Wissensstoffes begünstigt haben mufs.

Damit stimmt überein, was wir nach spärlichen Zeugnissen überhaupt von den Äufserlichkeiten des mittelalterlichen Unterrichts wissen können[1]. In der Mitte des Schulzimmers war die Kathedra des Dozenten aufgestellt, und die Schüler safsen, ein jeder auf seinem Stühlchen, den Wänden entlang um jenen Mittelpunkt herum. Es ist einleuchtend, dafs eine solche Anordnung den Verkehr zwischen Lehrendem und Lernendem, wie er heute als die unerläfsliche Grundlage des Unterrichts erachtet wird, nicht nur nicht begünstigte, sondern beinahe unmöglich machte. Dazu kommt, dafs das nach unsern Begriffen unentbehrlichste Lehrgeräte, die schwarze Wandtafel, in der ältern Zeit niemals erwähnt wird. Es beruht zweifellos nur auf der Unvollständigkeit unserer Nachrichten, dafs wir einer Hindeutung auf jenes Hauptstück des Schulinventars erst gegen den Ausgang des Mittelalters hin begegnen[2], allein so viel scheint doch festzustehen, dafs die Tafel stets nur eine untergeordnete Rolle spielte, und mit ihrem Wegfall war auch der τέχνη μαιευτική des Lehrers, wenn dieser überhaupt über eine solche zu verfügen hatte, die beste Gelegenheit zur Entfaltung genommen.

Wie haben wir uns nun nach alldem den täglichen Verlauf einer mathematischen Lehrstunde in einer Stifts- oder Klosterschule des früheren Mittelalters zu denken? Der Lehrer besteigt die Kanzel und beginnt seinen Vortrag, der jedoch sicherlich kein freier war, sondern wesentlich nur eine Ausführung des vor ihm liegenden Textes; die Schüler hören zu und schreiben nicht etwa ununterbrochen

[1] Alle diese Zeugnisse hat mit gröfster Umsicht Specht (a. a. O., S. 162 ff.) zusammengebracht, und es kann deshalb seine Darstellung heute als das beste und zuverlässigste über den Gegenstand zu sagende betrachtet werden.

[2] Kaemmel, a. a. O., S. 193. »Das Inventar der Stadtschule in Görlitz beschränkte sich auf Lehrpult und Schülerbänke, sowie auf Tafeln zum Anschreiben von Buchstaben und Noten.«

nach, was sich ja schon mit Rücksicht auf die Kostspieligkeit der Materialien verboten haben würde, sondern suchen das mitgeteilte im Gedächtnis festzuhalten. Wird gerechnet, so führen sie auf ihren Wachs- oder Staubtafeln unter steter Beaufsichtigung die vorgeschriebenen Operationen aus, Zeichnungen, die herumgereicht werden, suchen sie ebenfalls nachzubilden, und zwar mit Hilfe des Stiftes auf dem Abakus. Vielleicht trat dann, wie dies noch heute in allen chinesischen Schulen üblich ist[1], derjenige, der mit seiner Aufgabe im reinen zu sein glaubte, mit seinem Täfelchen vor den Sitz des Magisters und holte sich daselbst Lob oder Tadel. Ein Teil der Stunde war zweifellos der Repetition des am Tage vorher durchgenommenen Lernstoffs vorbehalten, und in diesem Teile mag sich dann auch das erwähnte Wechselspiel von Frage und Antwort entwickelt haben. Nur dürfen wir wohl mit Gewifsheit annehmen, dafs, wie schon bemerkt, die in den vorhandenen Unterrichts-Paradigmen dem Schüler zugeschriebenen Fragen thatsächlich nicht von diesem, sondern vom Lehrer gestellt wurden, und dafs die Erwiderung eben die genau vorgeschriebene sein mufste.

Privatstudium und Privatnachhilfe dürften in jener Zeit eine erhöhte Bedeutung besessen haben, denn der eigentliche Klassenunterricht, wie wir ihn uns vorstellen, mufste einen tief-elementaren Charakter an sich tragen. Auch können wir für diese Auffassung einen urkundlichen Beleg beibringen. St. Ludger erzählt, dafs Gregor von Tours jedem seiner Schüler das Studium bestimmter Schriften anempfohlen und sie bei diesem Studium durch seine stete Kontrole und Mitwirkung gefördert habe[2]; insofern auch die reichsten Bibliotheken von einunddemselben Texte selten mehr als 1 bis 2 Exemplare besessen haben dürften, ergab sich von selbst eine Arbeitsteilung, die zu der Möglichkeit, sich ohne Mühe und erhebliche Kosten Bücher aller Art verschaffen zu können, im umgekehrten Verhältnisse steht.

17

Der Unterricht in theoretischer Arithmetik.

Indem wir nunmehr zu der materiellen Seite des Unterrichts fortschreiten, beginnen wir naturgemäfs mit der Arithmetik. Wir

[1] Huc und Gabet, Wanderungen durch das chinesische Reich, deutsch von Andree, Leipzig 1855. S. 51.

[2] Krabbe, Geschichtliche Nachrichten über die höheren Lehranstalten in Münster vom heiligen Ludgerus bis auf unsere Zeit, Münster 1852. S. 22.

dürfen jedoch, indem wir dieses Wort aussprechen, nicht verschweigen, dafs die Rechenkunst im engern Sinne schon im Altertum als ein besonderer Wissenszweig der theoretischen Beschäftigung mit den Zahlen gegenübergestellt ward[1], und dafs dieser Gegensatz sich auch in dem durch antike Ansichten ja auf das stärkste beeinflufsten Mittelalter bemerklich macht. Wir Neueren begreifen es freilich nicht recht, dafs die Schüler mit abstrakten Untersuchungen über die Zahlen beschäftigt wurden, ehe sie den Kalkul verstanden, allein in der That sprechen manche Anzeichen dafür, dafs im Unterricht die Logistik der Arithmetik erst nachfolgte. Letztere mochte zudem damals als eine wichtige Unterstützung der theologischen Exegese in Achtung stehen, denn in der That erscheint, zumal in der karolingischen Periode, die Theorie der Zahlen speziell als Zahlenmystik.

Alkuin, der gewöhnlich als der Vertreter dieser Ausartung menschlicher Wissenschaft geschildert wird, hatte dieselbe nicht etwa geschaffen, sondern sie aus älteren Kirchenlehrern übernommen[2]. Allerdings aber fand er selbst grofses Vergnügen darin, sich in derartigen geistreichen Spielereien zu versuchen, und wir überzeugten uns in § 5, dafs seinem Kaiser diese Spekulationen weniger zusagten. Wenn z. B. im Evangelium Johannis (XXI, 11) berichtet wird, dafs St-Petrus auf Einen Zug 153 Fische fing, so studiert Alkuin den Charakter dieser Zahl und freut sich, dieselbe in doppelte Beziehung zu der Zahl 17 bringen zu können, indem er abwechselnd $153 = 3.3.17 = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17$ setzt[3]. Wir irren wohl nicht, wenn wir annehmen, dafs solche Betrachtungen von pietätsvollen Mönchen eifrig aufgegriffen und nach Möglichkeit auch beim Unterrichte verwertet wurden.

Als das Grundbuch für Erlernung der Zahlenkunde galt allgemein die Arithmetik des Boethius, und so läfst denn auch Marty (s. o. § 14) den Reichenauer Scholaster Tatto mit diesem Buche den Unterricht beginnen. Jedoch dürfte dasselbe erst im X. Jahrhundert

[1] Gründliche Belehrung über die Verschiedenheit von λογιστική (Rechenkunst) und ἀριθμητική (Zahlentheorie) nach griechischer Anschauung bietet: Nesselmann, Die Algebra der Griechen, Berlin 1842. S. 40 ff.

[2] Vgl. hiezu Spottiswoode, Die Mathematik in ihren Beziehungen zu den anderen Wissenschaften, deutsch von Gretschel, Leipzig 1879. S. 43. Es wird hervorgehoben, dafs arithmologische Spekulationen schon in lib. I, cap. 14 der »Moralia« von Gregor dem Grofsen vorkommen; so z. B. liege die anerkannt hohe Bedeutung der Zahl 7 darin, »quod ex primo pari constat et primo impari, ex primo, qui dividi potest, et ex primo, qui dividi non potest.«

[3] Werner, Alkuin, S. 153; Cantor, Vorlesungen etc., 1. Band. S. 716.

eine weitere Verbreitung erhalten haben, um dann vom XII. Jahrhundert ab, als der siegreiche Aristotelismus pythagoreische und platonische Lehrmeinungen gewaltsam zu unterdrücken anfing, allgemach aus dem Gedächtnis der Mitwelt zu entschwinden. Wenn wir uns nunmehr anschicken, eine Übersicht über den Inhalt der »Institutiones arithmeticae« zu geben, so folgen wir durchaus der Schrift von Düker[1], die uns hierin in der erwünschtesten Weise vorgearbeitet hat. Boethius unterscheidet, indem er sich eigener Aussage zufolge wesentlich an die Arithmetik des Nikomachos anschliefst[2], vier Möglichkeiten der Zahlbetrachtung.

I. Die Zahl an sich. Hier ist zunächst zu bemerken die Einteilung der Zahlen in grade und ungrade, wofür nicht weniger als vier Definitionen aufgestellt werden, ferner die Einteilung der graden Zahl in drei Arten (paarpaar$=2^n$, paarunpaar$=2.(2n+1)$ und unpaarpaar$=2^m.(2n+1)$ und die analoge Einteilung der ungraden Zahl in drei Arten (Primzahlen, Produkte aus zwei Primzahlen und — in etwas unsystematischer Weise — relative Primzahlen), wobei auch das eratosthenische »Sieb« mit berücksichtigt wird. In eine andere Kategorie gehört viertens die Einteilung der graden Zahlen in »numeri superflui«, »numeri perfecti« und »numeri deminuti«, je nachdem zwischen der Teilersumme s einer Zahl a und dieser Zahl selbst eine der Beziehungen $s \gtreqless a$ stattfindet. Diese Unterscheidungen besitzen einen unbestreitbaren Wert[3]; man kann sich denken, dafs sie dem wenig verwöhnten Mittelalter gewaltig imponierten, und wird es deshalb begreiflich finden, dafs Hrotsvitha eben diese Sätze und Erklärungen besonders geeignet fand, um für die Wissenschaft sozusagen Reklame zu machen[4].

[1] Es war nicht leicht, aus einem so wenig durchsichtigen Autor einen so übersichtlichen Auszug zu machen, wie er uns eben von Düker (a. a. O., S. 10 ff.) geboten wird.

[2] Eine Analyse dieses Werkes, welches ja nicht mit den fälschlich auf denselben Autor zurückgeführten »θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς« verwechselt werden darf, gibt Nesselmann (a. a. O., S. 191 ff.).

[3] Euklid, Nikomachos, L. Euler, Terquem u. a. haben sich mit der Theorie der vollkommenen Zahlen beschäftigt. Ein Fortschritt über die längst bekannte Thatsache hinaus, dafs alle Zahlen dieser Art sich dem Ausdruck

$$\binom{x}{2} - 1).\ 2^{x-1}$$

für den Fall, dafs der Klammerfaktor eine Primzahl ist, einfügen müssen, scheint sich jedoch erst in allerneuester Zeit anbahnen zu wollen.

[4] In ihrem Drama »Hadrian« läfst Hrotsvitha die Weisheit samt ihren drei Töchtern, Glaube, Liebe, Hoffnung, dem Tyrannen entgegentreten und diesen

II. Die Zahlen in gegenseitiger Beziehung. Der einfachste Fall ist der völliger Gleichheit; tritt aber dieser nicht ein, so sind fünf Spezialitäten möglich. Die größere Zahl kann ein vielfaches der kleineren sein (multiplex) oder nur um einen einfachen Bruch (superparticularis) oder auch um einen mehrfachen Bruch (superpartiens) sich unterscheiden; erstere kann endlich aus einem Multiplum der kleineren Zahl und noch aus einem einfachen Bruch zusammengesetzt sein (numerus multiplex superparticularis) und sie kann schliefslich aus einem solchen Multiplum und aus einem selbst wieder zusammengesetzten Bruche bestehen (numerus multiplex superpartiens). Beispiele mögen sein: $6=3 \cdot 2$, $1\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, $1\frac{3}{7}=\frac{10}{7}$, $3\frac{1}{4}=\frac{13}{4}$, $4\frac{2}{5}=\frac{22}{5}$.

III. Die figurierten Zahlen. Es sind dies nach Boethius »Numeri, qui circa figuras geometricas et earum spatia dimensionesque versantur«, und zwar, den drei Raumabmessungen entsprechend, Linearzahlen, Flächenzahlen und Körperzahlen. Das Gebiet der zuerst genannten ist mit der natürlichen Zahlenreihe erschöpft. Die Flächenzahlen (Trigonalzahlen, Quadratzahlen, Pentagonalzahlen u. s. w.) entstehen durch regelmäfsiges Auslassen gewisser Glieder der Zahlen-

durch eine Entfaltung gelehrten Wissens beschämen. Die für uns bemerkenswerteste Stelle der Diskussion (Barack, a. a. O., S. 273 ff.) hat nachstehenden Wortlaut: »Hadrianus. Quot annos aetatis volverunt? Sapientia. Placetne vobis, o filiae, ut hunc stultum arithmetica fatigem disputatione? Filiae. Placet, mater, nosque auditum praebemus libenter. Sap. O imperator, si aetatem inquiris parvularum, Caritas imminutum pariter parem mansurnorum complevit numerum; Spes autem aeque imminutum, sed pariter imparem; Fides vero superfluum impariter parem. Hadr. Tali responsione fecisti me, quae interrogabam, minime agnoscere. Sap. Nec mirum, quia sub hujus diffinitionis specie non unus cadit numerus, sed plures. Hadr. Expone enucleatius, alioquin non capit meus animus. Sap. Caritas duas olympiades jam volvit, Spes dua, lustra, Fides tres olympiades. Hadr. Et cur octonarius numerus, qui duabus constat olympiadibus, et denarius, qui duobus lustris perficitur, imminutus dicitur? Vel quare duodenarius, qui tribus olympiadibus impletur, superfluus esse asseritur? Sap. Omnis namque numerus imminutus dicitur« — imminutus ist also jetzt gleich deminutus —, »cujus partes conjunctae minorem illo numero, cujus partes sunt, summae quantitatem reddunt, ut octo. Est autem octonarii medietas quatuor, pars quarta duo, pars octava unum, quae in unum reductae septem reddunt. Similiter denarius habet dimidiam partem quinque, quintam autem duo, decimam vero unum, quae simul copulatae octo colligunt. E contrario autem superfluus dicitur, cujus partes augendo crescunt, ut duodecim; est enim duodenarii medietas sex, pars tertia quatuor, pars quarta tria, pars sexta duo, pars duodecima unum; hic cumulus redundat in sedecim. Ut autem principalem non praetercam, qui inter intemperantias medii temperamentum limitis sortitus est; ille numerus perfectus dicitur, qui suis aequus partibus, nec auget nec minuit, ut sex, cujus partes, id est tria, duo, unum, eundem senarium

reihe; so ist die n te Polygonalzahl gleich $1+(n-1)+(2n-3)+(3n-5)+\ldots$ Boethius beschäftigt sich auch bereits mit den Rekursionsgesetzen, welche n te und (n+1)te Polygonalzahlen unter sich verknüpfen, und gibt so den Anstofs zu arithmologischen Forschungen, welche erst lange nach dem Ausgang des Mittelalters auf die Spitze getrieben werden sollten[1]. An dritter Stelle erscheinen im System die Körperzahlen. Von diesen sind am wichtigsten die Pyramidalzahlen, die resp. durch Zusammenzählung einer Anzahl aufeinanderfolgender Glieder der Polygonalzahlenreihe gebildet werden. Mehr auf einer Spielerei beruhen die Unterformen der Parallelepipedalzahlen. Das Volumen eines rechtwinkligen Parallelepipedums mit den Seiten a, b, c besitzt die Mafszahl v=abc; ist nun a=b, c<a, so ist v ein numerus latereculus, wenn a=b, c>a ist, so hat man asseres; cuneoli entstehen, wenn alle drei Faktoren unter sich verschieden sind, cybi (κύβοι), wenn a=b=c ist. Die Kubikzahlen werden dann kreisförmig oder sphärisch genannt, wenn die letzte Ziffer von n^3=n ist (5^3=125, 6^3=216, 10^3=1000). Das Wort »numerus circularis« verführte Unwissende, die mit der Entstehung des Ausdrucks nicht bekannt waren, zu mannigfachen Mifsverständnissen.

IV. Die Zahlen als Bestandteile von Proportionen. Aufser den drei auch jetzt noch betrachteten Formen, der arithmetischen, geometrischen und harmonischen Proportion, welche resp. in den Gleichungen

$$a-b=c-d,\quad a:b=c:d,\quad (a-b):(b-c)=a:c$$

ihren Ausdruck finden, führt Boethius noch sieben andere Zahlenverbindungen als Proportionen an, welche seiner eigenen philosophischen Richtung, der neupythagoreischen, ihre Entstehung verdanken[2], eine selbständige Berechtigung in wissenschaftlicher Hinsicht jedoch kaum beanspruchen können. Bei der Bestimmung des geometrischen

restituunt. Simili quoque ratione viginti octo, quadringenta nonaginta sex, octo milia centum viginti octo perfecti dicuntur.« Dann gibt Sapientia noch mannigfache Aufschlüsse über den Gegensatz von grad und ungrad. Es erscheint auffallend, dafs die Geschichte der Zahlentheorie von Hrotsvitha bisher nicht mehr Notiz genommen hat.

[1] Wir haben hier die scharfsinnigen, aber unglaublich abstrusen Untersuchungen des Ulmer Mathematikers Faulhaber vor Augen, von deren Wesen Kästner (Gesch. d. Math., 3. Band, Göttingen 1799. S. 111 ff.) getreuen Bericht erstattet.

[2] Vgl. Cantor, Vorlesungen etc., S. 206 ff. Von den sieben neu hinzu gefügten »Analogien« sollen drei von Eudoxos, vier von Temnonides und Euphranor in Vorschlag gebracht worden sein.

und harmonischen Mittels begeht Boethius, wie Düker nachweist[1], einige Fehler. Den Schlufs dieses vierten und letzten Abschnitts bilden die musikalischen Verhältnisse, auf welche im übernächsten Paragraphen einzugehen sein wird. —

Urkundliche Belege dafür, dafs man an der Erörterung solcher Dinge, wie wir sie soeben dargelegt haben, ein sowohl rein wissenschaftliches als auch ganz besonders ein schulmäfsiges Interesse nahm, geben uns aufser dem »liber mathematicalis« des heiligen Bernward und aufser den Werken Hrotsvithas die auf die Arithmetik bezüglichen Stellen des Gualterus Spirensis. Wir geben den Text nach Harsters Ausgabe in Note[2], an dieser Stelle dagegen Cantors Verdeutschung des schwer verderbten[3], die sich allerdings nicht auf die ersten Verse erstreckt. »Nachdem sie« — die Wissenschaften — »die ebenen Figuren regelrecht genau auszuführen ver-

[1] Düker, a. a. O., S. 14.

[2] Vgl. Harsters zweite Schrift (o. § 13), Vers 148 ff. Da heifst es:

»Rhytmica Summarum praecessit quinque puellas: —
Quae circumscriptis intende vocabula, lector,
Haec quia dactylico non cernis idonea metro; —
Primula multiplici caput irradiata metallo
Tardantem retro citius jubet ire sororem,
Quae simul ad sociam conversa fronte sequentem
Inquit: Habeto meae tecum dextralia palmae;
Hoc etiam speculi nostrae commendo sodali,
Quam genui patria quondam statione locata.
Staret inornatis famularum quinta capillis,
Ni sibi lacteolam praeberet tertia vitam.
Ibant quamque sua comitum stipante corona,
Et postquam planas linabant rite figuras
Intervallorum mensuris et spatiorum
Ordine compositis, cybicas effingere formas
Nituntur mediumque vident incurrere triplum:
Collatum primi distantia colligit una;
Alterius numeros proportio continet aequa;
Respuit haec ambo mediatrix clausa sub imo.
Ordinibus Mathesis gaudebat rite paratis
Haec missura tibi solatia, clare Boeti.

Inde abaci metas defert Geometria miras
Cumque characteribus iniens certamina lusus,
Ocius oppositum redigens corpus numerorum
In digitos propere disperserat articulosque.
Inde superficies ponens ex ordine plures
Trigona tetragonis conjunxit pentagonisque
Strenua Pyramidum speciem ductura sub altum.«

[3] Cantor, Vorlesungen etc., S. 732 ff.

standen mit nach der Ordnung zusammengesetzten Maafsen der Zwischenräume und der Strecken, bestreben sie sich kubische Gestaltungen zu bilden, und sie sehen, dafs dieselben auf ein dreifaches Mittel hinauslaufen. Eine und dieselbe Entfernung verbindet das, was durch das erste Mittel zusammengebracht ist; gleiches Verhältnis hält die Zahlen des zweiten zusammen; diese beiden Dinge verwirft die Mittlerin, welche unter dem letzten verschlossen ist. An regelrecht bereiteten Ordnungen erfreute sich die Mathematik, dir, berühmter Boethius, diesen Trost zuschickend. Hierauf bringt die Geometrie die wundersamen Linien des Abakus herbei, und mit den Zeichen die Kämpfe des Spieles beginnend hatte sie, schnell Ordnung hineinbringend, die gegenübergestellten Körper der Zahlen in Finger- und in Gelenkzahlen zerstreut. Hierauf stellte sie mehrere Oberflächen ordnungsmäfsig hin, verband Dreiecke mit Vierecken und Fünfecken, eifrig, die Gestalt der Pyramide der Spitze zuzuführen.« So gesucht eingewickelt der Sinn dieser Phrasen auch ist, soviel liegt doch am Tage, dafs Walter die Lehre von den »Mesotäten« $\left(\frac{a+b}{2}, \sqrt{ab}, \frac{2ab}{a+b}\right)$, von den Polygonalzahlen und von den Polyedralzahlen ganz im Sinne des Boethius in sich aufgenommen hat. Jedenfalls würden, wenn Walter die in einem Gedichte Alkuins vorkommenden Worte über »diversae numeri species variaeque figurae« gebraucht hätte, damit sofort ein bestimmter, von Zweifeln freier Sinn zu verbinden sein[1]. Dafs der an sich berechtigte Versuch, die figurierten Zahlen geometrisch darzustellen, arge Irrtümer nach sich zog, werden wir weiter unten sehen.

Was aber, so müssen wir noch fragen, will Walter mit seinen »certamina lusus« sagen? Damit spielt er an auf ein hübsches Denkspiel, welches damals in den Klosterschulen — wahrscheinlich an den sogenannten »Rekreationstagen« — gerne getrieben ward und den Zweck hatte, die äufserlich gelernten Wahrheiten zwanglos in Fleisch und Blut überzuführen. Peiper hat uns mit einer sorgsam gearbeiteten Abhandlung über die »Rhythmimachie« beschenkt[2], aus welcher hervorgeht, dafs das mit Schlagsteinen zu übende Spiel eine nicht ganz geringe Vertrautheit mit den Proportionen und den figurierten Zahlen, also eben mit dem Inhalt der »institutiones arithmeticae« voraussetzte.

[1] Ibid. S. 720. Alkuin bezieht diese Worte auf seinen Lehrer Egbert, der mithin, was auch aus innern Gründen so unwahrscheinlich nicht ist, an der Domschule von York Zahlentheorie nach Boethius gelehrt hätte.

[2] Abhandl. z. Gesch. d. Math., 3. Heft. S. 167 ff. Als Erfinder des Spiels gab man bald Boethius bald Gerbert an.

Der Zahlenkampf überdauerte das Klosterschulwesen, dessen Produkt er war, bei weitem[1] und würde wohl auch heute noch mindestens die gleiche Teilname hervorzurufen imstande sein, wie andere Spiele von verwandter Tendenz.

18

Der Rechenunterricht.

Wenn wir, was des Zusammenhangs halber wohl auch dann nicht getadelt werden würde, falls der geschichtliche Faden minder leicht nachzuweisen wäre, das gesamte Ziffernrechnen des Mittelalters in diesem Paragraphen abhandeln, so haben wir drei völlig gesonderte Zeiträume zu unterscheiden. Während des ersten, der bis zum Auftreten Gerberts reicht, ist noch die altrömische Zahlenschreibung und Rechnungsweise maßgebend, während des zweiten herrscht die spätrömische Kolumnenrechnung, und der Eintritt der dritten Periode wird durch die bewußte Anwendung der Null bestimmt. Im Geiste dieser Zeiten sprechen wir von einer Periode des Komputus, des Abakus und des Algorismus.

I. Die Periode des Komputus. Wir dürfen uns über diese Zeit um so kürzer fassen, als ziemlich viel von dem, was zu sagen wäre, bereits bei früheren Gelegenheiten vorausgenommen ist. Beda und Alkuin, sowie das Werk des Hrabanus Maurus waren die Vorbilder, an welche man sich mit größtmöglicher Treue gehalten zu haben scheint. Die Fingerrechnung, der wir oben einen besondern Paragraphen eingeräumt haben (§ 3), ward mit großem Eifer gepflegt, aber man ging höchstens in Kleinigkeiten über die

[1] Unter den Bearbeitern der Rhythmimachie, die wohl gegen das Jahr 1000 hin aufkam, ist neben Fortolf zumal Wernher von Tegernsee zu nennen (s. o. S. 48. Note 2). Weitere historische Nachweisungen gibt Curtze in seinem Referate über Peipers Aufsatz (Bursians Jahresbericht für Altertumswissenschaft, 1884, III). Derselbe hält die Angabe, daß Jordanus Nemorarius und Oresme über den Zahlenkampf geschrieben habe, für falsch, weist aber dafür auf eine in Berlin befindliche Handschrift aus dem XII. oder XIII. Jahrhundert über diesen Gegenstand hin. Das ganze Mittelalter hindurch habe man sich gerne mit dem Spiele beschäftigt, und auch die Neuzeit habe es nicht aus der Mode gebracht: Boissier beschrieb es 1566 in einem besondern Traktat, Barozzi ließ hievon 1572 eine italienische Ausgabe erscheinen, und diese letztere kam wiederum 1616 in deutscher Sprache heraus. Nach Scheibel (Einleitung zur mathematischen Bücherkenntnis, 1. Stück, Breslau 1779. S. 344 ff.) hätte auch Faber Stapulensis über diese Materie geschrieben; jedenfalls darf man hierher ferner die späteren »Loosbücher« zählen (Kästner, Geschichte der Mathematik, 1. Band, Göttingen 1796. S. 226 ff.).

klassischen Muster hinaus[1]. Die Zahlen schrieb man nach römischer Art und beraubte sich durch die mit dieser Darstellungsweise nun einmal verbundene Schwerfälligkeit[2] der Möglichkeit eines geläufigen Rechnens. Wie man aber beim Kalkul selbst verfuhr, das wissen wir nicht, denn mit Cantor[3] müssen wir uns gegen die von Marty aufgestellte Hypothese verwahren, es sei schon zur Karolingerzeit auf dem Abakus gerechnet worden. Die erste Spur einer Erwähnung des Abakusrechnens fällt, wie sich gleich nachher zeigen wird, höchstens erst ungefähr in das Jahr 930. Auch aus dem Kommentar, den Abbo von Fleury zu der Bruchrechnung des Victorius abfafste (s. o. § 12), sind keine Aufschlüsse über die Rechnungspraxis des X. Jahrhunderts zu gewinnen; nur die eine und allerdings für den Geschichtschreiber des Schulwesens ganz interessante Thatsache ergibt sich aus jener Schrift, dafs das Hersagen des Einmaleins im Chor, wie wir es jetzt noch in unsern Volksschulen haben, den Kloster- und Kathedralschulen zur Zeit der sächsischen Kaiser geläufig war, und zwar mischten sich unter die lateinischen Wortbezeichnungen auch deutsche (ceân für zehn?)[4].

Die Schwierigkeiten des Rechnens erleichterte man sich durch Faullenzer oder Rechenknechte, welche mit der eigenartigen römischen Bruchrechnung in engen Beziehungen standen. Schon frühzeitig besafs man in Rom besondere Zeichen und Namen für bestimmte Brüche, und zwar nur für solche, deren Nenner auf die Form $3^x \cdot 2^y$ gebracht werden konnte, oder, wie man auch sagen könnte, für dem Duodezimalsystem angepafste Brüche[5]. Es waren dies eben keine abstrakten Zahlgröfsen, wie unsere Brüche von heute, es waren vielmehr aliquote Teile zweier Münzeinheiten, des As und der Uncia. Nicht alle diese Individuen, wie sie bei Frontinus, Priscianus,

[1] Es bezieht sich diese Bemerkung darauf, dafs Hraban in seinem Komputus das Wort »articulus« nicht in dem Sinne von »Gelenkzahl« braucht, sondern auf eine allerdings nicht völlig klare mnemotechnische Hilfe anspielt, welche ihm die Knöchel der Hand gewähren sollen. Vgl. Cantor, Vorlesungen etc., S. 722.

[2] Eine Übersicht aller römischen Zahlzeichen von 1 bis 1000000 bietet: Valerius Probus, De notis antiquis, ed. Th. Mommsen, Leipzig 1853. S. 167 ff.; »quoniam mentio coepit de numeris, breviter ostendamus, qua figura quis numerus repraesentetur.« Vieles daraus ist allgemein bekannt, wie z. B. D = 500, M = 1000; dafs jedoch H = 200 sein soll, wissen wohl nur wenige.

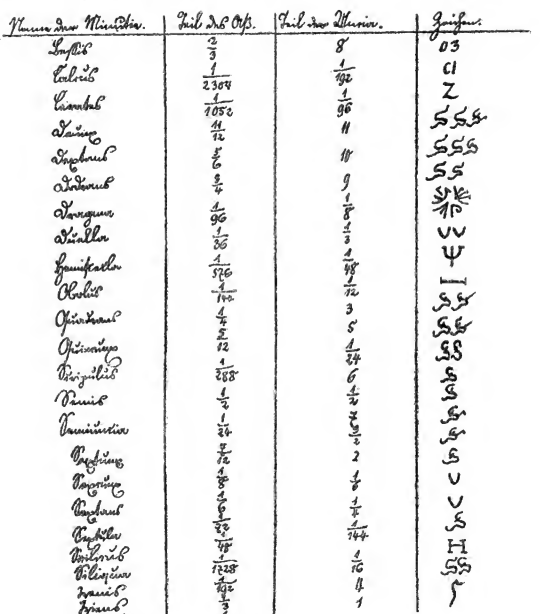
[3] Cantor, Vorlesungen etc., S. 723.

[4] Ibid. S. 727; Christ, a. a. O., S. 108 ff.

[5] Das gesamte zugängliche Material verarbeitet Friedlein: Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen etc., S. 33 ff.

Marcianus Capella in reicher Auswahl vorkommen, bürgerten sich auch im Mittelalter ein, vielmehr ward unter den Minutiae, wie diese römischen Brüche genannt wurden, eine unverabredete Auslese getroffen. So kennt von den 24 Symbolen, die Atelhart von Bath als der gründlichste Bearbeiter dieses Gegenstandes aufführt, Terentius Varro nur 12, Volusius Maccianus 14, Isidor von Sevilla 8, Papias in seinem »Vocabularium« 18. Atelharts Schrift ist zugleich deshalb merkwürdig, weil mit durch seine Thätigkeit die Minutienrechnung endgiltig beseitigt ward; wir reproduzieren seine Tabelle in Note [1]. Um mit solchen Brüchen und

[1] Fürst Boncompagni bildet Atelharts Original im 14. Bande seines »Bullettino« (S. 71) direkt nach den Handschriften ab:



Störend mufs beim wirklichen Gebrauche die geringe Verschiedenheit mancher Bruchsymbole gewesen sein.

zugleich mit ganzen Zahlen rechnen zu können, bediente man sich eines aus der spätrömischen Epoche stammenden Erleichterungsmittels, dessen Beschaffenheit wir nicht besser als mit den Worten Cantors kennzeichnen zu können glauben[1]. »Wir meinen den Calculus des Victorius, eines Schriftstellers, der mitunter, aber wahrscheinlich unrichtig, auch Victorinus genannt wird. Seine Persönlichkeit bestimmt sich dahin, dafs er aus Aquitanien stammte und im Jahre 257 n. Chr. eine sogenannte Osterrechnung, d. h. eine Anleitung zur Auffindung des richtigen Osterdatums verfafste. Vor oder nach diesem Canon paschalis, das eine ist eben so gut möglich als das andere, richtete der als eifriger und gewissenhafter Rechner von seinen Kommentatoren gepriesene Victorius diese Tabelle her, aus welcher Vervielfältigungen sowohl ganzer als gebrochener Zahlen in grofser Ausdehnung entnommen werden konnten.« Diese Tafeln, die uns in guten Ausgaben vorliegen[2], wurden damals gewifs sehr vielfach gebraucht; konnte man sich ihrer doch in beschränktem Sinne auch zum Wurzelausziehen bedienen. Beda und Abbo (s. o. § 2 und 12) lehrten deren Benutzung. Für uns ist es hauptsächlich deshalb lehrreich, den Zeitpunkt bestimmen zu können, bis zu welchem hin das Tabellenwerk des Victorius in Ansehen steht, weil wir in diesem Falle Friedleins Ausspruch[3] unterschreiben: »Bedurfte das Rechnen mit Kolumnen solcher ausgedehnter Tabellen? Es machte im Gegenteil dieselben überflüssig, und es wird wohl keinem Zweifel unterliegen, dafs, wenn Victorius dasselbe gekannt hätte, er besseres zu schreiben gewufst hätte.« Nur wegen der Brüche siehe unten.

Ehe wir von dem Zeitalter der Komputisten scheiden, müssen wir noch daran erinnern, dafs diese Männer sich auch eine ganz eigentümliche Zeiteinteilung zurechtgemacht hatten. Obwohl bei Beda und Alkuin ganz gebräuchlich, deutet dieselbe doch auf römischen Ursprung hin[4].

[1] Cantor, Vorlesungen etc., S. 450.

[2] Abgesehen von der in Note 28 genannten ausführlichen Abhandlung von Christ, s. auch eine Studie Friedleins im 16. Bande der Zeitschr. f. Math. u. Phys., S. 42 ff. Den Text der Vatikan-Handschrift findet man abgedruckt in Bonc. Bull., tomo IV. S. 443 ff.

[3] Friedlein, Das Rechnen mit Kolumnen vor dem X. Jahrhundert, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 9. Band. S. 320.

[4] Schriften der römischen Feldmesser, herausgegeben und erläutert von Blume, Lachmann und Rudorff, 1. Band, Berlin 1848. S. 374. »Libra dicitur quicquid per duodenarii numeri perfectionem adimpletur. Nam libra dici potest annus, qui constat ex IV temporibus et XII mensibus et ex L duobus ebdomadibus et die et quadrante. libra esse potest aequinoctialis dies sine sua

II. Die Periode des Abakus. In seiner uns bereits bekannten scharfsinnigen Untersuchung über »das Rechnen mit Kolumnen vor dem X. Jahrhundert« glaubt Friedlein den Nachweis erbracht zu haben, dafs vor Gerbert diese Rechnungsmethode sogut wie unbekannt gewesen sei[1]. Wir pflichten ihm hierin bei, indem wir nur bezüglich Eines Punktes uns ein »non liquet« erlauben möchten. Diese Ausnahme betrifft Odo von Cluny. Um 927 ward dieser Mann (s. o. § 12) zum Abte seines Klosters berufen, und wenn er also wirklich in dieser seiner Eigenschaft jene Arithmetik verfafst hat, welche man ihm beilegt, so ist die Einführung der Abakusrechnung in den fränkisch-germanischen Ländern mehrere Dezennien vor Gerbert aufser Zweifel gesetzt. Henri Martin ist zuerst dafür eingetreten, dafs der Arithmetiker Odo oder Oddo die nämliche Person mit dem Musikschriftsteller sei, und Cantor hat sich zuerst auf den gleichen Boden gestellt[2]; Friedlein da-

nocte, qui constat XII horis. hora constat ex V punctis, X minutis, XV partibus, XL momentis, LX ostentis«. Das führt cod. lat. Mon. 14836 noch weiter aus, wie folgt (Friedlein, Die Zahlzeichen etc., S. 61): »Quadraginta septem athomi untiam constituunt, untiae XII faciunt momentum, momenta vero X congerunt punctum, puncta IV horam implent«. Ähnlich in der Kosmographie, welche cod. lat. Mon. 7021 als wertvollsten Bestandteil enthält; da das Manuskript entweder dem XIV. oder dem XV. Säkulum angehört, so mufs jene skrupulöse Zeitmessung sich eines langen Lebens erfreut haben. Es deckte sich eben solch mafslose Genauigkeitsliebe mit dem utopischen Bestreben der Astronomen, Winkelgröfsen womöglich in Tertien und Quarten auszudrücken, während man zugleich bei der Winkelmessung selbst sich höchstens halber Grade scharf versichert halten durfte.

[1] Die Untersuchung Friedleins beginnt mit der berühmten Tafel von Salamis, die seit dem Jahre ihrer Ausgrabung, 1846, sich sehr viele Deutungen hat gefallen lassen müssen. Die von Letronne, Vincent und Rhangabé mit mehrfachen Nuançierungen vertretene Ansicht, dafs man es hier nicht mit einem Rechnungsinstrument, sondern mit einem Spieltisch oder mit einer Wechselbank zu thun habe, wird auch von Friedlein geteilt; neuerdings hat aber Gow (A short history of Greec Mathematik, S. 33 ff.) mit Glück gezeigt, dafs die Tafel immerhin auch die Zwecke eines Rechenbretts erfüllen konnte.

[2] Nächst Henri Martin (Revue archéologique, 1856) sehe man besonders: Cantor, Math. Beitr. etc., Kap. 20. Die »Regulae Domini Oddonis super abacum« finden sich in Martin Gerberts Sammlung »Scriptores ecclesiastici de musica« (S. 296 ff.). Odos Anpreisung des Rechnens macht allerdings auf den Unbefangenen den Eindruck, als sei sie um eine Zeit geschrieben, welche den Komputus der Karolingerzeit allmählich in die Kolumnenrechnung übergehen sah. »Si quis notitiam abaci habere desiderat, necesse est, ut in consideratione numeri studeat. Haec ars non a modernis sed ab antiquis inventa, ideo a multis negligitur, quia numerorum perplexione valde implicatur, ut majorum relatione didicimus. Hujus artis inventorem Pythagoram habemus. Cujus studium itaque in quibusdam est

gegen bekämpft die Personalunion beider Männer mit allen Mitteln[1], und auch Cantor räumt gegenwärtig, ohne jenen Argumenten völlige Beweiskraft beilegen zu wollen, die Möglichkeit ein, dafs die Abakusregeln Odos ein Erzeugnis des XII. Jahrhunderts seien[2]. Voller Grund für uns, auch unsererseits diese Frage als eine noch schwebende zu betrachten.

Übereinstimmend wird, wenn wir von dem soeben nach Thunlichkeit erledigten Zwischenfalle Abstand nehmen, Gerbert als der Wiedererwecker des antiken Kolumnenrechnens gefeiert. Indem wir uns hinsichtlich der Persönlichkeit dieses Mannes, der jedenfalls für die vor Leonardo Pisano und Jordanus liegende Abteilung des Mittelalters als der bedeutendste Mathematiker ohne Rivalen anerkannt werden mufs, auf § 12 und auf die daselbst namhaft gemachten Quellenschriften beziehen, beginnen wir gleich hier mit seiner wissenschaftlichen und didaktischen Thätigkeit. Wie Gerbert als Domscholastikus von Rheims seinen arithmetischen Unterricht einleitete, das ist uns durch eine ziemlich ausführliche Angabe seines Biographen Richerus bekannt[3]. »Bei der Geometrie« — es war vorher von andern Unterrichtsgegenständen die Sprache — »wurde nicht geringere Mühe auf den Unterricht verwendet. Zur Einleitung in dieselbe liefs Gerbert durch einen Schildmacher einen Abakus, d. h. eine durch ihre Abmessungen geeignete Tafel anfertigen. Die längere Seite war in 27 Teile abgeteilt, und darauf ordnete er Zeichen, neun an der Zahl, die jede Zahl darstellen konnten. Ihnen ähnlich liefs er 1000 Charaktere von Horn bilden, welche abwechselnd auf den 27 Abteilungen des Abakus die Multiplikation oder Division irgendwelcher Zahlen darstellen sollten, indem mit deren Hilfe die Division oder Multiplikation so kompendiös von statten ging, dafs sie bei der grofsen Menge von Beispielen viel leichter verstanden, als durch Worte gezeigt werden konnte.« Wenn wir diese Worte

necessarium, ut absque ipsius peritia vix aliquis arithmeticae perfectionem adtingat, et calculationis, id est, computi argumenta comprehendat...« Man sieht, dafs der Schreiber dieser Sätze in dem Gebrauch der von ihm für ziemlich synonym erachteten Ausdrücke »calculus«, »computus«, »abacus« noch keine rechten Unterschiede zu machen versteht.

[1] Friedlein, Das Rechnen mit Kolumnen vor dem X. Jahrhundert, S. 324 ff.

[2] Cantor, Vorlesungen etc., 1. Band. S. 725.

[3] Pertz, Monum. Germ. Script., tomus III. S. 618. Die deutsche Übersetzung, welche wir mitteilen, ist von Cantor, Vorlesungen etc., 1. Band. S. 731.

lesen, so müssen wir zunächst glauben, Richer habe die Worte Arithmetik und Geometrie verwechselt, denn offenbar sollten die Leder- und Hornscheiben den Anfängern das Eindringen in die Geheimnisse der Rechenkunst erleichtern. Gleichwohl läfst sich der Sprachgebrauch des Biographen ganz wohl verstehen, wenn man sich an die auf Seite 72, Note 6 angezogene Stelle in der Geometrie des Boethius erinnert, aus welcher erhellt, dafs man deswegen, weil der Abakus zugleich auch als geometrisches Reifsbrett Verwendung fand, alle Teile der Mathematik, in welchen man von dem erwähnten Instrumente Gebrauch zu machen hatte, nicht der Arithmetik, sondern der Geometrie zurechnete. Wir an dieser Stelle brauchen auf diese methodologisch entschieden falsche Zuordnung selbstverständlich keine Rücksicht zu nehmen, allein Gerbert hielt sich durch die Tradition gebunden, und so durfte Cantor (a. a. O.) mit Fug gerade aus dieser sklavischen Abhängigkeit Gerberts von einer römischen Sitte einen Beweisgrund gegen die vielfach gehörte Behauptung herholen, dafs jener von arabischen Anschauungen beeinflufst gewesen sei.

Wenn man die Angaben Richers näher prüft, so nimmt man wahr, dafs hier etwas ganz neues auftritt, von dem die früheren Komputisten nichts wufsten. Die Beschreibung selbst ist freilich unvollständig und dunkel, und von Gerbert selbst ist nichts auf uns gekommen, was unmittelbar zur Aufklärung der aphoristischen Notiz dienen könnte, allein dieser Nachteil ist kein grofser, da Gerbert ja eben schulemachend wirkte, und da wir in der Lage sind, uns auf ausführlichere Mitteilungen seiner Schüler berufen zu können. Zunächst kommt Bernelin in Frage, dessen Schrift über den Abakus, wie wir oben (in § 15) sahen, durch Olleris jedermann zugänglich gemacht wurde. Auf die mit blauem Sande zu bestreuende Tafel werden Striche gezogen, durch welche 30 Parallelstreifen abgeteilt werden; drei davon werden für die Brüche bestimmt, von den übrigen 27 werden auch wieder je drei Kolumnen derart zu einer besondern Gruppe zusammengefafst, dafs je eine Kolumne den Einern, Zehnern und Hunderten verbleibt. Über drei zusammengehörige Kolumnen spannt sich ein gröfserer Bogen (arcus, circulus, linea), und ebenso wird durch einen kleinen Bogen die Verbindung zwischen zwei Unterkolumnen hergestellt. Bezeichnet sind die einzelnen Kolumnen durch Kopfzahlen, welche von $10^0 = 1$ bis 10^{26} (von I durch X, C, M u. s. w. bis C.M.M.M.M.M.M.I.) reichen. Von den zu besondern Zwecken angebrachten Horizontallinien kann erst später die Rede sein. Dies ist also die älteste uns erhaltene Schilderung

des Abakus in dem Zustande, in welchem er sich vor dem Beginne irgend einer Rechnung befinden mufste. Die mannigfachen anderweiten Beschreibungen, die wir von der Rechentafel besitzen, stimmen mit dem Normalschema Bernelins wesentlich überein, nur sind nicht immer, wenn eben minder grofse Zahlen zu erwarten waren, gleichviel Parallellinien gezogen, sondern einmal wird nur bis zu 10^{14}, ein anderesmal sogar nur bis zu 10^{12} fortgeschritten, u. ff.[1]. Solche Rechenbretter dürfen wir uns also seit dem Zeitpunkt, da Gerberts Reform in den kirchlichen Schulen durchgriff, auf den Pulten oder auf den Knien der um ihren Lehrer herumsitzenden Scholaren vorstellen. Dafs in jener Periode, mit welcher wir es hier zu thun haben, die Kolumnenstriche senkrecht gegen den Rechner hin verliefen, geht aus den Handschriften unwiderleglich hervor, allein daraus folgt keineswegs, dafs diese Ordnung für das Abakusrechnen als solches charakteristisch gewesen sei; es war vielmehr früher möglicherweise anders und ist ganz sicher später wieder anders geworden[2]. Nunmehr sind wir in der Lage, eine jede Zahl nach ihrem Stellenwerte abazistisch anzuschreiben; wenn wir z. B. vor läufig noch die römischen Zahlzeichen beibehalten, so wird durch Fig. 5 offenbar die Zahl 3 659 781 243, nach Triaden abgeteilt, ausgedrückt:

Fig. 5.

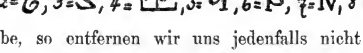
Wir bemerken indes beiläufig, dafs wir hier ein Zahlenbild geben, welches nur beim ersten Unterricht, nicht aber beim praktischen

[1] Wir folgen bei dieser Darstellung der äufserlichen Hilfsmittel des Abakusrechnens Friedlein (Die Entwickelung des Rechnens mit Kolumnen, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 10. Band. S. 243), welcher das gesamte Material beibringt.

[2] Der alte römische Abakus hatte zwei verschiedene Formen. Die eine, rohere, leitet direkt zu dem mittelalterlichen Abakus hinüber; auf ihr wurde mit Rechensteinen (calculi, ψήφοι) operiert. Die feinere Abart bestand in einer Metallplatte mit Parallelrinnen, in welchen, wie in Kulissen, kleine Knöpfchen hin und her bewegt werden konnten. Marcus Welser, der bekannte Freund des Astronomen Scheiner und ein bedeutender Polyhistor, bildet in seinen gesammelten Werken (Nürnberg 1682. S. 422. S. 819) ein leider seitdem verloren gegangenes Exemplar ab, welches 45 Knöpfe (claviculi) in 19 Einschnitten (alveoli) aufweist. Friedlein (Die Zahlzeichen etc., S. 22 ff.) hält es für ausgemacht, dafs die Ritzen der Metalltafel senkrecht, dagegen für wahrscheinlich, dafs die Striche des gewöhnlichen Rechenbretts wagrecht verliefen, vom Standpunkt des

Rechnen zur Geltung kam. »Beim förmlichen Rechnen wird das Anschreiben nicht erwähnt, und die in den zugänglichen Kodizes enthaltenen Darstellungen solcher Rechenexempel enthalten gleichfalls nur die Überschriften I, X, C u. s. w.«[1].

Römische Zahlzeichen waren es jedoch nicht, welche in die Vertikalabteilungen des Abakus eingetragen oder eingelegt wurden, vielmehr ist Gerbert auch dadurch zum wirklichen Reformator für seine Zeitgenossen geworden, dafs er sie mit den eigentlichen Ziffern bekannt machte. Diese Ziffern begegnen uns unter dem Namen Apizes; die Formen sind verschieden, je nachdem man eines der vorhandenen Manuskripte der Geometrie von Boethius, in welchen sie zuerst vorkommen, zu Rate zieht. Doch sind die Abweichungen nicht sehr bedeutend; wenn wir mithin angeben, dafs Gerbert



gesetzt habe, so entfernen wir uns jedenfalls nicht weit von der Wahrheit. Die Genese dieser Charaktere, wie die Apizes wohl auch gelegentlich genannt worden, ist eine viel umstrittene; denn obwohl dieselben uns aus Boethius-Handschriften zuerst bekannt geworden sind, so sind die Fachmänner doch durchaus nicht einig in der An-

Rechners aus betrachtet. Martin erörtert diese Frage ebenfalls in Tortolinis »Annali di matematica« (tomo V. Riv. bibl.) und kommt zu einem plausibeln Schlusse. Wollte man bei dem Unterrichte einer ganzen Klasse allen zugleich die Eigenart des Rechnungsinstrumentes klar machen, so hing man dasselbe am besten an der Wand auf; alsdann aber würden die in die Rinnen eingelassenen Knöpfchen und die an Schnüren aufgereihten Kügelchen dem Zuge der Schwere nachgegeben haben, wenn man nicht Sorge für die horizontale Einstellung der betreffenden Linien trug. Stoy (Zur Gesch. d. Rechenunterr., 1. Teil. S. 48 ff.) stimmt nicht mit Friedlein und Martin überein, nach seinem Dafürhalten sind vielmehr unter allen Umständen die Verschiebungslinien vertikal gegen die Person des Rechnenden gerichtet gewesen, wozu ein allerdings bemerkenswerter Passus bei Herodot ganz gut stimmt. Für uns jedoch ist eine Erwägung entscheidend, deren Gewicht nicht leicht zu verringern sein wird. Dieselbe besteht darin, dafs gegen das Ende des Mittelalters das Rechenbrett mit Horizontallinien gang und gäbe war. Dafür sprechen verschiedene Indizien, wir haben jedoch zu unsern Gunsten ein durchschlagendes, jeden Widerspruch ausschliefsendes Beweismittel. Der erste Traktat von liber IV der »Margaritha philosophica« (s. o. auf S. 31 N. 1), »de numero arithmetice speculative« zubenannt, ist nämlich in manchen Ausgaben mit einem Titelbilde versehen, und auf diesem ist ein Mann abgebildet, der seine Tafel in der zuletzt angegebenen Weise vor sich hinhält. Dafs der Zeichner etwas anderes abgebildet haben sollte, als was ihm aus hunderten von Fällen bekannt war, ist doch nicht anzunehmen, und ohne rückwirkende Kraft zu haben, spricht dieses Zeugnis immerhin dafür, dafs ein Abakus mit wagrechten Linien sehr wohl auch für entlegenere Zeiten denkbar ist.

[1] Friedlein, Die Entwickelung des Rechnens etc., S. 247.

nahme, dafs die bezügliche Stelle wirklich aus der Feder des römischen Schriftstellers stamme, und es wird gegenteils von nicht zu unterschätzender Seite die Behauptung vertreten, dafs man es hier mit einem Einschiebsel aus weit späterer Zeit zu thun habe. Für uns an diesem Orte hat die historisch äufserst wichtige Boethius-Frage offenbar nur eine mehr untergeordnete Bedeutung, insofern mit allgemeiner Übereinstimmung Gerbert als derjenige anerkannt wird, der in der zweiten Hälfte des X. Jahrhunderts die Apizes nebst ihrem eigenartigen Gebrauche zum Lehrgegenstand erhob, mag er seine Kenntnis nun dem Boethius oder andern Quellen zu danken haben[1]. Nicht im eigentlichen Texte, wohl aber auf einer den Hand-

[1] Es giebt kaum eine kompendiösere Darlegung der wichtigsten Fragepunkte, als diejenige, welche Treutlein im zweiten Abschnitte seines Schriftchens »Geschichte unserer Zahlzeichen und Entwickelung der Ansichten über dieselbe« (Karlsruhe 1875. S. 23 ff.) versucht hat. Weidler und Mannert hatten zuerst mit Bewunderung die sonderbaren Zifferformen des damaligen Altdorfer — nunmehr Erlanger — Boethius-Kodex in Augenschein genommen, und Mannert hatte sich dadurch veranlafst gesehen, seine etwas phantastische Dissertation »De numerorum, quos Arabicos vocant, vera origine Pythagorica« (Altdorf 1794) zu schreiben. Dann ruhte die Sache einige Jahrzehnte lang, bis Chasles in seiner »Geschichte der Geometrie, hauptsächlich mit bezug auf die neueren Methoden« (deutsch von Sohncke, Halle 1839. S. 526 ff.) mit einer neuen und gründlichen Untersuchung über den von den Apizes handelnden Passus des Boethius hervortrat; er entschied sich für die Echtheit. Auf dieselbe Seite stellte sich Cantor, durch dessen uns wohlbekannte »Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker« die Frage nach der Ursprungsstätte der Apizes wie ein roter Faden sich hindurchzieht; nicht minder ist unter denen, welche sich für die römische Entstehung entscheiden, auch der treffliche Historiker Henri Martin zu nennen. Gegen diese Ansicht liefs Friedlein seine Streitschrift »Gerbert, Die Geometrie des Boethius und die indischen Ziffern« (Erlangen 1861) erscheinen, auch mehrere andere Arbeiten von ihm lassen ihn als einen ebenso eifrigen wie scharfsinnigen Verfechter der Hypothese erkennen, dafs erst zu Gerberts Zeit die bewufste Interpolation in den Handschriften der Geometrie des Boethius vorgenommen worden, ja dafs überhaupt das geometrische Lehrbuch des Konsuls, das ursprünglich nur Arithmetik und Musik umfafst habe, das Werk eines späten Fälschers sei. Unter Friedleins Anhängern ist neben Hankel hauptsächlich Weissenborn bedeutend, dessen Programmabhandlung »Zur Boethius-Frage« (Eisenach 1880) die zu gunsten des erstern sprechenden Gründe sehr gut vorführt, nach mehrfach ausgesprochenem Urteile jedoch die Verhältnisse des Mittelalters allzusehr modernen Gesichtspunkten unterordnet. Hankel (Zur Gesch. d. Math. etc., S. 328) will es dahingestellt sein lassen, wo und wie Gerbert sich mit den Apizes und mit den Prinzipien des Kolumnenrechnens vertraut gemacht habe, wogegen Friedlein eher der Meinung huldigt, dafs jener irgendwie von den westarabischen Gobar- oder Staubziffern Kenntnis besessen habe. Die Bekanntschaft mit diesen Zahlzeichen, die übrigens eher an unsere modernen Ziffern, als an die Charaktere von Boethius-Gerbert anklingen, ist uns durch den leider zu früh verstorbenen Woepcke vermittelt worden (Sur l'introduction de l'arithmétique in-

schriften beigefügten Übersichtstafel[1] werden die neun Zahlzeichen nun auch mit Namen benannt, und zwar sind diese Namen, von 1 bis 9 gezählt, diese: Igin, Andras, Ormis, Arbas, Quimas, Calcis, Cenis, Termenias, Sipos oder Celentis. Weder Gerbert selbst noch einer seiner unmittelbaren Schüler hält sich an diese Bezeichnungen, wohl aber begegnen wir ihnen wieder bei Radulf von Laon, den wir oben schon als einen den Übergang von den Abaziste n zu den Algorithmikern anbahnenden Autor kennen gelernt haben[2]. Auch Gerland kennt dieselben, und später noch begegnen wir ihnen bis ins XIV. Jahrhundert mehrfach[3]. So z. B. in einem von Narducci veröffentlichten Manuskripte, welcher nach Curtzes treffendem Ausspruch »ein sprechendes Beispiel für das Inderluftliegen des Positionswerts der Ziffern ist[4]«, obwohl dessen Verfasser z. B.

dienne en occident et sur deux documents importants publiés par le Prince Don Balthasar Boncompagni, Rome 1859). Mit seiner Mutmafsung, dafs die Abakusrechnung direkt zu den Abendländern gekommen sei, ist, soweit wir sehen, Gerhardt (Études historiques sur l'arithmétique de position, Berlin 1856) ganz allein geblieben, und in der That ist eine wenig besagende Stelle Wilhelms von Malmesbury sein einziger Rückhalt. — In Summa möchten wir glauben, dafs neuerdings die Authentizität der Geometrie des Boethius mehr und mehr anerkannt wird, und damit tritt Gerbert in die wohl auch am besten für ihn passende Stellung nicht eines Reformators im strengen Sinne, sondern eines Wiedererweckers alten und vergessenen Wissens.

[1] Boetii Inst. arithm., mus., ed. Friedlein. Tabula pag. 396 addenda.

[2] Chasles (Gesch. d. Geom., S. 540 ff.) und Cantor (Vorlesungen etc., 1. Band. S. 765) bringen nach dem Kodex von Chartres Radulfs Gedicht zum Abdruck, und zwar letzterer mit einer kleinen Textesverbesserung. Danach heifsen die uns hier angehenden Stellen:

»Ordine primigeno sibi nomen possidet Igin.
Andras ecce locum previndicat ipse secundum.
Ormis post numerus non compositus sibi primus.
Denique bis binos succedens indicat Arbas.
Significat quinos ficto de nomine Quimas.
Sexta tenet Calcis perfecto munere gaudens.
Zenis enim digne septeno fulget honore.
Octo beatificos Termenias exprimit unus.
Hinc sequitur Sipos est, qui rota namque vocatur.«

[3] Die etymologischen Deutungen, welche teilweise schon das Mittelalter für die seltsamen Namen der Apizes zu geben versucht hatte, und welche sich nicht selten durch ihre Absurdität auszeichnen, stellt Cantor (Math. Beitr. etc., S. 231 ff.) sorgfältig zusammen, indem er den geistreichen Hypothesen von Piccard und Vincent den Preis zuerkennt. Einzelne der Ausdrücke scheinen nur als Verstümmelungen von orientalischen Idiomen eine zutreffende Erklärung finden zu können, wie denn auch bereits Radulf von einer chaldäischen Abstammung spricht.

[4] Narducci, Intorno ad un manoscritto della Biblioteca Alessandrina contenente gli Apici di Boezio senz' abaco e con valore di posizione, Roma 1877. Die Handschrift datiert nach Zangemeister ungefähr aus dem Jahre 1200.

die Zahl 20 lediglich mit Apizes zu schreiben nicht imstande ist, sondern zu diesem Behufe wieder das römische XX nötig hat. Die Frage, ob die älteren Abazisten, Gerbert, Bernelin, Odo, Hermann der Lahme u. s. f., die Bezeichnungsweise der Boethius-Kodizes gekannt und nur aus irgend einer Ursache nicht angewandt haben, gestattet eine Lösung nicht.

Nachdem dies vorausgeschickt ist, treten wir dem Abakusrechnen selbst näher. Soviel scheint uns keinem Zweifel zu unterliegen, dafs auf den Rechnungsmarken, welche Gerbert nach Richers Zeugnis (s. o.) von Handwerkern anfertigen und in den vorher praeparierten Abakus legen liefs, die Apizes angebracht waren. Man konnte mit ihrer Hilfe jede Rechnung durchführen, und wir wollen jetzt sehen, in welcher Weise. Wenn es heutzutage möglich ist, von dem unserer heutigen Anschauungsweise recht fremdartigen Rechnungsschematismus immerhin eine deutliche Vorstellung zu gewinnen, so sind wir für diese Errungenschaft in erster Linie Friedleins rastlosen Bemühungen zu Dank verpflichtet[1]. Anweisungen zur Addition (collectio) und Subtraktion (subtractio) finden sich allerdings in der gesamten abazistischen Literatur nicht, höchstens gelegentlich wird darauf bei den Rechnungsarten zweiter Stufe verwiesen[2]. Der Grund ist wohl der, dafs in diesen einfachen Fällen die Abakusrechnung dem hergebrachten Komputus gegenüber keine besondern Vorteile zu gewähren schien. Bemerkt mag noch werden, dafs fast durchweg den »digiti«, d. h. den ganzen Zahlen $\leqq 10$, die »articuli«, d. h. alle übrigen Glieder der natürlichen Zahlenreihe gegenübergestellt wurden[3].

Was Gerbert selbst in seiner Schrift über Division, und was der von Friedlein zum Vergleiche herangezogene cod. 299 der Berner Bibliothek über das Multiplizieren beibringt, das ist höchst summarischer Natur; im wesentlichen wird an einzelnen Beispielen blos die Richtigkeit des Satzes $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}$ erprobt, eines Satzes, der allerdings von grofser Tragweite war, weil er darüber

[1] Neben mehreren uns schon bekannten Aufsätzen ist es besonders die im 10. Bande der »Zeitschr. f. Math. u. Phys.« befindliche Abhandlung »Die Entwickelung des Rechnens mit Kolumnen,« auf welche sich die obigen Worte beziehen.

[2] Treutlein, Geschichte unserer Zahlzeichen etc., S. 39.

[3] Die Definition des Bernelin lautet: »Digitos vero, quoscunque infra primum limitem, id est omnes, quos ab unitate usque ad denarium summum numeramus, veteres appellare censuerunt. Articuli autem omnes a deceno in ordine positi et in infinitum progressi nuncupantur.«

belehrte, in welche Kolumne, wenn etwa ein Tausender mit einem Hunderttausender multipliziert ward, das Produkt gesetzt werden mufste. Detailliertere Regeln finden wir erst bei Bernelin und nächstdem bei Gerland vor[1]. Wenn es sich um die Multiplikation zweier einziffriger Zahlen handelte, so galt die »regula singularis: singularis arcus quemcunque multiplicat, in eodem pone digitum, in ulteriore articulum«; das Resultat wird zwischen Multiplikator und Multiplikandus hineingeschrieben, wie hier in Fig. 6 (statt der Apizes brauchen wir stets gewöhnliche Ziffern):

Fig. 6.

X	I
	6
2	4
	4

Auf diese Weise bildete sich mehr und mehr eine allgemeine Regel heraus, wenn auch die einzelnen Abazisten sich nicht völlig klar über diese wurden. Man schrieb — resp. man legte auf Gerbertschen Marken — in die Kolumnen die beiden mit einander zu multiplizierenden Zahlen so hinein, dafs jede Ziffer in die — modern gesprochen — ihrem Stellenwert entsprechende Rubrik kam; alsdann ward, wie wir es heute noch thun, Ziffer mit Ziffer multipliziert, und das Teilprodukt in die richtigen Kolumnen eingefügt, worauf schliefslich die Addition stattfand. Ist z. B. $14 = 1 \cdot 10 + 4$mit $24 = 2 \cdot 10 + 4$ zu multiplizieren, so hat man: $4 \cdot 4 = 16 = 1 \cdot 10 + 6$, $4 \cdot 2 \cdot 10 = 8 \cdot 10$, $1 \cdot 10 \cdot 4 = 4 \cdot 10$, $1 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 = 2 \cdot 10^2$; es gehört sonach in die unter I stehende Kolumne blos die Zahl 6, in die unter X stehende fallen die Zahlen 1, 8 und 4, und endlich in die unter C befindliche kommt wieder allein die Zahl 2. So ist in Fig. 7 das abazistische Schema:

Fig. 7.

C	X	I
	1	4
	2	4
2	1	6
	8	
	4	
3	3	6

[1] Friedlein, Die Entwickelung etc., S. 257 ff.

Von den unterstrichenen Zahlen vermutet Friedlein, sie wären im Verlaufe der Rechnung nach und nach getilgt worden, d. h. man habe sie auf dem Sand-Abakus verwischt, auf dem maschinellen Abakus durch Wegnahme der Marken beseitigt. Dafs man solchergestalt jede Multiplikation vornehmen konnte, leuchtet ein, und zwar konnte die besondere Überlegung, in welchen Vertikalstreifen ein herauskommendes Teilprodukt einzutragen sei, wesentlich dadurch erleichtert werden, dafs man, wenn mit einer Ziffer durchmultipliziert war, den Multiplikandus je um eine Stelle einrückte. In diesem Sinne stellt uns Fig. 8 das Produkt 8216. 4957 in seiner Entstehung vor Augen[1]:

Fig. 8.

$\overline{\text{XM}}$	$\overline{\text{M}}$	$\overline{\text{C}}$	$\overline{\text{X}}$	$\overline{\text{I}}$	C	X	I
				8	2	1	6
				4	9	5	7
			4	9	5	7	
		4	9	5	7		
	4	9	5	7			
			2	5	3	4	2
				4	4	7	
			4	9	5		
			1	1	4		
		1	8	6			
		8	5				
		4					
	7	2					
3	2						
3	1	2	2	1	1	1	2
	9	5		5	6		
4		7	2	6	7	1	2

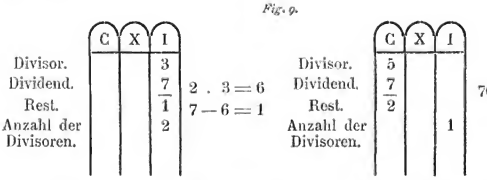
Es ist einleuchtend, dafs eine solche Behandlung der Sache nichts als das gewöhnliche kleine Einmaleins, vor allem auch keine Kenntnis der Null voraussetzt. Im Ganzen stellt sich die Multiplikation nicht sowohl als eine selbständige Rechnungsoperation, sondern mehr nur als ein Anhängsel der Addition dar, und diese ihre Stellung verraten auch die Bezeichnungen für die beiden Faktoren: »summa« und »fundamentum«. Vor Einführung der Positionsarithmetik vermochte auch die Multiplikation den ihr zukommenden Rang nicht

[1] Vgl. hiezu: Weifsenborn, Die Entwickelung des Zifferrechnens, S. 16 ff.

zu erringen; am nächsten kommt sie demselben unter sämtlichen Vertretern der Abakusliteratur bei Odo[1].

Indem wir uns nunmehr dem Dividieren zuwenden, bleiben wir zunächst bei jenen Regeln stehen, welche, wie wir wissen, Gerbert in einer besondern Schrift niedergelegt hat. Chasles hat in den ziemlich dunklen Text zuerst Klarheit gebracht, doch ist uns das vollständige Verständnis erst durch Friedlein[2] aufgeschlossen worden. Wenn Einer durch Einer oder Zehner durch Zehner u. s. w. dividiert werden sollten, verfuhr man in derselben Weise, indem nur die Kolumne des Abakus gewechselt wurde; die folgenden Beispiele werden dies klarstellen. Dabei ist in wörtlicher Übertragung der »Quotient« durch »Anzahl der Divisoren« ersetzt, und es sind diejenigen Ziffern, wie oben und künftig immer, unterstrichen, welche nach Friedlein bei Fertigstellung des Resultats nicht mehr auf dem Abakus sichtbar waren. Fig. 9 gibt die Beispiele: 7:3 und 700:500.

Fig. 9.



Die Nebenrechnungen, Produktbildung und Subtraktion, dürften in gewöhnlichen Fällen im Kopfe, in schwierigeren auf einem daneben-liegenden Hilfsabakus ausgeführt worden sein.

Wenn mit einer einziffrigen in eine mehrziffrige Zahl dividiert werden soll, so kann dies entweder ohne komplementäre Division oder mit dieser geschehen. Im erstern Falle ähnelt das Verfahren dem noch heute gebräuchlichen, allein eigentümlicherweise scheint die schwerfällige zweite Methode vorgezogen worden zu sein. Um 5069:4 nach dieser Art auszurechnen, verhält man sich folgendermafsen. Es ist $10 - 4 = 6$, $\frac{5000}{10} \cdot 6 = 3000$; nun bildet man $\left(\frac{3000}{10} = 300\right) \cdot 6 = 1800$, $\left(\frac{1000}{10} = 100\right) \cdot 6 = 600$ und erhält

[1] Friedlein, Die Entwickelung etc., S. 261.

[2] Friedlein, Gerberts Regeln der Division, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 9. Band. S. 145 ff.

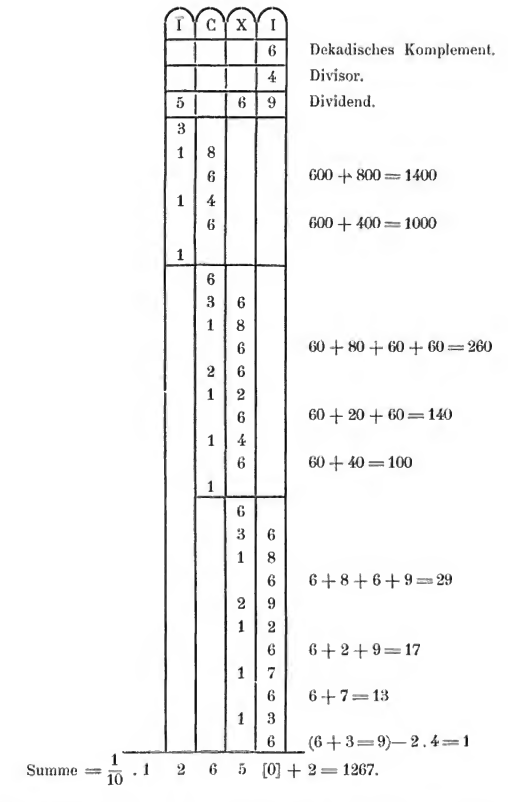
hieraus $600 + 800 = 1400$. Wieder ist $\left(\frac{1000}{10} = 100\right) . 6 = 600$, $600 + 400 = 1000$. Abermals berechnet man $\left(\frac{1000}{10} = 100\right) . 6 = 600$, $\left(\frac{600}{10} = 60\right) . 6 = 360$, $\left(\frac{300}{10} = 30\right) . 6 = 180$, $\left(\frac{100}{10} = 10\right) . 6 = 60$ und bildet die Summe $60 + 80 + 60 + 60 = 260$. Jetzt ist $\left(\frac{200}{10} = 20\right) . 6 = 120$, $\left(\frac{100}{10} = 10\right) . 6 = 60$ und $60 + 20 + 60 = 140$. Eine Fortsetzung des Verfahrens ergibt $\left(\frac{100}{10} = 10\right) . 6 = 60$, $40 + 60 = 100$, $\left(\frac{100}{10} = 10\right) . 6 = 60$, $\frac{60}{10} . 6 = 36$, $\left(\frac{30}{10} = 3\right) . 6 = 18$, $\left(\frac{10}{10} = 1\right) . 6 = 6$ und $6 + 8 + 6 + 9 = 29$. Weiterhin hat man $\left(\frac{20}{10} = 2\right) . 6 = 12$, $\left(\frac{10}{10} = 1\right) . 6 = 6$, $6 + 2 + 9 = 17$, $\left(\frac{10}{10} = 1\right) . 6 = 6$, $7 + 6 = 13$, $\left(\frac{10}{10} = 1\right) . 6 = 6$, $3 + 6 = 9$. Die letzte Summe ist also eine Fingerzahl, ebenso wie der Divisor, der Divisionsrest ist $9 - 1 . 8 = 1$, und den ganzzahligen Teil des Quotienten, der seinen Namen »numerus divisorum« offenbar mit Recht trägt, findet man durch die Summation: $\frac{1}{10}(5000 + 3000 + 1000 + 1000 + 1000) + \frac{1}{10}(600 + 300 + 100 + 200 + 100 + 100 + 100) + \frac{1}{10}(60 + 30 + 10 + 20 + 10 + 10 + 10) + 2 = 1267$.

Schreiben wir das alles abazistisch, so resultirt das in Fig. 10 abgebildete Schema:*

Es war damals notwendig, stets wieder eine neue Regel aufzustellen, wenn Dividend oder Divisor eine Ziffer mehr bekam, und dieser Umstand macht den Überblick über das in Detailarbeit sich auflösende Rechnungsverfahren überaus schwierig. Die Nachfolger Gerberts sahen dies auch ein und brachten im einzelnen Abhilfe; so wird seit Bernelin die Verwendung der von uns auch schon beim vorigen Exempel gebrauchten Horizontalstriche (»tramites«) allgemein üblich. Um unsere Übersicht abzurunden, führen wir noch die Divisionsaufgabe 6121 : 344 nach jenem Autor mit Hilfe der — in diesem Falle nicht dekadischen, sondern zentesimalen — Ergänzung durch. Es ist $344 = 400 - 56$. 400 in 6000 geht 10mal, bleibt

* Siehe Figur 10, auf Seite 104.

Fig. 10.



2000, und es ist $10 \cdot 6 = 60$, $10 \cdot 50 = 500$, so dafs nunmehr mit 400 in $2000 + 500 + 60 = 2560$ zu dividieren ist. 400 in 2000 geht 5 mal, es ist $5 \cdot 6 = 30$, $5 \cdot 50 = 250$. In den erhaltenen Teilzahlen stecken nun folgende Zehner: 50, 30, 60, 20, den Dividenden natürlich mitgerechnet, und deren Summe ist 160; die Hunderter sind: 100, 200, 500, 100 mit der Summe 900. In diese 900 wird wieder mit 4 dividiert, der Quotient ist 2 mit dem Rest 1, dann ist $2 \cdot 6 = 12$, $2 \cdot 50 = 100$, und die vorhandenen Einer,

Zehner, Hunderter, soweit sie noch nicht berücksichtigt wurden, sind nunmehr: $2 + 1 = 3$, $10 + 60 = 70$, $100 + 100 = 200$. Die Summe dieser Zahlen ist gleich dem bei der Division bleibenden Reste $= 273$, der Quotient selbst ist $= 1 \cdot 10 + 5 + 2 = 17$. Im Abakus nimmt sich die Sache aus, wie Fig. 11 ersehen läfst[1]:

Fig. 11.

Ī	C	X	I
	3	4	4
		5	6
6	1	2	1
6	1	2	1
2	5	6	
		3	
	2	5	
	1	6	
	9		
	1	1	2
	1		3
	2	7	
		1	5
			2
			7

Alles in allem müssen wir in dieser komplementären Division einen der augenfälligsten und merkwürdigsten Belege dafür erblicken, dafs der menschliche Geist sich hie und da absichtlich Schwierigkeiten bereitet, um an der Überwindung derselben sodann seinen Scharfsinn zu erproben. Dafs die jungen Leute, welche nach diesem eine stete Anspannung des Geistes erfordernden System dividieren lernten, wirklich das waren, was ihnen in einem der Texte nachgesagt wird, nämlich »schwitzende Abazisten«, das wird gewifs niemanden wunder nehmen. Gerland gab der direkten Division entschieden den Vorzug vor der komplementären, und einer der Anonymi, mit deren Schriftchen uns Treutlein (s. o. § 15) bekannt machte, geht sogar soweit, von einer »goldenen« und von einer ihres ungefügen Charakters halber so zu nennenden »eisernen« Divisionsmethode

[1] Friedlein, Die Entwickelung etc., S. 263.

zu reden[1]. Unter allen Umständen blieb die vierte Rechnungsspezies auch für den gut ausgebildeten Abakusrechner ein schwieriges Problem, und es wiederlegt sich schon durch diese Schwierigkeit die vage Hypothese[2], es seien bereits am Hofe Karls des Grofsen komplizierte Divisionsexempel aufgelöst worden.

Es erübrigt noch ein Wort über das Bruchrechnen zu sagen, da wir ja durch Bernelin ausdrücklich erfuhren, dafs die Gerbertsche Schule drei Kolumnen des Abakus den »Minutien« vorbehielt. Für Lernende scheint nach wie vor die bequeme Eselsbrücke des Victorius ihren Platz behauptet zu haben; die »minus capaces« und »minus periti« rechneten nach wie vor damit[3]. Im übrigen wurden die Minutien ganz wie Zahlen behandelt, und am Schlusse der Rechnung fand die entsprechende Reduktion statt. Mehr und mehr gehen die Zeichen der Minutien verloren, und es gewährt ein grofses Interesse, zu sehen, wie sich allgemach der philiströse altrömische Bruch vor dem erwachenden Bewufstsein, dafs ja die Einheit beliebig weiter teilbar sei, zurückziehen mufs. Glücklicherweise sind wir in der Lage, einen direkten Einblick in diesen Fortbildungsprozefs thun zu können[4].

[1] Bonc. Bull., Tomo X. S. 609. »Dicuntur aureae divisiones eo quod ad intelligendum faciles et super auri gratiam sint delectabiles; sicut contra ferreae que sunt nimis graves quasi ferri duriciam preponderantes.«

[2] Im Jahre 1846 wirbelte eine angebliche Entdeckung Bethmanns ziemlichen Staub auf. Derselbe hatte nämlich in der Kapitularbibliothek zu Ivrea eine Anleitung zum Dividieren gefunden, in welcher der Name Flaccus vorkommt, und diesen Namen hatte er, weil Alkuin in der Pallastschule allerdings diesen Beinamen führte, auf den Lehrer Kaiser Karls selbst gedeutet. Vgl. Cantor, Math. Beitr. etc., S. 289. Später stellte sich die Handschrift als aus dem XI. Jahrhundert stammend heraus.

[3] Friedlein, Die Entwickelung etc., S. 273.

[4] Wir meinen hier einen sehr merkwürdigen Brief aus dem XI. Jahrhundert, den Chasles (Compt. rend. tome XVI. S. 417) zuerst bemerkt hatte, und den Dümmler, zugleich mit einem eingehenden Kommentar Cantors, nach cod. 7377 C der Pariser Nationalbibliothek unlängst herausgab (Ein Schreiben Meinzos von Constanz an Hermann den Lahmen, Arch. d. Gesellsch. f. ältere deutsche Geschichtskunde, 5. Band. S. 202 ff.). Hermannus Contractus beschäftigt sich, wie schon § 15 berührte, in seinem jedenfalls vor 1048 abgefafsten Traktat über das Astrolabium mit der eratosthenischen Gradmessung und sucht aus dem überlieferten Wert für den Umfang eines gröfsten Kreises (= 252000 Stadien) die Länge des Erddurchmessers herzuleiten. Nach Archimedes mufs er 252000 mit $\frac{7}{22}$ multiplizieren, und um das mit Bequemlichkeit zu thun, setzt er

$$\frac{7}{22} = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{22} = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{22}\right).$$

III. Die Periode des Algorithmus. Der Araber Mohammed ben Musa, nach seiner Heimatsprovinz der Chowaresmier, Alchwarizmî zubenannt, hatte durch sein Lehrbuch der Arithmetik und Algebra der Wissenschaft einen sehr folgenreichen Anstofs gegeben[1], und es kann nach den Aufklärungen Reinauds[2] kaum mehr einem Zweifel unterliegen, dafs das Wort Algorithmus-Algorismus — Alkauresmus, Alchocharithmus —, welches in der übertragenen Bedeutung eines eigenartigen Rechnungsformalismus heute noch der Wissenschaft geläufig ist, auf eine Verketzerung des arabischen Eigennamens sich zurückführt. Wird doch in der in § 15 erwähnten Handschrift von Cambridge »Algoritmi« redend eingeführt. Die Werke des Maximus Planudes, Leonardo Pisano und vor allem die ziemlich geistlose Kompilation des Sacro Bosco haben das neue Rechnungsverfahren im Abendlande eingeführt; soweit jedoch der von uns hier zu behandelnde Zeitraum in Frage kommt, haben wir uns wesentlich an die drei in § 15 genannten Kodizes zu halten. Ihnen entnehmen wir über die vier Spezies die folgenden Nachrichten.[3] Die Null, um welche die Abazisten ängstlich herumgehen[4], ist nunmehr in die vollen Rechte eingesetzt, welche ihr die indisch-arabische Lehre vom Stellenwert verleiht.

Beim Addieren verfuhr man in der Hauptsache so, wie in der Neuzeit; Ziffern von gleichem Positionswert brachte man in dieselbe

Ganz ähnlich war auch früher schon der römische Gromatiker Epaphroditus vorgegangen. Meinzo aber, der nur von römischen Brüchen wufste, verstand mit einem Bruche, wie $\frac{1}{25}$, dessen Nenner weder durch 3 noch durch 4 teilbar ist, durchaus nicht umzugehen, und so schrieb er in seiner Bedrängnis eben jenen Brief an den benachbarten Freund, der uns die Überlegenheit des mit dem allgemeinen Bruchbegriff schon auf weit vertrauterem Fufse stehenden Reichenauer Gelehrten so lehrreich vor Augen stellt.

[1] Cantor, Vorlesungen etc., S. 611 ff. Ebendort mag nachgesehen werden, wie sich Scharfsinn und Abgeschmacktheit vor Zeiten erfolglos mit etymologischen Deutungen an dem dunkeln Worte versuchten.

[2] Reinaud, Mémoires sur l'Inde, Mém. de l'acad. des inscriptions et belles lettres, vol. XVIII, 2. S. 303 ff.

[3] Vgl. hiezu hauptsächlich die mehrfach zitierte Studie von Weifsenborn, S. 12 ff.

[4] Wir bemerkten in § 13, dafs Radulf mit dem Wesen der Null halb und halb bekannt ist. Seine Sipos-Marke »Rota« ist jedoch durchaus kein Ersatz für die Null, sondern nach Cantor (Vorlesungen etc., S. 768 ff.) nur ein Rechnungsbehelf, ähnlich dem Pünktchen, welches unsere Schüler beim Multiplizieren anwenden, um sich stets gegenwärtig zu halten, wie weit eingerückt werden mufs.

Vertikale. Da auch nach der Verdrängung der eigentlichen Abazistik auf Staubtafeln geschrieben ward, so schrieb man die Summe an die Stelle des Glied für Glied getilgten oberen Summanden. Beim Probe-Subtrahieren mufste dann wieder die ausgelöschte Zahl erscheinen.

Während die Subtraktion meistenteils in der uns bekannten Weise betrieben ward, kam es doch auch vor, dafs man mit der höchsten Stelle begann. Wenn z. B.

12025
— 3604

berechnet werden sollte, so zog man 3 von 12 ab und erhielt als erste Etappe

9025
— 604

6 von 0 geht nicht, es wird 1 von 9 entlehnt, und man erhält folgeweise

8425 8421
— 04

Im Kodex von Salem tritt der Rest an die Stelle des allmählig verschwindenden Minuenden. Die Methode der dekadischen Ergänzung kommt bei den älteren Bearbeitern Alchwarizmîs noch nicht vor.

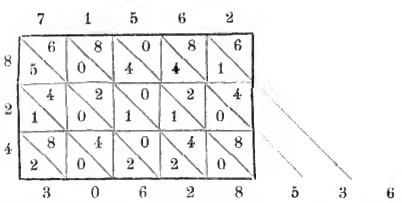
Die Multiplikation wurde im allgemeinen noch abazistisch, durch Einordnung der Teilprodukte in die Kolumnen vollzogen[1]. Die orientalischen Methoden, welche blitzartige und netzförmige Multiplikation heifsen, sind im XIII. Jahrhundert auf dem deutschen Boden gewifs noch unbekannt gewesen. Dagegen dürfte eine Abart des letzteren Modus, der Netzmultiplikation, schon aus dem Grunde sich früh eingebürgert haben, »weil sie dem Gedächtnisse auch gar nichts aufser dem gewöhnlichen Einmaleins zumutet«[2]. Identisch mit ihr, die in Fig. 12 abgebildet erscheint, ist im wesentlichen das maschinelle Rechnen, das im XVII. Jahrhundert aufkam[3]. Unsere

[1] Man darf überhaupt nicht glauben, dafs deshalb, weil thatsächlich die eine der beiden Methoden die andere ausschliefst, sie nicht doch historisch in einer gewissen Verbindung vorkämen. So geschieht es in der Rechenkunst des Arabers Ibn Albanna, doch führt Cantor diese arabische Abakusrechnung auf von Italien her nach Maghreb wirkende Einflüsse zurück (Vorlesungen etc., 1. Band. S. 691).

[2] Ibid. S. 520.

[3] Favaro (Leçons de statique graphique, II. partie, trad. par Terrier, Paris 1885. S. 70 ff.) macht darauf aufmerksam, dafs die in Lord Napiers »Rhabdologia« beschriebenen »Rechenstäbe« nur Vervollkommnungen älterer instrumentaler Hilfsmittel sind, wie sie von Apian, Peverone, Orontius Finaeus und Petrus Ramus beschrieben wurden.

Fig. 12.



heutige Schulmultiplikation rührt von Adam Riese her, und man könnte somit die Behauptung aufstellen, dafs von dem Augenblicke an, da Kommentare zu Mohammed ben Musa geschrieben wurden, bis zur Gegenwart die Multiplikationspraxis die gerade umgekehrte geworden ist. — Noch verdient bemerkt zu werden, dafs der Schreiber des Kodex von Salem eine komplementäre Multiplikation kennt, deren algebraischer Ausdruck folgender Satz wäre:[1]

$$ab = 10\,[a - (10 - b)] + (10 - a)(10 - b).$$

Hinsichtlich des Dividierens schlagen die drei Bearbeiter der arabischen Vorlage den nämlichen Weg ein. Um denselben klarzulegen, rechnen wir in ihrer Weise das Beispiel 76468 : 257 durch, indem wir aus Rücksichten der Kürze mit $E\left(\frac{m}{n}\right)$ die gröfste bei der Division von m : n sich ergebende ganze Zahl bezeichnen. Wir erhalten so:

2 764|68 : 257|	$E\left(\frac{764}{257}\right) = 2.$	$2 \cdot 2 = 4,\ 7 - 4 = 3$ $3 \cdot 10^1 + 6 = 36$ $2 \cdot 5 = 10,\ 36 - 10 = 26$ $2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 4 = 264$ $2 \cdot 7 = 14,\ 264 - 14 = 250$
9 2506|8 : 257|	$E\left(\frac{2506}{257}\right) = 9.$	$9 \cdot 2 = 18,\ 25 - 18 = 7$ $7 \cdot 10^1 + 0 = 70$ $9 \cdot 5 = 45,\ 70 - 45 = 25$ $2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 = 256$ $9 \cdot 7 = 63,\ 256 - 63 = 193$
7 1938| : 257|	$E\left(\frac{1938}{257}\right) = 7.$	$7 \cdot 2 = 14,\ 19 - 14 = 5$ $5 \cdot 10^1 + 3 = 53$ $7 \cdot 5 = 35,\ 53 - 35 = 18$ $1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 8 = 188$ $7 \cdot 7 = 49,\ 188 - 49 = 139$

[1] Cantor, Vorlesungen etc., 1. Band. S. 780.

Es fand sich also $76468 = 297 \cdot 257 + 139$. Die Staubrechner löschten natürlich jede beendigte Zwischenrechnung wieder fort, und so gewann ihre Arbeit einen Vorteil, dessen der auf dem Papier Rechnende entbehrte. Bei Riese, dessen Methode im Grundsatz die gleiche ist, stören die vielen auszustreichenden Zahlen.

Charakteristisch sind für die algorithmische Periode die dem komputistischen und abazistischen Zeitalter noch fremden Neuner- und Elferproben. Dieselben finden sich sowohl bei den Indern wie bei den Arabern schon in den ältesten arithmetischen Schriften[1]; sie wufsten sich bei all ihrer Unzulänglichkeit[2] bis ins XVIII. Jahrhundert zu behaupten und verschwanden erst in den achtziger Jahren desselben endgiltig von der Tagesordnung, nachdem der Dessauer Professor Busse in einem »Beiträge zur Mathematik« betitelten Werkchen einen wuchtigen Angriff gegen dieses Überbleibsel des Mittelalters gerichtet hatte.

19

Der Unterricht in theoretischer Musik.

Wir dürfen wohl annehmen, dafs, nachdem die Eleven in den Anfängen der Vokal- und Instrumentalmusik es zu einiger Sicherheit gebracht hatten, die eigentliche Theorie mit der Fixierung der Töne durch geschriebene Symbole ihren Anfang nahm. Zu diesem Zwecke fing man in Deutschland um 790 an sich der sogenannten Neumen zu bedienen, »gewisser über die Texteszeilen des Gesanges gesetzter Strichelchen, Häkchen, Punkte, Halbbogen und ähnlicher anderer

[1] Ibid. S. 520. S. 614. S. 659. Die Elferprobe wendet zuerst Alkarkhî in seinem uns unlängst durch Hochheim zugänglich gemachten Kâfî fîl Hîsâb an.

[2] Nach Weifsenborn (a. a. O., S. 9. ff.) sind die vier Sätze, auf welchen die Neuner- und Elferprobe beruhen, nachstehender Fassung fähig:

1. Lassen mehrere Zahlen $z_1, z_2 \ldots z_n$ bei der Division durch dieselbe Zahl p die Reste $r_1, r_2 \ldots r_n$, hat man also die Beziehungen

$$r_1 = R\left(\frac{z_1}{p}\right),\ r_2 = R\left(\frac{z_2}{p}\right) \quad \ldots \quad r_n = R\left(\frac{z_n}{p}\right),$$

so ist

$$r = R\left(\frac{z_1 + z_2 + \ldots + z_n}{p}\right) = R\left(\frac{r_1 + r_2 + \ldots + r_n}{p}\right).$$

2. Unter der gleichen Voraussetzung ist

$$\varrho = R\left(\frac{z_1 \, z_2 \ldots z_n}{p}\right) = R\left(\frac{r_1 \, r_2 \ldots r_n}{p}\right).$$

3. Die Quersumme einer beliebigen Zahl gibt bei der Division durch 9 den selben Rest, wie die Zahl selber.

4. Um den Rest zu erhalten, den eine Zahl bei der Division durch 11 liefert, bilde man die Summen der graden und der ungraden Stellen und ziehe die

Figuren[1].« Petrus und Romanus, zwei von Kaiser Karl aus Italien berufene Lehrer des Kirchengesangs, führten in Metz und St. Gallen diese Zeichenschrift ein, deren Anfänge (Neume verstümmelt aus πνεῦμα = dem langgezogenen Hauch im Halleluja) auf Ambrosius und Gregor zurückzuleiten sind. Ambros meint, dafs jene der antiken Tongraphik gegenüber einen Rückschritt darstellten, indem Manuskripte mit Neumen so gut wie ganz unverständlich für den bleiben mufsten, der keinen Erklärer zur Seite hatte, dafs aber die Ausübung der Musik doch wesentlich durch dieses Hilfsmittel gefördert wurde. Romanus brachte die seinen Namen tragenden Romanusbuchstaben auf, über welche ein Schreiben des Notker Balbulus an Lantpert Licht verbreitet; diese den Neumen beigesetzten Buchstaben markierten Tonhöhe, Tonstärke und Tempo[2]. Nachdem sich dies Verfahren bis zu den Zeiten des Berno, Aribo und Hermannus Contractus erhalten hatte, brach sich die noch jetzt übliche Notenschrift Bahn, in welcher wir recht eigentlich einen Sieg der mathematischen Idee begrüfsen dürfen[3].

Der sich hieran anreihende streng theoretische Unterricht fufste, wie wir schon wissen, durchaus auf Boethius, und es ist deshalb um so wünschenswerter, einen Überblick über das künstliche Lehrsystem dieses Römers zu erhalten, da wenigstens vor Hucbald (s. o. § 12) die Schriftsteller sich ziemlich sklavisch an ihr Vorbild gehalten zu haben scheinen. Das Originalwerk, wie es in Friedleins handlicher Ausgabe jetzt jedermann vorliegt, setzt sich aus 34 Abschnitten zu-

zweite Summe von der ersten ab. Ist die Differenz positiv, so ist ihr Rest gleich dem gesuchten; ist sie negativ, so hat man sie erst von dem nächstgröfsern Vielfachen von 11 abzuziehen und dann entsprechend zu verfahren.

Hieraus folgt nun unzweifelhaft: Ergibt bei einer Addition die Restsumme oder bei einer Multiplikation das Restprodukt, durch 9 oder 11 dividiert, nicht den gleichen Rest, wie resp. Zahlensumme oder Zahlenprodukt, so ist das Resultat falsch. Allein dieser Lehrsatz läfst sich nicht dahin umkehren, dafs, wenn die Probe stimmt, das Resultat richtig sein müsse. Es kann dieser Umstand als ein schwerwiegendes Zeugnis dafür gelten, dafs selbst die intensivste Beschäftigung mit der Theorie der formalen Logik noch keine Gewähr dafür bietet, nicht doch in der Praxis arge Verstöfse gegen ebendiese Syllogistik zu begehen.

[1] Ambros, Gesch. d. Musik, 2. Band. S. 68 ff.

[2] Ibid. S. 81 ff.

[3] »Ein in Noten ausgeschriebenes Tonstück ist, kleine des Überblicks wegen nötige Abweichungen abgerechnet, nichts anderes als eine geometrische Darstellung durch eine Kurve, wobei die Zeiten als Abscissen, die Logarithmen der Schwingungszahlen als Ordinaten aufgetragen werden.« Mach, Über die anschauliche Darstellung einiger Lehren der musikalischen Akustik, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 10. Band. S. 427.

sammen, deren Verständnis grofsenteils gar kein leichtes ist[1]. Nach allgemeinen Auseinandersetzungen über das Wesen der Musik und über deren Geschichte, sowie über ihre dreifache Abteilung wird die Konsonanz als »dissimilium inter se vocum in unum redacta constantia« definiert[2], und zwar entspreche die Konsonanz den Zahlenverhältnissen 2:1, 3:1, 4:1, 3:2, 4:3. Für jedes solche Verhältnis existiert ein eigener Kunstausdruck (Diapason, Diatessaron u. s. w.[3]). Dann wird die von Lipschitz (s. dessen schon zitierte Schrift) in ihrer ganzen Haltlosigkeit aufgedeckte Geschichte erzählt, dafs Pythagoras durch den Gleichklang der fallenden Schmiedehämmer auf seine arithmetischen Untersuchungen über Tonintervalle geführt worden sei, und daran reiht sich die Einteilung nach Intervallen, Tönen und Halbtönen. Die Saiten werden, je nachdem sie einen gewissen Ton geben, auch mit besondern Namen belegt (Hypate, Lichanos u. s. w.)[4], wobei die Lust an überflüssiger Klassifikation recht deutlich hervortritt; sobald noch die verschiedene Charakteristik der Tonleiter als einer diatonischen, chromatischen und enharmonischen hinzutritt, verdreifacht sich natürlich die ohnehin schon komplizierte Systematik. Analogienspiele zwischen Planeten und Saitenklängen fehlen nicht. Soweit reicht das erste Buch; das zweite beginnt mit rein arithmetischen Untersuchungen über Quadratzahlen u. s. w. und namentlich — worauf schon in § 17 hingewiesen ward — mit Spekulationen über die arithmetische, geometrische und spezifisch musikalische, d. i. harmonische Proportion. Da, wie wir wissen, die Verhältnisse der zweien bestimmten Tönen entsprechenden Schwingungszahlen stets mit einem festen Terminus bezeichnet werden, so bietet sich Gelegenheit, die arithmetischen Sätze von vorher nochmals, und zwar musikalisch eingekleidet, vorzutragen. Das dritte Buch[5] ist in seinem Anfang wesentlich eine Bekämpfung der Musiktheorie des Aristoxenus, dann wird die von Philolaus beliebte Einteilung besprochen, und auf weitläufige Auseinandersetzungen über Tonabstände folgt die Lehre von der Notenschrift[6] und die Beschreibung des Monochords[6]. Das kurze vierte Buch wägt gewisse Ansichten der Musikschriftsteller

[1] Erfreulich erleichtert ist das Verständnis durch die Schrift: Paul, Boetius, fünf Bücher über die Musik, ins Deutsche übersetzt, Leipzig 1872.

[2] Boetii Inst. arithm., mus., S. 191.

[3] Ibid. S. 194.

[4] Ibid. S. 205 ff.

[5] Ibid. S. 270 ff.

[6] Ibid. S. 314 ff.

älterer Zeit gegeneinander ab; es ist wahrscheinlich ebenso wenig, wie gewisse Stücke des zweiten und dritten Buchs im Schulunterrichte berücksichtigt worden.

Mit Hucbald von St. Amand (um 930) begannen die Versuche, zwischen Boethius und dem neueren Kirchengesang eine Vermittlung anzubahnen. Damit sank denn auch die starre Herrschaft der in mathematische Fesseln eingeschnürten Musiklehre, und mehr und mehr dürfte dann auch in der Schulstube der althergebrachte Unterrichtsgegenstand von seinem überflüssigen Ballaste eingebüfst haben. »Je genauer bei der beständigen Übung die Sänger figurierte Gesänge ausführten, desto klarere Einsicht mufste man über gar vieles gewinnen, was der mit ängstlichem Fleifse an ihrem Monochord herummessenden, in boethisch-phytagoreische Rechnereien vertieften Theorie ein Buch mit sieben Siegeln geblieben war[1].«

20

Der geometrische Unterricht.

Der an den Kloster- und Stiftsschulen erteilte Unterricht in der Geometrie beschränkte sich während des IX. und während der ersten Hälfte des X. Jahrhunderts vornehmlich auf Erlernung der Definitionen und auf die Einübung einfacher Konstruktionen. Marcianus Capella war eben der leitende Führer, und aus ihm konnte so wenig, wie aus den »Etymologien« des Isidor ein mehreres geschöpft werden[2]. Wie man angesichts des Stoffmangels die Erklärungen wenigstens geistvoll zuzurichten liebte, das mag aus einer Begriffsbestimmung der Wissenschaft hervorgehen, welche ein unter der Regierung des Abtes Purchard II. lebender Klosterlehrer von St. Gallen aufstellte[3]:

[1] Ambros, a. a. O., S. 310.

[2] Chasles sagt von Marcianus Capella, mit Bestätigung gewisser früher von uns gemachter Angaben, folgendes (Gesch. d. Geom., S. 523): »In dem Buch über Geometrie scheint der Verfasser dieses Wort seinem etymologischen Sinne nach gebraucht zu haben, denn er fängt mit Begriffen aus der Geographie an. Das was darin von der eigentlich so genannten Geometrie vorkommt, beschränkt sich auf einige Definitionen der Linien, der ebenen Figuren und der Körper, welche meistenteils von Euklid entlehnt sind und mit ihren griechischen Namen benannnt werden. Ein sehr merkwürdiger Umstand, da in andern Schriften aus derselben Zeit oder aus einer nur wenig ältern, wie in denen des Boetius und Cassiodor, die griechischen durch lateinische Benennungen ersetzt sind.«

[3] Dümmler, Ekkehart IV etc., S. 23 ff. Übrigens unterscheidet auch schon Salomon von Konstanz im »Vocabularius« scharf die abstrakten oder, wie er sich ausdrückt, »doktrinalen« Disziplinen von den mehr praktischen.

»Geometrîa abstracte quantitatis est cujus pars tamen est ars calculatoria, ut in calculis videatur, quid abstrahatur, ut in hoc quadrato abjectis calculis cubus surgit perfectus contemplative speculandus.« Der Gegensatz zwischen rechnender und reiner Geometrie ist in diesem Satze doch schon ganz gut angedeutet. Ferner erscheint es sehr wahrscheinlich, dafs die Lehrer mit ihrer Jugend praktisch-geometrische Übungen vornahmen. »Die Geometrie wurde nicht nur in der Schulstube, sondern am liebsten im Freien studiert. . . . . es wurde die Höhe vom Erdboden bis zum Kirchturmhahn gemessen, oder ein jüngst dem Kloster vermachtes Gut wurde abgesteckt.« Es ist allerdings wahr, dafs diese Worte Zimmermanns[1] sich auf einen urkundlichen Beleg nicht stützen können, allein auch abgesehen davon, dafs die innere Wahrscheinlichkeit sehr für die dort vertretene Auffassung spricht, gibt es auch äufsere Momente, die ins Gewicht fallen. Wir erinnern zuerst an den bekannten, noch heute vorhandenen Plan des Klosters St. Gallen, der unter Abt Gozpert oder Hartmuot hergestellt und von Keller in einer besonderen Monographie beschrieben wurde[2]. Ein Architekt, der einen solchen Rifs anzufertigen vermochte, hatte nicht nur unbewufst die Regeln der darstellenden Geometrie angewandt, sondern er mufste sich auch auf Vermessungskunde verstehen. Und in dem uns bekannten Schreiben Gerberts an den Stiftslehrer Constantin ist ganz ausdrücklich davon die Rede, dafs der Mefskünstler Räume ausmifst, indem er die Mefsstange — den »geometricalis radius« — bald an einer vertikalen, bald an einer horizontalen Linie anlegt: »Habes ergo (talium diligens investigator) viam rationis, brevem quidem verbis, sed prolixam sententiis et ad collectionem intervallorum et distributionem in actualibus geometrici radii secundum inclinationem et erectionem et in speculationibus et actualibus simul dimensionis coeli et terrae plena fide comparatum.« Ein in Zolle geteilter Stab und ein rohes Astrolabium mit einem Diopterlineal als Alhidade deckten ja das damalige Bedürfnis vollkommen.

Ein wesentlicher Fortschritt in der geometrischen Durchschnittsbildung ward durch Gerbert eingeleitet, der seinen Zeitgenossen neue Quellen des Wissens erschlofs. Die griechischen Originale freilich blieben auch ihm fremd, doch brachte er für diesen Defekt der Zeitbildung, der erst durch die ungefähr hundert Jahre nach ihm er-

[1] Zimmermann, Ratpert etc., S. 43 ff.

[2] Keller, Der Baurifs des Klosters St. Gallen, Zürich 1844.

wachende Übersetzungsthätigkeit sich auszugleichen begann, einen Ersatz durch eine Bearbeitung der in den römischen Feldmesserschriften enthaltenen Wissenselemente. Als Abt des lombardischen Klosters Bobbio hatte Gerbert eine ihm vor tausenden allein sich bietende Gelegenheit, geometrische Studien zu machen, denn dort befand sich gerade damals eine sowohl durch ihren Inhalt als auch durch ihre wechselvollen Schicksale ausgezeichnete Handschrift, welche als »Codex Arcerianus« gegenwärtig eine der Zierden der berühmten Bibliothek von Wolfenbüttel bildet[1]. Diese Handschrift enthält in sich die den Gromatikern Frontinus, Hyginus, Balbus, Nipsus, Epaphroditus und Vitruvius Rufus zugeschriebenen Bruchstücke; ist auch nicht zu leugnen, dafs der Gesamtcharakter der römischen Feldmefskunst eben kein sehr imponierender ist, so hat doch eine sorgfältige Durchmusterung dieses reichhaltigen Stoffes, wie sie Cantor in seinen »Agrimensoren« vollzog, gezeigt, dafs sich da unter zahlreichen Schlacken auch manche Perle findet, dafs zumal manche wertvolle Erinnerung an den verdienstvollen Heron Alexandrinus (um 100 v. Chr.) den Wert einzelner dieser Gelegenheitsarbeiten erhöht, und dafs überhaupt ein Gerbert recht viel neues und gutes aus jener Sammlung sich aneignen konnte. Dies hat er denn auch redlich gethan. Er hat die einzelnen Fragmente nicht nur gründlich durchgearbeitet, sondern sich wahrscheinlich auch durch sie zu neuen Studien weiterführen lassen; Pythagoras, der platonische Timaeus samt dem dazu gehörigen Kommentar des Chalcidius, Eratosthenes und vor allem Boethius sind ihm wohlbekannt. Auch Alkuin dürfte ihm bekannt gewesen sein[2]. So entstand denn der wahrscheinlich in den Jahren 981 bis 983 zu Papier gebrachte Lehrbegriff der Geometrie, der bis zur Wiederauferstehung des Euklides jedenfalls als das didaktische Normalwerk des Mittelalters anzusehen ist und deshalb an diesem Orte auf seine Besonderheiten geprüft zu werden verdient[3].

[1] Siehe die Geschichte dieser Handschrift bei Cantor, Vorlesungen, S. 467.

[2] Cantors Meinung zufolge (Die röm. Agrimensoren, S. 156) kann die Kenntnis Alkuins dem Gerbert durch den Scholaster Raimund vermittelt worden sein, der selbst wieder ein Schüler des in der Klosterschule zu Tours erzogenen Odo von Cluny war.

[3] Von Mathematikern der Neuzeit wies auf diese Schrift zuerst Kästner hin in seiner dem ersten Bändchen seiner »Geometr. Abhandlungen« (Göttingen 1789. S. 1 ff.) einverleibten »Nachricht von Gerberts Geometrie.« Die Inhaltsübersicht ist ganz brauchbar, doch zeigt sich der mit dem ganzen Stolze eines modernen

Die »Geometria Gerberti« setzt sich aus 94 Kapiteln zusammen. Nachdem das unentbehrliche über die Grundbegriffe gesagt und zugleich der Satz von der Winkelsumme des Dreiecks bewiesen ist[1], wird mit bezug auf diesen die Einteilung der Dreiecke in spitzwinklige, rechtwinklige und stumpfwinklige vorgenommen. Dann folgt die Theorie der hier zuerst mit diesem — seitdem gang und gäbe gewordenen — Namen bezeichneten pythagoreischen Dreiecke, rechtwinkliger Dreiecke, deren Seiten durchaus rationale Zahlen zu Mafszahlen haben. Die zur Bildung solcher Dreiecke dienenden Regeln sind schwerfällig eingekleidet[2]. Alsdann folgt ein geodätischer Exkurs, die Messung von Höhen durch das »Astrolabium« und durch das »Horoskopium«, anscheinend ein Spiegelinstrument. Nach Cantors Vergleichungen liegt hier eine augenfällige Abhängigkeit des Autors von den Agrimensoren Epaphroditus und Sextus Africanus vor. Es folgen Aufgaben über Distanzmessungen verschiedener Art, die wesentlich nach Herons Art auf die Betrachtung ähnlicher und meist auch ähnlich liegender Dreiecke hinauslaufen; auch eine im Krieg anwendbare Methode zur Bestimmung der Höhe einer Festungsmauer findet sich vor, durch welche wohl nur die praktische Bedeutung des

Mathematikers erfüllte Verfasser begreiflicherweise nicht selten unfähig, sich in den Gedankengang seiner Vorlagen zurückzuversetzen. Später ging Gerberts Werk wieder ganz aus dem Gesichtskreise der Historiker verloren, und erst Chasles (Gesch. d. Geom., S. 585 ff.) brachte es wieder einigermafsen zu Ehren. Endlich widmete ihm Cantor das umfängliche dritte Kapitel seiner »Agrimensoren«, und auch in den Vorlesungen wird es (S. 741 ff.) eingehend besprochen. Die Salzburger Handschrift, welche der Druckausgabe des Pater Pez (Thes. Anecd. nov., tom. III. pars II. S. 6 ff.) zur Basis diente, lag auch Cantor vor, als er sämtliche Textesidentitäten und Textanklänge, welche zwischen dem Büchlein des Papstes und den spätrömischen Vorarbeiten in reicher Menge bestehen, vergleichend zusammenstellte. Das Manuskript mag etwa um 1220 niedergeschrieben sein; der Schreiber war fest überzeugt, dafs er es mit einem Gerbertschen Original zu thun habe.

[1] Man beachte, dafs hier im abendländischen Mittelalter zuerst die Notwendigkeit eines Beweises auftaucht. Der Beweis ist der euklidische; durch eine Dreiecksspitze wird eine Parallele gezogen, und es entstehen gleiche Wechselwinkel.

[2] »Cathetus ter ducatur; nona pars inde auferatur, residui dimidium pro basi habeatur. Si eandem, quam abstulisti nonam, inventae basi adjungis, hypotenusam habebis.« Ist die gegebene Kathete b, die gesuchte a, die Hypotenuse c, so ist

$$a = \left(3\,b - \frac{1}{9}\cdot 3\,b\right).\ \frac{1}{2} = \left(3\,b - \frac{1}{3}\,b\right).\ \frac{1}{2} = \frac{8}{3}\,b.\ \frac{1}{2} = \frac{4}{3}\,b,$$

$$c = a + \frac{1}{3}\,b = \frac{4}{3}\,b + \frac{1}{3}\,b = \frac{5}{3}\,b,$$

wie bekannt.

pythagoreischen Lehrsatzes dargethan werden soll. Ein Schütze schiefst Pfeile ab nach zwei Punkten des Mauerfufses und der Mauerkrone, und nachdem sie ihr Ziel erreicht, werden die Geschosse an daran befestigten Schnüren wieder zurückgezogen[1]. Sprechen schon derartige Aufgaben wesentlich dafür, dafs Gerbert sich an römische Vorbilder gehalten habe, so wird die Vermutung zur Gewifsheit im 42. Kapitel, welches ganz nach Nipsus mit dem Problem sich beschäftigt, aus der Hypotenuse und dem Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks die Katheten zu berechnen[2]. Daran reihen sich Flächenbestimmungen für Trapeze, Dreiecke, Vielecke an; auch wird ein strenges und sinnreiches Verfahren angegeben, durch Abstumpfung der Ecken eines Quadrats das regelmäfsige Achteck zu konstruieren[3]. Von Kapitel 55 an ist eine Gruppe zusammenhängender Untersuchungen zu erkennen; es handelt sich dem Anscheine nach um die Bestimmung der Fläche eines regulären Polygons aus der Seitenlänge, in Wirklichkeit aber darum, aus der Seitenzahl die zugehörige Polygonalzahl oder aus der Polygonalzahl die zugehörige Seitenzahl zu ermitteln. Es ist nun allerdings Gerbert von dem Vorwurfe nicht frei zu sprechen, dafs er ungeachtet bessern Wissens die arithmetische Theorie der Polygonalzahlen gewissermafsen als das Lösungsmittel für Fragen der Flächenberechnung hinstellt, und wir dürfen es Kästner (a. a. O.) nicht verargen, wenn er diese Formeln verkennt und den Ausdruck

$$\frac{(n-2)\,a^2-(n-4)\,a}{2},$$

welcher angeblich die Mafszahl für den Inhalt des regelmäfsigen n-Ecks von der Seite a darstellt, schon wegen des groben Verstofses

[1] Es ist, wenn c und b resp. die wieder aufgewickelten Schnurlängen bedeuten ($c > b$), und wenn a die Höhe der Mauer vorstellt,

$$a = \sqrt{(c+b)\,(c-b)}.$$

[2] Cantor, Die röm. Agrimensoren, S. 168. Die obigen Bezeichnungen beibehaltend und den Inhalt gleich F setzend, bekommt man

$$a = \frac{1}{2}\left(\sqrt{c^2+4F} \pm \sqrt{c^2-4F}\right),\quad b = \frac{1}{2}\left(\sqrt{c^2+4F} \mp \sqrt{c^2-4F}\right).$$

[3] Den Gedankengang, welcher mutmafslich bei dieser Konstruktion der leitende war, hat Cantor mit Glück zu rekonstruieren versucht (Die röm. Agrimensoren, S. 172 ff.).

[4] Zweifellos wurde die Formel, die auch im entsprechenden Wortausdruck bei Boethius vorkommt, von den meisten Lesern nicht so, wie Gerbert wollte, sondern völlig falsch, d. h. dem eigentlichen Wortsinne gemäfs, verstanden, und in dieser mifsbräuchlichen Anwendung kehrt sie noch öfter wieder, so z. B. noch 1503 in der »Margaritha philosophica« von Reysch.

gegen das Gesetz der Dimensionen bespöttelt[1]. Auch die Pyramidalzahlen werden mit dem Pyramidenvolumen durcheinandergeworfen. Dagegen mufs lobend die Darstellung des Halbmessers ρ eines einem rechtwinkligen Dreieck von den Seiten a, b, c (c Hypotenuse) einbeschriebenen Kreises als Funktion dieser drei Seiten in der Form $\rho = \frac{1}{2}(a + b - c)$, die exakte Bestimmung eines Kegelstumpfmantels nach der Formel $(r + \rho)\pi f$ und die ebenfalls korrekte Kreisquadratur nach Archimedes hervorgehoben werden. Bei der Kubatur der Kugel macht Gerbert eine Andeutung, als ob er auch mit dem Sphäroid bekannt gewesen wäre. Zuletzt kommen noch Teilungsaufgaben, welche lebhaft an die dem Alkuin zugeschriebenen »Aufgaben zur Verstandesschärfung« (s. o. § 8) erinnern, und ein astronomisch-gnomonischer Anhang. Gerbert kennt die von Hyginus gestellte und gelöste Aufgabe, aus drei zu verschiedenen Zeiten gemessenen Schattenlängen des nämlichen Stylus die Lage der Mittags- (Nordsüd-) Linie zu finden, eines der schönsten Zeugnisse dafür, dafs auch die Römer des sonst nur den Griechen nachgerühmten geometrischen Geistes nicht gänzlich bar gewesen sind[1].

Die Salzburger Handschrift der Geometria enthält noch zwei weitere Bestandteile geometrischen Inhalts. Der erste bietet ein hervorragendes Interesse nicht[2], ein um so gröfseres aber der zweite, insonderheit auch in didaktischer Hinsicht. Der zweite Bestandteil enthält dasjenige, was von der wissenschaftlichen Korrespondenz zwischen Gerbert und seinem dereinstigen Schüler Adelbold noch übrig ist. Es ist dies ein Brief Gerberts an den Bischof Adelbold und dann wieder ein Schreiben des letztern an erstern, beidemale jedoch über verschiedene Gegenstände handelnd, so dafs im ersten Falle die Frage, im zweiten die Antwort fehlt[3]. Die Auf-

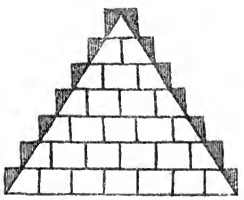
[1] Das Verfahren wurde erst verständlich durch den scharfsinnigen Kommentar, mit welchem es Mollweide begleitete (v. Zachs Monatl. Korresp. z. Beförd. d. Erd- und Himmelskunde, 28. Band. S. 396 ff.). Es scheint jedoch, dafs Mollweide nicht der erste war, der sein Divinationsvermögen an dieser Stelle der Gromatikersammlung versuchte, vielmehr bemerkt Kästner am Schlusse einer Erörterung über die Dunkelheit dieses (des 94.) Kapitels der Gerbertschen Geometrie (a. a. O., S. 12): »Ich habe eine Auflösung an das Leipziger Magazin für Mathematik gesandt.« Ob diese Note dortselbst zum Abdruck gelangt ist, wissen wir nicht zu sagen.

[2] Cantor gibt (Die römischen Agrimensoren, S. 156 ff.) eine kurze Schilderung der elf unzusammenhängenden Paragraphen, aus welchen sich das Bruchstück zusammensetzt. Am meisten Wert haben die darin enthaltenen Angaben über Linearmafse wohl noch für die Geschichte der Metrologie.

[3] Cantor, Vorlesungen etc., S. 743 ff.

schrift des Antwortbriefes ist: »Gerberti epistola ad Adelboldum de causa diversitatis arearum in triangulo aequilatero, geometrice arithmetriceve expenso«. Adelbold war richtig ein Opfer der oben berührten Unklarheit geworden, er hatte sich ein gleichseitiges Dreieck mit der Seite 7 hingezeichnet und fand dessen Inhalt nach der oben für die figurierten Zahlen angegebenen Formel $= \frac{7^2 + 7}{2} = 28$, also viel zu grofs. Gerbert soll ihm dieses Rätsel lösen. Der thut es denn auch in seiner Weise, indem er den Inhalt des Dreiecks, dessen Seite a, dessen Höhe h sein soll, gleich $\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}a\left(a - \frac{1}{7}a\right)$ setzt[1]. Alsdann wird die Mafszahl des Flächeninhalts $= \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6 = 21$; die »arithmetische« Auflösung greift also der »geometrischen« gegenüber genau um den vierten Teil fehl. Zur Aufklärung dieses Mifsverhältnisses bedient sich nun Gerbert einer nicht uninteressanten und für jene Zeit gewifs äufserst bestechenden Überlegung, betreffs deren auf Fig. 13 verwiesen sei. Er teilt die Basis des Dreiecks

Fig. 13.



in sieben gleiche Teile, zieht zu ihr im Dreieck Parallelen, welche resp. gleich $\frac{6}{7}, \frac{5}{7}, \frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{1}{7}$ der Grundlinie sind und stellt über jede dieser Parallelen ein Rechteck, dessen zweite Seite stets $= \frac{1}{7}$ der Basis ist. Dann läfst sich das n-te Rechteck, von unten an gerechnet, auch in n kongruente Quadrate zerlegen, und Gerbert nimmt diese Zerlegung wirklich vor. Im ganzen entstehen so $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28)$ Quadrate, und das ist die von Adelbold richtig herausgerechnete Zahl. Allein diese 28 Quadrate sind auch zusammen gröfser als die Dreiecksfläche, und zwar um die 14 kon-

[1] Es ist, wenn die Bezeichnung des Textes beibehalten wird, $h = \frac{a}{2}\sqrt{3} = 0{,}866\,a$, während nach Gerbert $h = a\left(1 - \frac{1}{7}\right) = 0{,}875\,a$ sich ergeben würde. Die Ungenauigkeit ist also ganz erträglich.

gruenten Dreiecke, die in der Figur schraffiert wurden, und zu denen noch ein kleiner Überrest des allerobersten Quadrates hinzutritt. Der Überschufs ist = 7, die Fläche also, wie es sein soll, = 28 — 7 = 21. In ähnlicher Weise, so dürfen wir wohl annehmen, machten seit dem Jahre 1000 kundige Lehrer ihren Schülern den Unterschied klar, welcher dem arithmetischen Wertbetrage nach zwischen einer Vieleckszahl und dem Inhalt eines Vielecks von gleichen Seiten und Winkeln besteht. — Von grofsem Interesse wäre es, wenn wir auch die Entgegnung des damals schon mit der Tiara geschmückten Gerbert auf den zweiten Brief Adelbolds besäfsen, der noch jetzt in einer Salzburger und Tegernseer Abschrift vorhanden ist und von Pez als Anhang seinem Abdruck der Geometrie beigegeben wurde[1]: »Adelboldi Episcopi Trajectensis Ord. S. Benedicti ad Sylvestrum II. P. M. Libellus de ratione inveniendi crassitudinem sphaerae«. Der Bischof hat bei Macrobius den Satz gefunden, dafs zwei Kreisflächen sich zu einander verhalten wie die Quadrate ihrer Durchmesser, und eine Nachrechnung bestätigt ihm den Satz, ebenso soll der gleichen Quelle zufolge das Verhältnis der Kugelvolumina dem achtfachen Verhältnis der Durchmesser gleich sein. Er prüft auch diese Behauptung, allein sonderbarerweise verursacht ihm eine Wahrnehmung Skrupel, die ihm eben als die wünschenswerteste Bekräftigung hätte dienen müssen; es zeigt sich nämlich, dafs auch für Würfel und Zylinder ganz das gleiche gelte. Der Papst möge ihm sagen, ob er mit dieser Erweiterung der Angabe des Macrobius im Recht oder Unrecht sei. Allem Vermuten nach belehrte ihn Gerbert, sofern er überhaupt zu einer Antwort gelangte, dafs allgemein die Kubikinhalte ähnlicher Körper sich wie die dritten Potenzen homologer Strecken verhalten, und es darf somit dieser Fundamentalsatz der Stereometrie erst auch wieder vom Jahre 1000 ab zu den einigermafsen bekannten Theoremen gerechnet werden.

Allerdings verbreitete sich auch die Kenntnis solcher Elementarwahrheiten nur langsam, und die Anzahl jener Kloster- und Stiftsschulen, deren Scholaster den gesamten Wissensinhalt der Gerbertschen Geometrie in den Unterricht überführten, war gewifs keine grofse[2]. Immerhin fehlt es nicht völlig an Anzeichen, dafs in den

[1] Pez, a. a. O., S. 86 ff.

[2] Cantor, Vorlesungen etc., S, 749. »Gerberts Geometrie scheint freilich trotz oder vielleicht wegen ihrer verhältnismäfsig höheren wissenschaftlichen Bedeutung eine rechte Wirkung nicht erzielt zu haben. Die geometrische Unwissenheit war, wie wir mehrfach hervorgehoben haben, bei Römern und folglich

Klöstern eine gewisse Neigung zu eigener geometrischer Thätigkeit selbständig hervortrat[1], und auch Bemühungen um die Lösung des Problems der Kreisquadratur, wie sie damals zuerst auftauchten[2], lassen die Sterilität auch auf diesem wenig angebauten Gebiete nicht als eine so furchtbare erscheinen, wie sie gewöhnlich geschildert wird. Erheblichere Fortschritte konnten allerdings erst gemacht werden, nachdem durch die Kreuzzüge der Bezug morgenländischen und damit indirekt auch altgriechischen Wissens ermöglicht oder doch beträchtlich erleichtert worden war. Hierüber mehr im dritten Kapitel.

21

Der kosmographisch-astronomische Unterricht.

Wie es heute noch schwierig ist, mit Genauigkeit auszuscheiden, was einerseits der mathematischen und physischen Geographie, andererseits der Astronomie zugehört, so gilt diese Schwierigkeit für das frühere Mittelalter noch in erhöhtem Grade, und so glauben wir denn auch ungescheut Welt- und Himmelskunde an dieser Stelle vereinigen zu dürfen. An die Spitze ward jedenfalls die Lehre von der Kugelgestalt des Erdkörpers gestellt, für welche die üblichen aristotelisch-ptolemäischen Beweisgründe vorgetragen werden mochten; für die Gröfse der Erdkugel berief man sich auf Eratosthenes, für das Nichtvorhandensein der Antipoden, die nur ausnahmsweise in Virgilius (Seite 17 Note 2) und in Wolfhelm (Seite 55 Note 6)

auch bei Schülern der Römer eine noch dichtere als die arithmetische. Der Boden war in diesem Gebiete noch weniger zubereitet, fruchtbaren Samen aufzunehmen.«

[1] Mit Cantor (a. a. O.) möchten wir auf jene Koordinatendarstellung der Planetenbahnen hinweisen, deren schon in einer frühern Note gedacht wurde. Rührt dieselbe freilich von Beda her, so ist das X. Jahrhundert wieder um einen der wenigen Ruhmestitel gebracht, worauf es Anspruch erheben zu können schien.

[2] Schon Hermannus Contractus soll nach Trithemius eine Abhandlung über die Quadratur des Kreises geschrieben haben. Genaueres ist bekannt über ein ähnliches Werk des Franco von Lüttich, auf welches zuerst Angelo Mai (Classici autores e vaticanis codicibus editi, tomus III., Romae 1831. S. 346 ff.) die Aufmerksamkeit der Historiker gerichtet hat. Cantor meinte, ein Studium dieser Arbeit möchte vielleicht lohnend sein, und Winterberg trug dieser Anregung dadurch Rechnung, dafs er eine vollständige Ausgabe derselben veranstaltete (Abhandl. zur Gesch. der Math., 4. Heft. S. 135 ff.). Besondere Anhaltspunkte gewährt der Traktat Francos, den Winterberg irrtümlich zu einem Mitgied des damals noch gar nicht gegründeten Dominikanerordens macht, höchstens in negativer Beziehung; die archimedische Verhältniszahl wird als richtig angenommen, allein die endgiltige Lösung scheitert an der Schwierigkeit, ein Rechteck in ein gleich grofses Quadrat zu verwandeln.

einen Verteidiger fanden, auf Isidorus Hispalensis[1]. Alsdann wurde die Einteilung der Erdoberfläche in Zonen gelehrt, die sich das ganze Mittelalter hindurch unverbrüchlich erhalten hat; nur einer von den fünf Gürteln galt als zweifellos bewohnbar, denn in dem zweiten, für welchen aus der bloßen Betrachtung der Insolationsverhältnisse analoges zu folgern gewesen wäre, hätten ja eben die mit theologischen Bedenken in Widerspruch stehenden Gegenfüßler wohnen müssen[2]. Fig. 14, einem ziemlich alten Kodex entnommen[3],

Fig. 14.

stellt die Verhältnisse mit seltener Klarheit vor Augen. Zugleich wurde jedenfalls in sehr früher Zeit schon den Schülern die Überzeugung beigebracht, daß die Mittelpunkte der Wasser- und Festlandsphäre exzentrisch gelagert seien[4]. Die Begriffe der geographischen Länge und Breite waren geläufig, auch wußte man (s. o. § 15) von den wichtigsten Erdorten die geographischen Koordinaten anzugeben — freilich häufig nur mit Rücksicht auf die angeblich im Orient, thatsächlich aber gar nicht existierende »Weltkuppel« Arin, für die aber doch, wenigstens nach Regiomontans ausdrücklichem Zeugnis, niemals Tafeln berechnet worden sind. War das eigentlich mathematische absolviert, so wandte man sich den zwischen Erde und Himmel gelegenen Regionen zu (siehe Seite 123 Note*). Das

[1] Peschel-Ruge, Geschichte der Erdkunde bis auf A. v. Humboldt und C. Ritter, München 1877. S. 95 ff.

[2] In den »Glossae Salomonis« wird die Antipodentheorie sehr kurz abgefertigt: »Antipodes nulla ratione credendi sunt, quia nec soliditas patitur nec centrum terrae, sed neque hoc ulla historiae cognitione firmatum, sed hoc poetae quasi ratiocinando conjectant.« Allein Ruge (Bemerkung zu der Antipodenlehre im Mittelalter, Zeitschr. f. wissensch. Geogr., 4. Band. S. 104) bemerkt, daß diese Stelle wörtlich den »Etymologien« Isidors (lib. XX. cap. 2) entlehnt ist.

[3] Wir fanden diese Zeichnung (Fig. 14.) auf dem Titelblatte eines von der Minutienrechnung handelnden Maihinger Manuskripts »de ponderibus et mensuris.«

[4] Dieser Irrlehre ist das dritte Heft in des Verf. »Studien zur Gesch. d. math. u. phys. Geographie« ausschließend gewidmet: »Ältere und neuere Hypothesen über die chronische Versetzung des Erdschwerpunktes durch Wassermassen« (Halle

aristotelische System, an welchem in jener Zeit noch niemand zu rütteln sich vermafs, stellte fest, dafs auf die den innersten und untersten Platz einnehmende Erde nach einander die Sphären des Wassers, der Luft, des Feuers und des Empyreums folgten, und nur darüber war man sich nicht im klaren, wo eigentlich die von dem biblischen Schöpfungsbericht geforderten »oberhimmlischen Gewässer« unterzubringen seien[1]. Die Winde entstehen in der Luft; ihre Einteilung und Benennung machte ganz gewifs einen Hauptlehrgegenstand aus, denn die Windrose bildet das ganze Mittelalter hindurch ein Lieblingsobjekt der Gelehrten[2]. Die Winde saugen mäfsige Bestandteile der Erdoberfläche auf, führen sie empor in höhere Räume und lassen dieselben sich dort zu Wolken verdichten, in denen somit Winde eingeschlossen sind; machen sich dieselben Platz, so springt die Wolkenhülle mit Geräusch, und es gibt Regen, Donner, Blitz, bei grofser Kälte auch Hagel. Sternschnuppen sind nach der gelehrten Herrad nicht etwa wirklich fallende Sterne, »sed igniculi a flatu ventorum ab aethere in aërem tracti et mox in madido aëre extincti« (siehe Seite 124 Note*). Der Regenbogen wird sonderbar

1878). Allein nachgerade mufste sich der Verf. überzeugen, dafs die sonderbare Ansicht weit tiefer eingedrungen war, als es ursprünglich schien. In Handschriften begegnet einem dieselbe durchweg da, wo überhaupt Veranlassung war, der Sache zu gedenken; so findet sie sich in einer deutsch geschriebenen aristotelischen Elementenlehre der Maihinger Bibliothek, so in einer Abschrift des Sacro Bosco in cod. lat. 12257 von München, so endlich, wie Ruge hervorhebt (Geschichte des Zeitalters der Entdeckungen, Berlin 1881. S. 97), in der »Margaritha philosophica.« Figur 15 und 16 sind Nachbildungen der zuletzt erwähnten beiden Diagramme.

Fig. 15.

Fig. 16.

* Vgl. hiezu des Verf. Abhandlung: Die kosmographischen Anschauungen des Mittelalters (Deutsche Rundschau f. Geographie u. Statistik, 4. Jahrgang. S. 249 ff. 313 ff. 345 ff.)

[1] Alles, was sich über diesen Zankapfel der Genesis-Ausleger und Kosmographen ausfindig machen liefs, sammelt Zoeckler (Gesch. der Bez. etc., 1. Abt. S. 163. 190. 209. 238 ff. 395. 402 ff. 408. 624. 661. 758). Johann Scotus Erigena identifiziert dieselben z. B. einfach mit »Kräften« schlechtweg, Hugo von St. Victor läfst sie in Dunstform am Himmel schweben, und so ist die Vielzahl der Theorien eine grofse.

[2] Das ersieht man am besten aus der inhaltreichen Schrift von D'Avezac: Aperçus sur la rose des vents, Rome 1874.

genug noch mitunter als blos vierfarbig (»arcus in aere quadricolor«) erklärt; seine kreisförmige Gestalt fand ihren Grund in aristotelischen Worten, dagegen begann das richtige Verständnis der Farbenerscheinungen erst in einer Zeit aufzudämmern, welche hinter der uns hier beschäftigenden liegt[1]. Die Erde ist ein grofser Schwamm, durch ihr ganzes Massiv ziehen sich Kapillarröhren hindurch[2], und das Weltmeer steht mit diesen Röhren in Verbindung. Was die Hydrographie anlangt, so erscheint als deren sachkundigster Vertreter der christliche Platoniker Wilhelm von Conches[3]; dieser umfassend gebildete Mann, der von dem Vorhandensein eines Kontinents auf der Westseite der Erde eine recht bestimmte Ahnung hatte[4], dachte sich im Innern der heifsen Zone einen grofsen Wasserbehälter, aus welchem je am Ost- und am Westrande unserer Hemisphäre eine grofse Strömung entspringt; das Aufeinanderprallen der Strömungen erzeugt Ebbe und Flut, und nur bei Entstehung der Springfluten wirkt auch die Anziehung des Mondes mit[5]. Bei den Über-

* Engelhardt, Herrad von Landsperg, S. 27 ff. In ganz ähnlicher Weise soll schon Anaxagoras das Herabstürzen des Meteorsteins von Aigospotamoi erklärt haben.

[1] Das Licht als solches galt schon damals nicht als etwas körperliches, sondern als »intentionale Form« der Körper in jenem Zustande, welchen wir als den leuchtenden bezeichnen. Im übrigen aber war die Lichttheorie noch die alte euklidische; man dachte sich eine Art von Fühlhörnern aus dem Auge hervorgehend, wodurch die Oberfläche des angeschauten Körpers scheinbar betastet und so dem Gehirn der Eindruck des geschehen vermittelt wurde. Treffender fafste man damals schon den Schall als Resultat einer dem Ohre sich mitteilenden Wellenbewegung auf.

[2] Die Klassiker dieser »Schwammtheorie«, wenn man uns diesen Ausdruck gestatten will, sind im XIII. Jahrhundert zwei Italiener. Vgl. hiezu: Li Livres du Tresor par Brunetto Latini, publié d'après les manuscrits de la bibliothèque internationale par P. Chabaille, Paris 1863. S. 110 ff.; La composizione del mondo di Ristoro d'Arezzo, testo italiano del 1252 publicato da E. Narducci, Roma 1859. S. 18 ff.; W. Schmidt, Über Dantes Stellung in der Geschichte der Kosmographie, Graz 1876. Dante Alighieri war es, der die oben erwähnte Exzentrizitätshypothese zuerst ernsthaft ins Schwanken brachte.

[3] Die Bedeutung dieses Mannes, der vor den eigentlichen Scholastikern gewifs am selbständigsten über Physik und Kosmographie dachte, erschlofs uns erst K. Werner: Die Kosmologie und Naturlehre des scholastischen Mittelalters mit spezieller Beziehung auf Wilhelm von Conches, Sitzungsber. d. phil.-hist. Klasse der k. k. Akad. zu Wien, 1873. S. 309 ff. Die bezüglichen Stellen s. besonders S. 366 ff.

[4] Ibid. S. 373.

[5] Diese Gezeitenlehre, die gegenüber derjenigen von Beda (s. o. § 2) nicht eben einen Fortschritt darstellt, bekräftigt jedenfalls Werners Angabe (a. a. O. S. 356), dafs Wilhelm in geophysikalischen Fragen sich mehr an Seneca als an Beda und dessen Gewährsmann Plinius hält. Senecas Hydrophysik ist gut geschildert bei Nehring, Die geologischen Anschauungen des Philosophen Seneca, Wolfenbüttel 1876.

schwemmungen ist natürlich auch der Stand der Planeten mafsgebend. Zu den schlimmen Auswüchsen der vorstehend in ihren Grundzügen gezeichneten frühmittelalterlichen Hydrographie gehört die Vorstellung, dafs Flüsse — man dachte so selbst eine Verbindung zwischen Nil und Niger herzustellen — auf weite Entfernungen einen unterirdischen Lauf haben könnten[1].

Beim Überschreiten der Feuersphäre gelangen wir in dasjenige Gebiet, mit welchem sich im besondern die Astronomie zu befassen hat. Der Beginn beim Studium dieser Wissenschaft ward, wie wir in §. 15 durch Zeugnisse des Walter Spirensis und des Gerbert[2] selbst feststellen konnten, mit der Lektüre eines jener Schriftsteller gemacht, welche Astrognosie und sphärische Astronomie in versifiziertem Gewande darboten. Die Himmelskörper wurden gezeigt, Fixsterne und Planeten einander gegenübergestellt, und wir gehen wohl nicht fehl mit der Annahme, dafs ein durch die Klosterschule hindurchgegangener junger Gelehrter durch eigene Beobachtung sich mit dem gestirnten Himmel vertrauter gemacht hatte, als ein angehender Student unserer Tage. Dabei nahm der Lehrer Gelegenheit, das Nachdenken des Schülers durch gelegentliche Fragen auf die Probe zu stellen, wie solche im »Vocabularius« enthalten sind; Fragen dieser Art waren z. B.: Ist die Sonne gröfser oder kleiner als die Erde, ist der Mond platt oder sphärisch gekrümmt, hängen die Sterne am Himmelsgewölbe oder nicht u. s. w.?[3]. Bei der Beantwortung dieser Fragen wurde dann mit dem Rüstzeug damaliger Gelehrsamkeit gearbeitet, und Autoritäten mufsten entscheiden, wo eigene Messung und Rechnung, zumal angesichts der vollständigen Unkenntnis in trigonometrischen Dingen, ein verlässiges Ergebnis zu liefern nicht imstande war[4]. Jener Mangel hinderte auch eine

[1] Näheres hierüber in den »Studien z. Gesch. d. math. und phys. Geogr.« (S. 240 ff.). Merkwürdige und genauerer Erforschung wohl würdige Materialien für die Beurteilung der über die Hydrosphäre im Umlaufe befindlichen Meinungen, allerdings aus späterer Zeit, bietet auch cod. lat. Mon. Nr. 14583, fol. 516 ff.

[2] Bei Werner (Gerbert etc., S. 57) finden wir die ausdrückliche Bemerkung, dafs der Stiftslehrer von Rheims den Manilius mit seinen Schülern wesentlich auch unter dem philologischen Gesichtspunkte gelesen habe. Jener römische Autor bewahrte sich sein Ansehen lange Zeit hindurch; sein Lehrgedicht eröffnete den Reigen der Veröffentlichungen, welche aus der von Regiomontanus in Nürnberg eingerichteten Druckerei hervorgingen.

[3] Zimmermann, Ratpert etc., S. 31 ff.

[4] Sehr deutlich tritt diese Unsicherheit bei Herrad hervor, je nachdem sie sich auf die eine oder andere ihrer beiden Vorlagen, auf Honorius Augustodunensis oder auf die »Aurea gemma« beruft. Dem erstern zufolge sind Mond

Vorausbestimmung der Finsternisse auf anderm als zyklischem Wege; dieser aber wurde natürlich gründlich dargelegt, und überhaupt schenkte man, wie sich beweisen läfst[1], den durch die Kombination einer hellen und dunkeln Kugel entstehenden Schattenverhältnissen volle Beachtung. Die Beschaffenheit der Himmelskörper war natürlich nur durch Hypothesen zu ergründen, und Aristoteles wie Plinius galten als die klassischen Zeugen der Wahrheit, mochte es sich nun um die Natur der Sonne oder um das wahre Wesen der Kometen[2] oder um die Beschaffenheit der Mondoberfläche[3] handeln.

Die Astronomie mufste schon aus dem Grunde hoch gehalten werden, weil sie die Regeln der kirchlichen Festrechnung verwaltete und für brauchbare Kalender sorgte. Bei der Unterweisung in dem vielgenannten und auch in diesem Buche schon häufig zitierten »Computus ecclesiasticus« ging man etwa in folgender Weise vor. Nachdem der Begriff des tropischen Jahres und des synodischen Monats festgestellt war, erklärte man die verschiedenen Formen der Zeitrechnung bei den Griechen, Römern, Hebräern und vor allem auch die früher die ganze Zeitrechnung und Geschichtschreibung beherrschende »Aera« des Nabonassar[4]. Hierauf kamen Sonnen-

und Sonne beide gröfser als die Erde — »corpus enim solis triplo quantitatem lunae superare dicitur, lunam autem triplo majorem terra dicitur« —, wogegen der Verfasser des Edelsteins obiges nur für den Mond, nicht aber auch für die Sonne zugeben will.

[1] In einem Maihinger Kodex, der im XIII. oder XIV. Jahrhundert entstand, beginnt fol. 48 ein interessanter astronomischer Traktat in deutscher Sprache, welcher in vier Hauptstücken die Sphärizität und Gröfse der Erde, die himmlischen Kreise, den Tierkreis und die Klimate und endlich die Planetenbewegung abhandelt. Alldort sind (fol. 84 ff.) die bezüglichen Schattenkonstruktionen abgebildet und besprochen, und es wird gezeigt, wie sich Kern- und Halbschatten gestalten, je nachdem, um die alte Sprechweise beizubehalten, »das liecht Ding« $\lesseqgtr$ »das dunkel Ding« ist.

[2] Im Vergleich mit den zügellosen Spekulationen der Folgezeit war strenges Festhalten an Aristoteles noch ein Verdienst. So urteilt noch am 19. August 1602 der treffliche Mathematiker Praetorius in einem äufserst belehrenden Gutachten (Nürnberger Kreisarchiv, Lade B 72), welches er auf Wunsch des Nürnberger Senats über das Kometenbuch eines gewissen M. Abraham Rockenbach erstattete.

[3] Wilhelm von Conches sagt in seiner Schrift »περὶ διδάξεων« über die Mondflecke (Werner, a. a. O., S. 349): »Quamvis corpus lunae naturaliter sit obscurum, tamen in quibusdam partibus suis est tunsum et politum ad modum speculi, in quibusdam scabrosum et rubiginosum.«

[4] Um den Tag zu finden, an welchem das Jahr m der Nabonassarischen Aera seinen Anfang nahm, bildete man E $\left(\frac{m}{4}\right)$, und zog diese Zahl, je nachdem sie $\lesseqgtr$ 57 war, von 57 oder von 422 ab.

zirkel und Sonntagsbuchstaben an die Reihe, und es ward die Aufgabe gelöst, zu einer gegebenen — selbstverständlich julianischen — Jahreszahl den Sonntagsbuchstaben zu finden. An den Sonnenzirkel reihte sich der Mondzirkel Metons an und die Ermittelung der Stelle, welche das gegebene Jahr in diesem Zyklus einnimmt, d. h. die Bestimmung der »goldenen Zahl«. Weiterhin wurden die »Epakten« definiert, der Überschufs der 30 oder 31 Tage, aus welchen ein bürgerlicher Monat besteht, über die wirkliche Länge des astronomischen Monats; aus der goldenen Zahl war die Epakte leicht zu erhalten. Endlich bedurfte man noch einer Hilfsgröfse, der »Römerzinszahl«, nämlich einer Periode von 15 Jahren, deren drittes Jahr mit dem Geburtsjahr des Herrn zusammenfallen sollte; der Jahreszahl n gehörte die Römerzinszahl $R\left(\frac{n+3}{15}\right)$ zu. Kannte man nun für das Jahr n den Sonnenzirkel a, die goldene Zahl b und die Römerzinszahl c, so war

$$d = R\left(\frac{4815\,a + 4200\,b + 6916\,c}{7980}\right)$$

die Stellenzahl von n innerhalb der sogenannten »julianischen Periode«. Aus a, b, c und d berechnete man schliefslich das Osterdatum nach einem Verfahren, welches fast 2000 Jahre stationär geworden war[1] und erst durch Gauss die bekannte nachhaltige Abänderung erfuhr.— Von abkürzenden Hilfsmitteln war ausführlich Seite 15. Note 1. die Rede; sie dürften im kirchlichen Unterrichte wohl sehr bevorzugt worden sein, und nicht mit Unrecht.

22

Klostergelehrsamkeit im spätern Mittelalter.

Wir verbreiteten uns bereits oben über die Ursachen, durch welche seit dem IX., in anderen Gegenden seit dem X. und XI. Jahrhundert der Niedergang des einst so blühenden Kirchen- und Klosterschulwesens herbeigeführt wurde. Dafs es lobenswürdige Ausnahmen gab, davon überzeugte uns bereits die Personalübersicht des § 12. Und in der That glauben wir, dafs eine gründliche Durchsicht der Archive und Bibliotheken noch den Nachweis erbringen werde, es habe in vielen einzelnen Klöstern und Bildungs-

[1] Vgl. u. a. Chr. v. Wolf, Der Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften dritter Theil, Halle 1717. S. 555 ff.

anstalten die Kontinuität zwischen dem Wissen einer alten und neuen Zeit keine dauernde Unterbrechung erfahren. Was wir selbst in diesem Abschnitt beibringen, das sind nur einzelne Bausteine, allein dieselben sind gewifs der Vermehrung sehr fähig.

In München befindet sich eine Handschrift, welche von dem Katalog in das IX. oder X. Jahrhundert versetzt wird und eine allerdings rein empirische, auf Beweisgründe verzichtende, dafür aber ganz umfassende Einleitung in die Geometrie in sich schliefst[1]. Wir möchten glauben, dafs der Traktat in eine spätere Zeit gehöre. Denn obwohl von Autoritäten darin nur Macrobius »de mensura et magnitudine terrae« genannt wird, so zeigt der unbekannte Verfasser doch durch seine Aufzählung der Polygone bis zum Elfeck, dafs er das Kapitel »de multiangulis figuris« in der Geometrie des Boethius[2] gekannt haben mufs. Allein, und das verdient bemerkt zu werden, bei den Vielecken hat es sein Bewenden nicht, sondern es werden auch zwei Kurven — und zwar in recht scharfer Ausführung mit rother Farbe — abgebildet, welche weder bei Boethius noch bei Gerbert zu finden sind, nämlich die Spirale und eine etwa mit der Sinusoide vergleichbare Wellenlinie. Mag somit auch diese »geometrische Formenlehre« — damit würde der Inhalt wohl am richtigsten gekennzeichnet werden — einer späteren Zeit angehören, was wir für ganz gewifs halten, so ist doch soviel durch sie erhärtet, dafs es in Klöstern Leute gab, die aus eigenem Antrieb über das überlieferte Mafs mathematischen Wissens hinauszugehen sich bestrebten.

Im Verlaufe des XV. Säkulums müssen sich an dem altberühmten Regensburger Kloster von St. Emmeram (s. o. § 12) ganz eigenartige Verhältnisse herausgebildet haben. Nicht, als ob wir bestimmte Nachrichten über den die Konventualen durchdringenden mathematischen Geist besäfsen, nein, wir sind einzig auf die eine sehr deutliche Sprache redenden Kodizes angewiesen, welche von dort aus in den Besitz der k. Hof- und Staatsbibliothek zu München übergegangen sind. Einer dieser Kodizes beschäftigt sich eingehend mit Aufgaben, welche auf algebraische Gleichungen führen, und alsdann reiht sich an ein ausführliches Lehrbuch der Geometrie (s. o. S. 25. Note 3.) »Incipit liber theoreumacie«[3]. Der Inhalt dieses Lehr-

[1] Cod. lat. Mon. 13084 fol. 48 ff. »Incipiunt capitula geometricae artis.«

[2] Boethius, Inst. arithm., mus., S. 419 ff.

[3] Der ersterwähnte Bestandteil steht in Cod. lat. Mon. 14684 fol. 31 ff.; der zweite fol. 52 ff. Zur Charakteristik der ersten Serie diene die an Heron und

buchs, denn anders kann man die didaktisch zugeschnittene Schrift nicht nennen, ist etwa folgender. Zuerst kurz der Algorismus, dann folgt die Teilung einer Strecke nach vorgeschriebenem Verhältnis, gleichseitiges Dreieck, Peripheriewinkel im Halbkreis, Bestimmung eines verloren gegangenen Kreismittelpunktes, Berechnung des Rechtecks- und Kreisinhalts (»circuli aream conducere«), Kubatur der Kugel, Fafsberechnung, einfache stereometrische Formen. Dieser geometrischen Abteilung schliefst sich an die Musik (fast ganz auf das Monochord beschränkt) und die Astronomie. Hier werden zunächst die Sonnenuhren beschrieben, die Ortsbestimmung der Sterne wird gelehrt (»stellae altitudines per triangulum orthogonium invenire«), die wichtigsten Aufgaben der sphärischen Astronomie und Astrologie werden mit Hilfe des Planisphärs aufgelöst. Zum Schlusse (»hic incipit quedam demonstratio bona geometrica«) begegnen wir einer Bestimmung derjenigen Örter, in welchen ein Planet stationär wird (s. u. bei Peurbach). Man wird nicht in Abrede stellen, dafs ein solches Kompendium, und sei es selbst nur zum Privatgebrauch seines Verfassers niedergeschrieben worden, die Klostergelehrsamkeit des ausgehenden Mittelalters in nicht ungünstiger Weise kennzeichnet. Als einen Anhang hiervon könnte man cod. lat. 14783 ansehen. In dieser »Geometria arithmeticalis« werden rationale Dreiecke bestimmt, und es wird auch die Oberfläche des abgestumpften Kegels, ganz im Sinne Gerberts, berechnet. Den Beschlufs macht die Aufgabe, um ein beliebiges Dreieck einen Kreis zu beschreiben.

Wichtiger noch erscheint es übrigens, dafs wir in der zweiten Hälfte des XV. Jahrhunderts sogar von der Algebra im deutschen Kloster sprechen dürfen. Im Auftrage der preufsischen Akademie durchsuchte Gerhardt die Bibliotheken Süddeutschlands; aus seinem Bericht über diese Studienreise[1] ersieht man, dafs er in Wien nur Ein älteres algebraisches Manuskript fand, welches seinem Ursprung nach auf die dortigen Universitätskreise hinweist und deshalb auch

an Bhascara Acharya gemahnende Aufgabe: »Si aliquis dicat, sit hasta fixa in aliquo stagno . . .« Der Stab hat vom Grunde aus die Länge x, über die Oberfläche reicht ein Stück von der Länge b empor, und wenn der Wind den Stab, ohne seine Gradlinigkeit zu ändern, bis auf diese Oberfläche herabbeugt, so ist der Endpunkt von jenem Punkt, in welchem er sonst hervorragte, um a entfernt. Dann ist dem pythagoreischen Lehrsatze zufolge

$$x^2 = a^2 + (x-b)^2, \quad x = \frac{a^2+b^2}{2\,b}.$$

[1] Gerhardt, Zur Geschichte der Algebra in Deutschland, 2. Teil, Monatsber. d. k. pr. Akad. d. Wissensch., 1870. S. 141 ff. Das algebraische Fragment des Sammelbands datiert von 1461.

erst im vierten Kapitel der Erörterung unterzogen werden soll, dafs aber cod. lat. 14908 der Münchener Bibliothek, dereinst ebenso wie der vorhin besprochene Eigentum des Klosters St. Emmeram, ihm eine reiche Ausbeute gewährte. Das deutsch abgefafste Schriftstück[1] ist, wenn wir die dort selbstverständlich noch fehlende moderne algebraische Formelsprache anwenden, der Diskussion der folgenden sechs Fälle gewidmet:

$$ax^2 = bx, \qquad ax^2 + bx = c,$$
$$ax^2 = b, \qquad ax^2 + b = cx,$$
$$a = b\sqrt{x}, \qquad a + bx = cx^2.$$

Dafs die Bearbeitung noch ängstlich an dem Wortausdruck des Alchwarizmî festhält, kann bei einem solchen ersten Versuche nicht wunder nehmen.

Die unerschöpfliche Fundgrube geschichtlich-mathematischer Forschung, die Münchener Bibliothek, birgt in sich auch noch einen andern Sammelband, der beweist, wie sich auch in später Zeit noch die Mönche bemühten, alles erreichbare mathematische Wissen ihrer Epoche für ihre Büchersammlung und wohl auch für die Belehrung der ihnen noch immer hin und wieder anvertrauten Zöglinge zu erwerben. Den Stoff zu diesem umfangreichen Sammelwerke trug in den Jahren 1445 bis 1450 mit Bienenfleifs Theodorich Ruffi zusammen, der sich »ordinis minoris lector in Gronenberch« nennt. Das Wort »Lektor« dürfte sich wohl mit dem früher gebrauchten »Scholaster« vergleichen lassen. Wir beschränken uns hier auf eine Inhaltsangabe[2], behalten uns aber für eine spätere Gelegenheit ein sachliches Eingehen auf die teilweise recht beachtenswerten Bestandteile vor.

[1] Die Eingangssätze lauten dort: »Machmet in dem puech algebra unn almalcobula hat gepruchet diese wort census, radix, numerus. Radix ist die wurtz der zal oder des zins. Numerus ist ain zal für sich selb gemercket, nit alz sie ain zins oder ain wurtz ist. Aus den dingen mercket er 6 ding: das erst wann der census sich gelichet den wurtzen, das ander so der census sich gelichet der zal, das drit so sich dye zal gelichet den wurtzen, das viert so sich der census und die wurtzen gelichent der zal, als ob man spreche, ain census und 10 wurtz gelichent sich 32. Daz fünft ist so sich der census und die zal gelichent den wurtzen, das sechst so sich die wurtzen und die zal gelichent dem census.« Beim vierten Fall irrte der Schreiber, insofern sein Exempel eine gewifs unerwünschte Irrationalität ergeben würde; er wollte offenbar 39 statt 32 schreiben und damit das klassische Musterbeispiel Mohammed ben Musas, $x^2+10\,x=39$ wiedergeben, welches die allein berücksichtigte positive Wurzel $x=3$ liefert.

[2] Nachstehend geben wir das Inhaltsverzeichnis ganz so, wie es Theodoricus Ruffi eigenhändig zusammengestellt hat: »1. Compilatio leupoldi de astro-

23

Das städtische Schulwesen und die Stellung der Mathematik in demselben.

Da es unsere Absicht ist, in diesem Kapitel dem gesamten niederen und mittleren Schulwesen des Mittelalters gerecht zu werden, soweit es auf der einen Seite sich der von uns zu behandelnden Lehrfächer bemächtigt hat, und soweit es auf der andern einen so zu sagen öffentlichen Charakter trägt, — alle auf private Unterweisung bezüglichen Fragen fallen ja plangemäfs dem fünften Kapitel zu — so haben wir nun, nachdem die von der Kirche beaufsichtigten oder doch durch ihre Initiative ins Leben gerufenen Schulanstalten ihre Besprechung gefunden haben, zu denjenigen überzugehen, welche als eine staatliche oder städtische Einrichtung gelten. Allein von jener ersten Kategorie, die heutzutage fast alle übrigen beseitigt und absorbiert hat, kann das ganze Mittelalter hindurch höchstens insofern die Rede sein, als mit den Hochschulen von den für deren Wohl besorgten Landesfürsten gelehrte Vorbereitungsschulen, etwa den jetzigen Gymnasien entsprechend, verbunden wurden. Hiervon wird demnach das nächste Kapitel zu berichten haben. Im übrigen galt es als selbstverständlich, dafs das Schulwesen, soweit es nicht in unmittelbarster Beziehung zur Universität stand, ein ausschliefslich kommunales Gepräge besafs, dafs Städte, Marktflecken

rum scientia. 2. Astrologia Almansoris et ejus propositiones. 3. Registrum super propositiones almansoris. 4. Tractatus de judiciis particularibus pertinens ad medicos. 5. Tractatus de judiciis urine. 6. Liber ypocratis de egritudinibus. 7. Tractatus de prognosticatione aeris et de pluviis. 8. (Unleserlich). 9. De presagiis tempestatum. 10. Alkindus de impressionibus aeris. 11. Tractatus de ymbribus. 12. De permutatione temporum et pluviarum Yaphar. 13. Aomar de qualitate aeris. 14. Liber florum Albumasar. 15. Dorotheus de gravitate vel levitate pretii venalium. 16. Judicia caristie. 15. Haly habenragel de electionibus. 18. Algorismus vulgaris. 19. Commentarius petri de dacia super algorismum. 20. Algorismus minuciarum Johannis de lineriis. 21. De distantiis civitatum et regnorum et de Cosmographia. 22. Canon pro horologiis in plano vel in pariete. 23. Canones de compositione equatorii planetarum. 24. Canones pro practica equatorii. 25. Instrumentum campani de equationibus planetarum. 26. Compositio quadrantis et de ejus utilitatibus. 27. Compositio quadrantis. Compositio spere. 28. De compositione chilindri et ejus utilitatibus. 29. Arismetrica de arte mensurandi. 30. Compositio scale alchimetrica. 31. De baculo geometrico. 32. De arte visoria.« Wie man sieht, läfst die Vereinigung aller möglichen Schriften aus dem Gebiete der Astronomie, Astrologie, Medizin, Meteorologie, Rechenkunst und praktischer Geometrie an Reichhaltigkeit nichts zu wünschen übrig.

und Dörfer, wenn sie von der geistlichen Leitung losgelöste Schulen haben wollten, nur durch die Obsorge ihrer lokalen Obrigkeiten zu diesem Ziele gelangen konnten. Der Unterschied zwischen kirchlichen und städtischen Lehranstalten bestand jedoch hauptsächlich darin, dafs in den letzteren das Unterrichtsziel ein niedriger gestecktes war[1], während Methode und Sachbehandlung kaum nennenswert verschieden waren. Wenn also die kirchlich geleiteten Schulen den ersten Angriffen der Stadtverwaltungen auf ihr Lehrmonopol gegenüber etwas zähe und unnachgiebig waren[2], so dürfen wir sie kaum ernstlich tadeln, denn sie hatten das Gefühl, mehr und besseres leisten zu können.

Dafs eigentliche Mathematik im Verlaufe des ganzen Mittelalters an den Stadtschulen nicht gelehrt ward, kann als feste Regel gelten[3], welcher einzelne Ausnahmen nur zur Bestätigung dienen. Trier und Liegnitz werden uns als solche Ausnahmen namhaft gemacht[4]. Als Grund für die ungenügende Behandlung von Wissenschaften, deren Bedeutsamkeit für das praktische Leben doch auch damals schon genügsam erkannt und anerkannt war, mag wohl in erster Linie der Mangel an geeigneten Lehrkräften bezeichnet werden, und es ist wohl wahrscheinlich, dafs, wenn einmal einem Gemeinwesen ausnahmsweise die Gewinnung eines Meisters der freien Künste für den

[1] Paulsen, a. a. O., S. 13 ff.

[2] Nach Heppe (Das Schulwesen des Mittelalters und dessen Reform im XVI. Jahrhundert, Marburg 1860. S. 37 ff.) erhob sich um 1450 in den Hansestädten, zumal in Lübeck, ein heftiger Streit zwischen dem Klerus, welcher nur seine Lateinschulen, und der Bürgerschaft, welche auch deutsche Lese- und Schreibschulen eingerichtet haben wollte. Einige Jahrzehnte vorher hatten sich zu Braunschweig Rat und Geistlichkeit in einem Kompromifs über die Anlage beider Schulgattungen sowie über die von jeder zu beachtenden Unterrichtsgrenzen geeinigt. Aus ähnlicher Veranlassung standen sich von 1338 an die Stadt Stendal und der dieselbe parochisierende Bischof von Halberstadt mehrere Jahre lang feindlich gegenüber, bis 1342 ein beide Teile befriedigender Vergleich erfolgte (Wiese, Das höhere Schulwesen in Preufsen, 1. Band, Berlin 1864. S. 233).

[3] Heppe, a. a. O., S. 35.

[4] Wir stützen unsere Angaben auf gewisse Notizen des Wieseschen Werkes (a. a. O., S. 400. S. 180). »In Trier bestanden seit Karls des Grofsen Zeit Unterrichtsanstalten, in denen das Trivium und Quadrivium, selbst Arzneiwissenschaft, gelehrt wurde;« freilich ist der weltliche Charakter dieser Anstalten nicht ganz sicher gestellt; vielmehr könnte hier (vgl. S. 59 Note 4.) recht wohl auch an eine Kathedralschule gedacht werden, und nur die Zuteilung des ungeistlichen Lehrgegenstands der Medizin spricht gegen jene Annahme. Wohl aber kann ersteres von der Liegnitzer Schule, die sich selbstbewufst Ratsschule (»schola senatoria«) nannte, behauptet werden; dieselbe erhielt im Jahre 1309 das Privilegium der Gelehrtenschule von dem Breslauer Bischof Heinrich v. Hür-

undankbaren Schulmeisterberuf gelang[1], das Quadrivium vorübergehend einen Platz in der Reihe der Lehrgegenstände erhielt. Männer von Bedeutung und von erprobtem mathematischem Wissen als städtische Lehrer, wenn auch nur auf Zeit, zu berufen, war zwar in Italien Sitte[2], in Deutschland dagegen fehlt es gänzlich an einschlägigen Nachrichten[3], weshalb wir auch die Behauptung v. Steins[4], es habe zahlreiche Wanderlehrer gegeben, die wahrscheinlich in den Hörsälen der grofsen Kathedralschulen ihre pädagogischen Gastrollen gegeben hätten, nur mit Zweifel aufnehmen können. Wandernde Lehrer gab es, wie wir gleich nachher erfahren werden, allein sie ge-

ben. Nach der Stiftungsurkunde sollten die »libri artium grammaticales, logicales, naturales et alii quicumque, ad quos audientium facultas se extendit,« erklärt werden.

[1] Als etwas aufsergewöhnliches meldet eine Urkunde des altmärkischen Städtchens Seehausen von 1482, dafs der »rector scole« Rorbeke zugleich »baccalaurius arcium« sei (Wiese, a. a. O., S. 235). S. auch die Vorrede.

[2] Manche wichtige Bemerkungen dieser Art sind verstreut in dem voluminösen Werke Denifles über das mittelalterliche Universitätswesen zu finden, auf welches wir bereits weiter oben zu sprechen kamen. Als z. B. (S. 428 ff.) die Hochschule zu Arezzo sich auflöste, blieben doch laut Statutenbuch ehemalige Lehrer derselben als »praeceptores ludi literarii et arithmetice« zurück. Die Stadt Siena machte um 1338 Anstrengungen, um ihr etwas in Verfall geratenes Studium wieder neu zu beleben, und nahm zu diesem Zwecke den Magister Tommaso Corbacci von Florenz als »magister theoricus et practicus in arte geometrie et arismetrice« in ihre Dienste, zunächst freilich nur auf Ein Jahr. Diese zeitliche Begrenzung des Dienstvertrags scheint die Regel gewesen zu sein, denn ein gleiches ist verzeichnet von dem für uns wichtigsten Ereignis dieser Art — wichtig besonders deshalb, weil der von Italienern Berufene ein Deutscher war. v. Reumont (Ein deutscher Astronom in Ancona 1499, Anzeiger für Kunde deutscher Vorzeit, 1880. Sp. 103 ff.) berichtet gemäfs dem unlängst von Rossi publizierten Mietskontrakt des genannten Jahres, dafs vier angesehene Bürger mit dem deutschen Astronomen Johannes (»Magister teutonicus Johannes astronomus«) dahin abschlossen, er solle Wohnung mit Bett und 30 Dukaten Honorar, bei wachsender Schülerzahl auch mehr, bekommen und dafür öffentliche Vorlesungen über Sternkunde und Astrologie halten (»legere operam teoricam planetarum Alchabitium et tabulas Alfonsi«). Dieser Johannes hatte 1488 in Augsburg, 1494 in Venedig ein »Astrolabium planum« drucken lassen, wahrscheinlich dasselbe, welches 1525 bei Silvanus Ottmar in erstgenannter Stadt neu aufgelegt wurde, und zwar in deutscher Sprache: »Erklärung und grundtliche unterweysung alles nutzes, so in dem edlen Instrument, Astrolabium genannt, begriffen und erfunden wirt.«

[3] Die Stadt Frankfurt a. M. stellte zwar Anno 1432 den Meister Johann Reyer von Amorbach als »des Rathes arzet und astronomus« an, allein in dieser seiner letztern Eigenschaft hatte derselbe anscheinend blos Prognostica und Kalendermacherei zu besorgen, nicht aber zugleich auch als Lehrer zu wirken (Kriegk, Deutsches Bürgerthum im Mittelalter, Frankfurt 1868. S. 11).

[4] L. v. Stein, a. a. O., S. 111 ff.

hörten nicht der Gelehrtenkaste an, sondern waren kleine Leute, die lediglich als Handlanger der Wissenschaft angesehen wurden. — Nur ein einziges Vorkommnis in Deutschland scheint sich den italienischen Fällen anreihen zu lassen, allein es scheint eben auch nur so: wir meinen die vielfach zu lesende angebliche Thatsache, dafs Regiomontanus vom Nürnberger Rate zur Abhaltung von öffentlichen Lehrvorträgen über Mathematik und Astronomie bestimmt worden sei. Es ist so gut wie sicher, dafs man es hier nur mit einem Mifsverständnis des Petrus Ramus zu thun hat[1], der sogar soweit geht, auch nach jener Zeit öffentliche und besoldete Lehrer der Mathematik in Nürnberg thätig sein zu lassen. Dafs dieselben niemals existiert haben, wird durch das Schweigen der Ratsakten ebenso wie durch das Schweigen sämtlicher Zeitgenossen zur Gewifsheit erhoben. Die berühmte Reichsstadt hatte vor der Eröffnung ihres Gymnasiums nur einmal für Erwachsene einen Professor zu ausschliefslich didaktischen Zwecken in ihrem Dienste, und dieser war nur Poesie und Rhetorik zu lehren verpflichtet[2].

Das städtische Schulwesen war noch während des XV. Jahrhunderts nicht imstande, seinen Zöglingen selbst nur den gewöhnlichsten Unterricht im Ziffernrechnen angedeihen zu lassen. Selbst

[1] Die allerdings sehr bestimmte Aussage des Ramus (Scholarum mathematicarum libri XXI, a Lazaro Schonero recogniti et emendati, Frankfurt 1599. S. 62) hat diesen Wortlaut: »Senatus populusque Noribergensis operam dedit, ut perpetuos Regiomontanos haberet. Itaque Vernerus primum: deinde Schoneri pater et filius Regiomontani animam deinceps excitarunt. Sed illud de civitate singulare est, atque apud omnes civitates praedicandum: Stipendium dare de publico mathematum professori non ei solum, qui doctis et eruditis praelegat, sed ei quoque, qui vernacula lingua latine graeceque ignaros opifices eruditat: hinc enim nobilis sine literis artifices: imo mathematicae disciplinae etiam apud posteros doctores. Durerus enim pictor hanc Noribergensibus laudem tribuet. Quin si qui mechanicorum operum artifices non ignavia aut culpa, sed adversa valetudine aut fortuna in egestatem inciderint, opem ferre miseris atque afflictos sublevare Noribergensium quotidiana claritas est.« Der so schrieb, war ein enthusiastischer Franzose, dessen Anhänglichkeit an die Perle der deutschen Städte ihn aber im Verein mit mangelhafter Kenntnis unserer Sprache manchen Mifsgriff begehen liefs. Soweit wir uns überzeugten, schöpfen alle nachmaligen Historiker, die von der Nürnberger mathematischen Handwerkerschule zu erzählen wissen, durchaus aus der nicht ganz lautern Quelle, welche Ramus eröffnet hatte.

[2] Auf Andringen des Patriziers Pirkheymer, des geistig bedeutenden Vaters eines noch weit hervorragenderen Sohnes, erteilte der Senat 1480 dem Heinrich Grieninger den erwähnten Lehrauftrag mit einer Besoldung von 100 Goldgulden (Günthner, a. a. O., 3. Band. S. 72).

Städte, wie Nürnberg[1] und Augsburg[2], machten davon keine Ausnahme, und es ist kulturgeschichtlich belehrend, zu sehen, wie man in solchen Bildungszentren die Rechenkunst als einen besonderen Unterrichtsgegenstand erklärte, für den nicht die Gemeinde, sondern das Privatinteresse Sorge zu tragen habe[3]. Das fünfte Kapitel wird uns nach dieser Richtung hin weitere Anhaltspunkte an die Hand geben. Wenn es aber so am grünen Holze aussah, so war es mit dem dürren sicherlich nicht besser bestellt. Wir wollen nicht Einzelfälle häufen, sondern uns mit der Besprechung einzelner charakteristischer Beispiele begnügen. In Mecklenburg erscheint bis tief ins XVI. Jahrhundert hinein Mathematik nicht unter den Lehrgegenständen, was um so mehr zu verwundern ist, da doch der für den Wert dieses Wissenszweiges wohl empfängliche Chytraeus daselbst grofsen Einfluſs ausübte[4]. Kein deutsches Land war, wie K. Pfaff erwähnt[5], reicher an Stadtschulen, meist profanen Charakters, als Schwaben; selbst die kleineren Orte, wie Öhringen, Balingen, Biberach rühmen sich ihres Rektors, aber der Arithmetik ist nirgends ein Platz eingeräumt. Ein wenig günstiger sind die Dinge in Oberschwaben gelagert. Memmingen hatte eine geachtete lateinische Schule, doch ward nicht von dem Schulmeister oder dessen Lokaten (Adjunkten) das Rechnen gelehrt, sondern man wartete, bis ein

[1] Hinsichtlich Nürnbergs ist zunächst zu verweisen auf Heerwagens Nürnberger Gymnasialprogramm von 1863: Zur Geschichte der Nürnberger Gelehrtenschulen; drei Aktenstücke aus den Jahren 1485, 1575 und 1622. Nirgends wird in diesen Lehrordnungen Rechnen oder Mathematik auch nur mit Namen genannt, und erst in der dritten wird eines fakultativen Zeichenunterrichts gedacht. Gleiches erwähnt von den beiden Schulen zu St. Sebald und zum hl. Geist ausdrücklich Schultheifs (Geschichte der Schulen in Nürnberg, 1. Heft, Nürnberg 1853. S. 35 ff.). Von der Schule bei St. Lorenz wird später noch gesprochen.

[2] In der äufserst fleifsigen Schrift Greiffs, »Beiträge zur Geschichte der deutschen Schulen Augsburgs« (Augsburg 1858), findet sich keine Notiz, dafs vor 1500 irgendwo in der Stadt Rechenunterricht erteilt worden sei. Es dauerte auch verhältnismäfsig lange, bis die Obrigkeit diese Kunst sozusagen offiziell anerkannte; erst 1628 ward die Arithmetik in die Lehramtsprüfung aufgenommen, während vorher die Adspiranten sich begnügen mufsten, ihre Kenntnisse durch Duelle mit Maueranschlägen dem Publikum bekannt zu machen (a. a. O., S. 122).

[3] Vgl. hiezu namentlich Lochners »Geschichtliche Studien« (Nürnberg 1836. S. 70) und die weiteren Ausführungen in Kap. V.

[4] Rische, Der Unterricht an den höheren Schulen Mecklenburgs im XV. und XVI. Jahrhundert, Ludwigslust 1884. Zuerst erscheint in jenem Lande »doctrina sphaerica« im Güstrower Schulplan von 1602; Kenntnis der Arithmetik und Musik ist Bedingnis für die Entlassung aus der Partikularschule.

[5] K. Pfaff, Versuch einer Geschichte des gelehrten Unterrichtswesens in Württemberg in ältern Zeiten, Ulm 1842. S. 5 ff.

»fahrender« Schulmeister zufällig in den Ort kam, um arithmetische Lektionen zu erteilen[1]. Ähnlich in Nördlingen[2]; solche »Wanderlehrer« mufs es also in Oberdeutschland mehrfach gegeben haben, doch mögen sie oft nicht viel über dem Niveau der »fahrenden Schüler« gestanden haben. Auch Überlingen am Bodensee hielt sich einen Schulmeister, der im Rechnen erfahren war; in der um 1500 ausgefertigten Bestallung[3] wird dem Lehrer ein Fixum zugesichert, das sich aber vermehren lassen werde: »Wölcher aber die seinen auf der linien und mit der ziffer zu rechnen, dergleichen cantzleyisch schriften lernen lassen wolt, dieselben söllen sich mit mir umb die belonung vergleichen, und ich die iren auch hier immer zimblich halten.« Den Preis jedoch unter allen städtischen Schulen müssen wir derjenigen des kleinen oberpfälzischen Städtchens Nabburg zuerkennen, denn in ihr, die schon um 1273 von einem eigenen Scholastikus Otto geleitet ward, mufsten nach der revidierten Schulordnung von 1480 vorschriftsmäfsig an Feiertagen und bei sonstigen günstigen Gelegenheiten Übungen im Rechnen vorgenommen werden[4].

Wir sind damit an die Wende des Jahrhunderts gelangt, und da wir das erste Vierteil des neuen aus inneren Gründen (s. d. Einleitung) auch noch als unserer Aufgabe zufallend betrachten, so haben wir den Vorteil, zu dem vielen Schatten auch noch einiges Licht

[1] Vgl. hiezu Schelhorn, Beiträge zur Erläuterung besonders der schwäbischen Gelehrten- und Kirchengeschichte, Memmingen 1772 und Daisenberger, Volksschulen der zweiten Hälfte des Mittelalters in der Diöcese Augsburg 1885, zwei sehr verdienstliche Schriften. In Memmingen scheint die Ausschliefsung der Arithmetik sich noch das ganze XVI. Jahrhundert hindurch erhalten zu haben. Das erhellt aus L. Brunners Aufsatz »Aus dem Bildungsgange eines Augsburger Kaufmannssohnes vom Schlusse des XVI. Jahrhunderts« (Zeitschr. d. histor. Vereins f. Schwaben und Neuburg, 1. Jahrgang. S. 137 ff. besonders S. 149 ff.). Der junge Geschlechter A. C. Hoermann war in Kost und Unterricht bei Magister David Lang, allein des Rechnens wegen mufste er sich immer zu einem andern Lehrer begeben. »Des Rechnens halber«, schreibt er an seine Familie, »hat mein Herr Schulmeister gesagt, er wöll mich auf nächste Cotember auch einstellen.« Es kam also verhältnismäfsig spät an die Reihe.

[2] Um 1440 stellt der städtische Schulrektor Geyer nachfolgende Forderung an den Magistrat (Beyschlag, Versuch einer Schulgeschichte der Reichsstadt Nördlingen, Nördlingen 1793): »Auch soll nyemant kain Tüsche Schul hie haben, damit mir die knaben ufs der Schul entzogen werden mögen. Es wäre den ob ein lantfarer käme, der ein Monat ungeverlich die kind schreiben lernen wölt, da sollte ich nit ynreden«.

[3] Diese Bestallung druckt ab: Mone, Über das Schulwesen vom XIII. bis XVIII. Jahrhundert, Zeitschr. f. d. Gesch. d. Oberrheins, 2. Band. S. 159.

[4] Daisenberger a. a. O., S. 69; Würdinger, Geschichte der Volksbildung in der »Bavaria« (2. Band, 1. Abteilung, München 1862. S. 377).

hinzufügen zu können. Mit dem Jahre 1500 erwacht allerorts in Deutschland ein neues frisches Leben, dessen Einwirkung auch das so lange vernachlässigte Gebiet des öffentlichen mathematischen Unterrichts sich nicht entziehen kann. Der Lektionsplan der Brandenburgischen Fürstenschule von 1507 ist bereits mit Arithmetik und Sphärik ausgestattet[1], wenn auch freilich nur für die oberste, schon halb akademische Klasse. Als in den zwanziger und dreifsiger Jahren des Jahrhunderts der durch Th. Platers Autobiographie bekannte Myconius, ein geschätzter Philologe, die Schule am Frauenmünster zu Zürich leitete, verband er allem Anscheine nach mit den alten Sprachen auch die Anfangsgründe der Mathematik[2]. Schon 1506 lehrt in Augsburg Hans Mader Grammatik und die freien Künste des Quadriviums[3], in dem benachbarten Ulm macht sich ein entschiedener Aufschwung bemerklich[4], und vor allem läfst sich auch für das doch sonst immer die Spitze führende Nürnberg eine Wendung zum bessern konstatieren. Seit dem Mai des Jahres 1510 war nämlich an der dortigen Lateinschule zu St. Lorenz der Humanist Johannes Dobeneck als Rektor thätig, ein äufserst vielseitig gebildeter Mann, der übrigens unter seinem — nach ganz sonderbaren Grundsätzen gebildeten — Gelehrtennamen Cochlaeus bekannter ist[5]. Da Cochlaeus als musikalischer und geographischer Schriftsteller sich einen Namen erwarb, so ist an sich zu erwarten, dafs er diese damals noch recht eigentlich mathematischen Disziplinen auch im Unterricht nach Gebühr berücksichtigte; in der That wird

[1] Paulsen a. a. O., S. 217.

[2] R. Wolf, Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz, 1. Cyklus, Zürich. 1858 S. 14.

[3] Daisenberger, a. a. O., S. 10 ff.

[4] Einige Einzelheiten teilt mit: Ofterdinger, Beiträge zur Geschichte der Mathematik in Ulm bis zur Mitte des XVI. Jahrhunderts, Ulm 1867. Die erste in dieser berühmten Reichsstadt gegründete Rechenschule trug halb einen öffentlichen, halb einen privaten Charakter, da sie durch den in Wittenberg auch mit höheren Dingen vertraut gewordenen Rechenmeister Marchtaler und zugleich mit der besondern Unterstützung des Bürgermeisters Besserer gegründet wurde. In Wittenberg soll der Spruch gegolten haben: »Ulmenses sunt mathematici.«

[5] Der in die Reformationswirren jener Zeit vielfach verwickelte Mann stammte aus dem Flecken Wendelstein bei Nürnberg und latinisierte aus diesem Grunde, weil die Wendeltreppe oder Schraubenlinie »Cochlea« heifst, seinen Familiennamen in der angegebenen Weise. Sein Leben und Wirken ist geschildert in Ottos Monographie »Johann Cochlaeus der Humanist«, (Breslau 1874) aus welcher das Material zu den folgenden Noten grofsenteils geschöpft ist.

dies auch durch bestimmte Angaben von ihm selbst und von seinen Zeitgenossen bestätigt[1]. Natürlich konnten auch die andern Wissenszweige, wie Arithmetik und Geometrie, bei einem solchen Lehrer nicht zu kurz kommen, wiewohl die allseitig geglaubte und — wenn wahr—für die Geschichte der mathematischen Pädagogik unschätzbare Angabe, dafs Cochlaeus für seine Schüler eigens ein geometrisches Lehrbuch verfafst habe, immer mehr als auf einem Irrtum beruhend sich herauszustellen scheint[2].

[1] Cochlaeus ging (a. a. O., S. 24 ff.) von dem didaktischen Prinzip aus, dafs der Übergang von den Klassikern zu der eigentlichen Philosophie durch eine angenehme und lehrhafte Realiektüre vermittelt werden solle; die Geographie des Pomponius Mela und die Meteorologie des Aristoteles däuchten ihm für diesen Zweck am geeignetsten. Da er nicht die für ein Klassenstudium notwendige Anzahl von Exemplaren auftreiben konnte, so gab er den genannten Geographen selber heraus und lieferte dazu sowohl erläuternde Noten als auch ein besonderes Kompendium der mathematischen Geographie (a. a. O., S. 39 ff.), wie er denn auch diesen Teil der Disziplin in seiner Schule selbständig vorzutragen liebte. Cochlaeus steht unter den zeitgenössischen Pädagogen wohl einzig da in seiner Wertschätzung der Erdkunde, die er auch mit Karten von eigener Zeichnung erläuterte. Unterm 1. August 1513 schrieb er hierüber: »Siquidem ex cosmographia praeter regionum sito didicerunt nonnulli mundi mappas circulis efformare justaque proportione depingere . . .« Ebenso lieferte er auch eine Ausgabe des zweiten der namhaft gemachten Werke, und als er seine nach Themistius gearbeitete Paraphrase der drei ersten Bücher fertig hatte, legte er sie seinem Gönner Willibald Pirkheymer vor, damit diese Autorität entscheide, ob ein solches Werk nicht für die Schule passender sei als manches andere. Otto meint (a. a. O., S. 43): »Wenn die Schüler den ihnen gebotenen Stoff durcharbeiteten und in sich aufnahmen, so besafsen sie darin einen reichen Schatz von Kenntnissen aus der Naturkunde, Physik und Geographie, und ebenso war ihnen neben der Kenntnis einer Menge von Autoren zum Teil wenigstens das Verständnis der Mythologie aufgeschlossen.« — Gewifs mufste die Nürnberger Schuljugend es bedauern, dafs Cochlaeus schon 1516 sein Rektorat niederlegte, um Pirkheymers Neffen auf einer Reise nach den italienischen Universitäten zu begleiten.

[2] Mit dieser Behauptung verhält sichs ähnlich wie mit den oben (S. 134, Note 1) erledigten Vorträgen Regiomontans; dort reduzierte sich alles auf eine mifsverständliche Stelle des Ramus, und hier hat G. Vossius dieses Mifsverständnis auf dem Gewissen. Der gelehrte Vielschreiber sagt einmal (De universae matheseos natura et constitutione liber, Amstelodami 1650. S. 334): »Anno MDCC clari erat nominis Joannes Cochlaeus Noribergensis, qui elementa reliquit geometrica.« Auf ihn und auf den ebenso wenig zuverlässigen Gesner beruft sich Doppelmayr (Historische Nachricht von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern, Nürnberg 1730. S. 53); er hat das Buch also selbst nicht gesehen, und ebenso wenig beruhen auf Autopsie die Angaben der Historiker Siebenkees und Will. All das mufste Verdacht erregen, und dieser wuchs, als drei Bibliotheken, die doch zu allererst in Frage kamen, nämlich die Nürnberger Stadtbibliothek, die Bibliothek des germanischen Museums und die k. Hof- und Staatsbibliothek zu München, vergeblich in Anspruch genommen

Die württembergischen »Klosterschulen« wurden von Joh. Brenz zu einer Zeit gegründet, welche schon jenseits der dieser Arbeit gesteckten zeitlichen Grenze liegt, und so müssen sie auf eine eingehendere Schilderung verzichten; ein gleiches gilt für die markgräflich-ansbachsche Fürstenschule in Kloster Heilsbronn[1]. In eine neue Phase tritt, wie schon die Einleitung ausführte, das Mittelschulwesen durch die Begründung des Gymnasiums zu Nürnberg und der von ihm untrennbaren mathematischen Kathedra[2]. Hier konnte Melanchthon, durch die Munifizenz eines über seine Zeit sich erhebenden Stadtregiments getragen, das wirklich durchführen, was er unmittel-

wurden, ja als auch eine im »Lit. Zentralblatt« erlassene öffentliche Aufforderung, ein Exemplar als vorhanden nachzuweisen, ohne jeden Erfolg blieb. Wir müssen sonach mit Otto (S. 44) die Autorschaft eines geometrischen Lehrbuchs dem Cochlaeus entschiedenst absprechen.

[1] Mit dieser eigenartigen schwäbischen Schulgattung beschäftigt sich ein sehr eingehend gehaltener Artikel Bäumleins in der Schmidschen »Encyklopädie des gesammten Erziehungs- und Unterrichtswesens« (4. Band, S. 62 ff.). Auf Anordnung des württembergischen Reformators Brenz wurden aus den säkularisierten Klöstern teils »niedere« oder »Grammatisten-Schulen«, teils »mehrere« (höhere) Klosterschulen. Die erste Kategorie blieb mit Rechnen und Mathematik vollkommen verschont; eine Stunde war zwar für Musik angesetzt, doch verstand man unter dieser jetzt schon etwas ganz anderes als ein paar Jahrhunderte früher. Die obere Schule hatte für »lectio sphaerica« zwei Stunden, für »Compendium musicae seu arithmeticae« eine Stunde zu reservieren, und über sphärische Thesen stritt man wohl auch in den allsonntäglichen Disputationen. Da aber beim »Landexamen« (s. a. a. O., S. 120) aus diesen Fächern nicht geprüft ward, so standen sie wohl kaum in sehr hoher Achtung. Vgl. auch Pfaff, a. a. O., S. XXIV. S. XXVII. — Jene Heilsbronner Fürstenschule war teilweise eine Folge einer von Luther gegebenen Anregung. Da nämlich Zweifel entstanden waren, was aus den aufgehobenen Klöstern werden solle, so schlug Luther dem Markgrafen Georg vor, man solle mit ihnen entsprechend verfahren, wie in Württemberg. »Zum andern wäre das wohl fein, dafs E. F. G. einen gelegenen Ort oder zween im Fürstenthum anrichten zur hohen Schule, da man nicht allein die heilige Schrift, sondern die Rechte und allerlei Künste lehrte, aus welchen Schulen man gelehrte Leute nehmen könnte zu Predigern, Pfarrherrn, Räthen etc. für das ganze Fürstenthum. Und hiezu sollten der Klöster und Stifte Erbzinse verordnet sein, dafs man gut gelehrte Personen erhalten möchte mit redlichem Solde: 2 Theologen, 2 Juristen, 1 Medicum, 1 Mathematicum, und pro grammatica, dialectica, rhetorica etc. 4 oder 5 Personen.« Vgl. Schiller, Die Ansbacher gelehrten Schulen unter Markgraf Georg von Brandenburg, Ansbach 1875. S. 15. Übrigens wurden schon in der 1528 unter die Leitung des gelehrten Linguisten Opsopoeus gestellten Ansbacher Lateinschule die »Proportiones musicae« erklärt (a. a. O., S. 25), was ohne Voraussetzung gewisser arithmetischer Kenntnisse gar nicht möglich war.

[2] Zuerst suchte Melanchthon als Lehrer der Mathematik für die neue Nürnberger Schöpfung den Böhmen Siegmund Gelenius zu gewinnen, und erst, als dieser ausschlug, erging der Ruf an Johannes Schoener aus Karlstadt. Dafs derselbe nur fakultativ und für Auserwählte die Mathematik

bar zuvor bei der Begründung einer Schule in Mansfeld nur als frommen Wunsch ausgesprochen hatte[1]. Im nördlichen Deutschland dauerte es noch einige Jahre und Jahrzehnte länger, bis allenthalben an den städtischen Schulen ein geordneter Unterricht in den Elementen der Mathematik zu den notwendigen Requisiten des Schulwesens überhaupt gerechnet wurde[2].

Die Zwickauer Schulordnung von 1523 schreibt in der Lateinschule für die unterste oder sechste Klasse »die Zyphern und zal«, für die fünfte »gemeyne Rechnung«, für die dritte endlich »Arithmetik« vor. Astronomie und Geometrie scheinen an einer Art von »Orbis pictus«, wie ihn später Comenius einführte, gelehrt worden zu sein. Um 1494 war auch in Wesel ein von der Stadt geordneter Unterricht im Lesen, Schreiben, Kirchengesang und Rechnen organisiert, in den sich vier Lehrer teilten[3]. »Freie Künste« lehrte man schon 1381 an der Königsberger, die »Meteorologie« des Aristoteles um 1500 an der Ulmer Schule.

doziert habe, ist wenig wahrscheinlich. Vgl. K. v. Raumer, Geschichte der Pädagogik vom Wiederaufblühen klassischer Studien bis auf unsere Zeit, 1. Teil, Stuttgart 1846. S. 191.

[1] Paulsen, a. a. O., S. 183. In den Motiven zu dieser Mansfelder Schulordnung von 1525 spricht Melanchthon den Wunsch aus, es möchte aufser den »artes dicendi« auch noch Mathematik gelehrt werden. Fürs erste werde das freilich nicht thunlich sein.

[2] Was überhaupt vorhanden ist, findet man fast lückenlos bei: Vormbaum, Die evangelischen Schulordnungen des XVI. Jahrhunderts, Gütersloh 1860. Zeitlich zuerst kommt Bugenhagens Hamburger »Kirchenordnung« von 1529, welche mit der schleswig-holsteinschen von 1542 wörtlich übereinstimmt (a. a. O., S. 18 ff. S. 42): »Im vöfften Loco« — in der fünften Klasse — »schölen sien de Jungen, de in den vorigen Locis wohl geövet sind; de schall man öven tho der Dialectica und Rhetorica, und ock vorgeben edlicke Rudimenta Mathematica.« Für die Wittenberger »Jungfrauenschule« wird 1533 vorgeschrieben (a. a. O., S. 27): »Mit der Zeit soll man sie auch lernen das Ciffern und etwas von der Arithmetica.« Die Satzungen des Braunschweiger Martineums kennen erst von 1548 ab zwei arithmetische Wochenstunden für Sekundaner und Primaner (Dürre, Geschichte der Gelehrtenschulen in Braunschweig, 1. Abtheilung, Braunschweig 1861. S. 34). Bemerkenswert erscheint, dafs Geometrie als Pflichtgegenstand uns nach Paulsen (a. a. O., S. 205) zuerst 1605 in der Landesschule von Coburg entgegentritt; 1607 folgte Gotha nach (Heym, Zur Geschichte des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts an Gymnasien, Leipzig 1873. S. 3). Selbst der auf seine Methodik so stolze Trotzendorf (v. Raumer, a. a. O., S. 219) bestimmte zwar neben Musik und Arithmetik auch eine von einem »Sphaerista« abzuhaltende besondere Lehrstunde für die Interpretation des Sacro Bosco, übersah aber, dafs hiefür die von ihm ganz aufser Acht gelassene Geometrie die unerläfsliche Vorbedingung ist.

[3] Vgl. Joh. Müllers Quellenschriften und Geschichte des deutschsprachlichen Unterrichts (Gotha 1882. S. 208 ff. S. 534 ff.).

Gelehrte Schulmeister werden uns[1] für die lateinischen Stadtschulen von Freiburg i. B. (1457 ist es Kerber aus Wertheim und 1478 Knoll von Gröningen) sowie von Nördlingen (1472 wird daselbst Johannes Baier von Heidenheim, »mayster jn den süben fryen künsten«, angestellt) und von Überlingen (A. Silberer um 1480) namhaft gemacht.

An das Land als solches, an die grofse Menge seiner Bewohner, wird in der uns beschäftigenden Periode noch gar nicht gedacht, weder von Schul- noch von Staatsmännern. Hier wurde das Eis gebrochen durch die vortreffliche bayerische »Schuelordnungk de anno 1548«[2], welche das Rechnen zum obligatorischen Lehrgegenstand auch für die Dorfschulen erhob.

24

Schulen und Bildungsmittel der Juden.

Der jüdische Volksstamm gehört, wie nicht geleugnet werden wird, in sittengeschichtlicher Beziehung zu den für das gesamte Mittelalter bedeutsamsten Faktoren, allein teils durch die Barbarei einer finstern Zeit teils auch durch eigene Neigung zur Abgeschlossenheit war er fast ausnahmslos verhindert, an dem nationalen Leben derjenigen Anteil zu nehmen, unter welchen zu wohnen er durch die Umstände gezwungen war. Gleichwohl würde diese unsere Darstellung eine Lücke aufweisen, wollten wir nicht auch das geistige Leben dieses Bevölkerungsbestandteils mit in den Kreis unserer Betrachtung einbeziehen.

[1] Joh. Müller (Vor- und frühreformatorische Schulordnungen und Schulverträge in deutscher und niederländischer Sprache, 1. Abteilung, Zschopau 1885. S. 72. S. 86. S. 90).

[2] Wer sich für diese denkwürdige Schulreform interessiert, kann sich aus dem der »Bavaria« (1. Band, 1. Abtheilung, S. 532) einverleibten Aufsatze Prantls informieren. Mit Recht, und wohl mit einem Seitenblicke auf die arithmologischen Spekulationen des Mittelalters, ward festgesetzt, es solle von der Arithmetik in den öffentlichen Schulen »nur das leichtere und oberflächlichere« durchgenommen werden. Auch das Klosterschulwesen erhielt eine neue Belebung: nachdem auf Betrieb Herzog Albrechts V. der Abt Balthasar von Tegernsee je eine Schule für die Klosterbrüder und für die weltliche Jugend eingerichtet hatte, bekam in letzterer der Schulmeister einen Lehrauftrag für Lesen, Schreiben, Singen, Latein und Rechnen. Die vom Münchener Magistrat im Jahre 1564 erlassene neue »Schulmaisterordnung« sicherte jenen Lehrern eine Besoldungszulage zu, »welche die welsch Practica« — eine Summe von rechnerischen Kunstgriffen — »khönnen.«

Die hervorragenden Gelehrten des mittelalterlichen Judentums — Maimonides, Abraham bar Chija, Ibn Esra, Donolo u. s. w. — waren allerdings keine Deutschen, allein bei dem recht eigentlich internationalen Charakter dieses Volkes konnte es nicht ausbleiben, dafs Kenntnisse und wissenschaftliche Fortschritte sich rasch von einem Lande zum andern fortpflanzten. Doch fehlte es auch nicht an deutschen Rabbinern, die Sinn für mathematische Dinge hatten. So Meir Spira (aus Speier) mit seinem Sohne Isaak[1], so Eleasar von Worms[2] — überhaupt zeichneten sich die an der Rheinstrafse wohnenden Israeliten durch geistige Regsamkeit vor ihren Glaubensgenossen im übrigen Deutschland aus. Eine eigenartige Erscheinung ist ferner der aus Tachau in Böhmen gebürtige Rabbi Mose ben Chisdai, der abwechselnd in Regensburg und im Österreichischen sich aufhielt; eigentlich als strenger Orthodoxer ein Gegner aller Mystik und Rationalistik, verrät er doch in seiner Bekämpfung des Ibn Esra, dafs er sich in den exakten Wissenschaften gut umgesehen hat[3]. Man würde auch irren, wenn man annehmen wollte,

[1] Steinschneider, Artikel »Jüdische Literatur« in Ersch und Grubers Encyklopädie, 2. Sektion, 27. Theil. S. 439. Rabbi Meir schrieb dem gleichen Gewährsmann zufolge (Katalog der hebräischen Handschriften, S. 13) einen Kommentar zu den astronomischen Tabellen des Emmanuel ben Jakob. Dieser letztere Gelehrte (um 1365) war auch ein Kenner des Euklides, dessen Geometrie er in seiner Wertschätzung kurzweg als »Mischna« bezeichnete (Jüd. Literatur, S. 443).

[2] Ein Freund und Kenner arithmetischer und astrologischer Mystik war dieser Eleasar; er hatte die bezüglichen Arbeiten des trefflichen Ibn Esra — vgl. Steinschneider, Abraham ibn Esra; zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften im XII. Jahrhundert, Abhandl. z. Gesch. d. Math., 3. Heft. S. 58 ff. — ganz in sich aufgenommen und beeinflufste dann seinerseits wieder in gleichem Sinne den Spanier Abulafia (a. a. O., S. 82 ff.). »So ist denn des Toledaners Ibn Esra Zahlenweisheit, mit fremdartigen Elementen verbunden, über Frankreich und Deutschland nach einem Jahrhundert wieder nach Toledo zurükgekehrt.«

[3] Er zeigt z. B. eine gewisse Bekanntschaft mit der Lehre von der Erdbewegung, wenn er auch fälschlich den »König« Ptolemaeus als einen Vertreter der angegebenen Sätze behandelt. So sagt er u. a.: »Die Inder erfinden, wie die Welt steht, und Ptolemaeus meint, wegen der Schnelligkeit der Sphären stehe die Erde in der Mitte der Luft, wie z. B. wenn jemand ein Senfkorn in eine leere Eierschale oder in ein Glasgefäfs thut und dieses so stark dreht, dafs das Korn in der Mitte bleibt« (Steinschneider, Ibn Esra, S. 79 ff.). Nicht Ptolemaeus, sondern der Inder Aryabhatta, von dem ja auch der Tachauer Rabbiner eine dunkle Ahnung gehabt zu haben scheint, liefs die Erde durch einen um sie kreisenden Luftstrom in ihrer Stellung erhalten werden und ihr durch diesen zugleich eine Umdrehung um ihre Achse erteilen. Eigentümlich und als Seitenstück zu dieser Auffassung nennenswert ist auch Donolos Ver-

die Juden hätten sich ablehnend gegen das ihnen von Andersgläubigen dargebotene Wissen verhalten; dafs sie zahlreiche Bearbeitungen der von arabischen Mohammedanern geschaffenen Werke lieferten, ist allgemein bekannt, und auch den Abendländern gegenüber machten sie es nicht anders. Als Walter von Metz sein »Ymage du monde« verfafst hatte, übersetzte es sofort der Londoner Rabbiner Chaim ben Delcret ins hebräische und einzelne Schriften des Regiomontan (1436—1476) wurden schon im Jahre 1466 in hebräischer Übersetzung verbreitet[1]. In der Hauptsache natürlich suchten aber Juden sich wieder bei Juden zu unterrichten, und zahlreiche Rabbinatskandidaten begaben sich zu diesem Behufe nach Rom, wie aus einer Stelle bei dem berühmten Serachja ben Isaak ben Schealtiel hervorgeht[2]; besafs auch Italien nicht, wie Spanien oder Frankreich, eine geordnete Lehrverfassung[3], ja war auch im allgemeinen daselbst das Studium der Mathematik nicht einmal besonders geschätzt[4], so hatte es dafür in Rom eine ausgezeichnete Hochschule für das gesamte Judentum, und zumal der Professor Benjamin ben Jehuda wird von einem Dichter Immanuel als »der Vater aller Gelehrten auf dem Gebiete der Mathematik« gefeiert[5]. Der Studienkreis der damaligen jüdischen Studenten in Italien soll das ganze Gebiet der Naturwissenschaften mit umfafst haben[6]. Doch diente eine Reise ins Welschland selbstverständlich nur der weiteren Ausbildung, während der Grund bereits zu Hause gelegt sein mufste. In Wirklichkeit fehlte es auch nicht an Mitteln hiezu, ja jüdische Knaben waren im früheren Mittelalter

gleich der Sonne mit einem »gewälzten« Ei (Steinschneider, Jüdische Literatur, S. 435). — Vgl. auch den zweiten Teil von des Verf. Studie: Die Lehre von der Erdrundung und Erdbewegung im Mittelalter bei den Arabern und Hebräern, Halle 1877.

[1] Güdemann, Geschichte des Erziehungswesens und der Kultur der Juden in Frankreich und Deutschland (I. bis XIV. Jahrhundert), Wien 1880. S. 86; Steinschneider, Jüdische Literatur, S. 441. Ein bedeutender Erklärer des Peurbach und Regiomontan trat um 1550 im Orient auf in der Person eines Rabbi Almosnino.

[2] Güdemann, Geschichte des Erziehungswesens und der Kultur der Juden in Italien während des Mittelalters, Wien 1884. S. 111.

[3] Ibid. S. 116.

[4] Ibid. S. 162. Das obige scheint zu erhellen aus einer Angabe des bei Kaiser Friedrich II. als Übersetzer bediensteten Jakob ben Abbamani: seine Glaubensbrüder hätten ihn getadelt, als er sich von seinem Schwiegervater Privatunterricht in der Mathematik geben liefs.

[5] Ibid. S. 156.

[6] Ibid. S. 207.

hinsichtlich des Elementarunterrichts sogar weit besser gestellt, als ihre christlichen Altersgenossen. Es gab Kinderschulen und an diese sich anschliefsende Gymnasien oder Akademien; die Schüler wanderten von einer dieser Anstalten zur andern und waren eifrig auf Anlegung guter Kollegienhefte bedacht, die ja in jener Zeit auch von unverhältnismäfsig gröfserer Bedeutung waren, als im Zeitalter der Buchdruckerkunst[1]. Der Unterricht selbst erstreckte sich allerdings wesentlich nur auf Mischna und Talmud, allein die Kommentierung dieser Religionsschriften mufste sich allenthalben auf arithmetische, geometrische und astronomische Vorkenntnisse stützen[2], und wir haben auch Mittel in der Hand, um nach Zeitbeginn und Art uns ein Bild von der Unterweisung der jungen Leute in der Mathematik zu machen. In der Studienordnung des Jehuda ben Samuel ben Abbas hiefs es: »Dann beginne der Schüler zu lernen in einem Buche die Wissenschaft der Zahl im Werke des Abraham ibn Esra, denn es umfafst die meisten Gegenstände der Rechenkunst«. Und der französische Jude Josef Caspi empfiehlt seinem jetzt zwölfjährigen Sohne, zwei Jahre später mit der Mathematik zu beginnen und dabei eine bestimmte Reihenfolge innezuhalten: zuerst solle er die Arithmetik des Ibn Esra, dann die Elemente des Euklid, hierauf die astronomischen Werke des Al Fergani und des Abraham bar Chija vornehmen[3].

Welches wissenschaftliche Material bot sich nun aber einem israelitischen Lehrer dar, wenn er, wie doch wohl gewöhnlich, ausschliefslich von Schriften seiner Religionsgenossen Gebrauch machen wollte? In erster Linie gewifs diejenigen zweier häufig mit ein-

[1] Man sehe in Güdemanns erstgenannter Schrift (S. 50 ff. S. 92 ff.) die Beschreibung dieser Schulen und der mit ihnen verbundenen Alumnate, die durch freiwillige Umlagen in der Gemeinde unterhalten wurden. Das »grofse Lehrhaus« wäre sozusagen ein Gegenstück zu den christlichen Kathedralschulen, das »kleine Lehrhaus« ein ebensolches zu den Parochialschulen gewesen. Wir wollen jedoch nicht verschweigen, dafs Kaufmanns Rezension (Göttinger Gelehrte Anzeigen, 1881, II. S. 1640) erhebliche Bedenken gegen Güdemanns Ansichten über jenen Oxforder Kodex äufsert, dem die Schilderung der »Lehrhäuser« im wesentlichen entnommen ist. — Vgl. übrigens wegen einer jüdischen Gelehrtenschule in Nürnberg eine Ratsverordnung, welche J. Müller (Vor- und frühreform. Schulordnungen etc., 2. Abt. S. 270) mitteilt.

[2] Die Talmudisten mufsten, wenn ihre Exegese auf mathematische Schwierigkeiten stiefs, wie Jesaja da Trani ausdrücklich bemerkt, an Sachverständige appellieren.

[3] Obige Notizen stammen aus Steinschneiders »Hebr. Bibliographie« (14. Band. S. 39).

ander verwechselter Gelehrter des XII. Jahrhunderts, des Abraham bar Chija und des Abraham ibn Esra[1]. Der zweitgenannte bot neben den gewöhnlichen Dingen ausführliche Erörterungen über vollkommene Zahlen, über Kombinationen, über magische Quadrate und vor allem eine sehr zweckmäfsige Einleitung in die praktische Arithmetik[2]. In der Geometrie wurde zuerst die Formenlehre studiert, dann kamen wissenschaftliche Definitionen, einfache Flächeninhalte und Volumina wurden bestimmt; Vielecke, Parallelogramme und die drei Gattungen von Dreiecken wurden besonders betrachtet, und zuletzt kam die Berechnung des Dreiecks, wobei das alte indisch-heronische Musterparadigma mit den Seiten 13, 14, 15 seine Rolle spielte, und die Kreisquadratur[3]. Der Talmud erheischte genaue Kenntnis des pythagoreischen Lehrsatzes, sei es, dafs das Verbot, Kraut in Weingärten anzupflanzen, sei es, dafs die Anlegung von Sargnischen bei Begräbnisstätten dazu nötigte, rechtwinklige Dreiecke auszurechnen[4], und dadurch wieder sah man sich in der Lage, irra-

[1] Steinschneider, Abraham Judaeus — Savosarda und Ibn Esra, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 12. Band. S. 1 ff. Ersterer schrieb eine Enzyklopädie der Mathematik, eine mathematische Geographie (»Form der Erde«), von welcher Münster und Schreckenfuchs 1546 zu Basel eine allerdings nicht immer korrekte Auflage in lateinischer Sprache veranstalteten, eine »Berechnung der Sternläufe«, astronomische Tabellen, eine Kalenderrechnung und eine Geometrie; andere, in Übersetzungen vorliegende Arbeiten sind nicht authentisch. Die Schrift des Rudolf von Brügge über das Astrolabium (Chasles, Gesch. d. Geom., S. 595 ff.) war keine Originalarbeit, sondern eine unter der Leitung Abrahams gefertigte Übertragung einer arabischen Bearbeitung des bekannten ptolemaeischen Planisphärs.

[2] Steinschneider, Abraham ibn Esra, S. 90 ff. S. 98. S. 117 ff.

[3] Wir gaben vorstehend eine Analyse des Traktats Mischnath ha-Midoth (Lehre von den Mafsen), wovon Schapira (Abhandl. z. Gesch. d. Math., 3. Heft. S. 1 ff.) eine treffliche deutsche Übersetzung nebst Kommentar lieferte. Als spitzwinklig, rechtwinklig und stumpfwinklig wird ein Dreieck erkannt, je nachdem eine der Relationen $a^2 + b^2 \gtreqless c^2$ giltig ist. Abraham bar Chijas Werk hatte offenbar viel Ähnlichkeit mit dieser ältesten Geometrie, welche nach Schapira älter ist als die arabisch-hebräische Periode (740—1200). — Von der Unmöglichkeit einer genauen Kreisquadratur war Maimonides überzeugt; »die Quadratwurzel von 5000 kann nicht genau berechnet werden«, meint er, »ebenso wie es unmöglich ist, das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser eines Kreises anzugeben, da man hier nie zu einer Grenze der Rechnung gelangt« (Mahler, Die Irrationalitäten der Rabbinen, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 29. Band, hist.-lit. Abteil., S. 41 ff.).

[4] Alles nur wissenswerte bringt in höchster Vollständigkeit Zuckermanns Programmschrift »Das Mathematische im Talmud« (Breslau 1878.) Vgl. besonders daselbst S. 11 ff. S. 13 ff. S. 58 ff.

tionale Quadratwurzeln mit möglichst grofser Annäherung durch rationale Brüche auszudrücken. Fast gewinnt es den Anschein, als ob den Rabbinen die Kettenbruchentwicklung $\sqrt{a^2+b} = a + (b : 2a + (b : 2a + \ldots$ bekannt gewesen wäre, denn ihr fügen sich nach Mahler[1] beinahe sämtliche vorkommende Irrationalitäten ein; es sind dies die nachstehenden:

$$\sqrt{2} = \frac{4}{3},\ \sqrt{2} = \frac{7}{5},\ \sqrt{2} = \frac{99}{70},\ \sqrt{2} = \frac{106}{75},\ \sqrt{13} = \frac{18}{5}.$$

Im Traktat »Kilajim« kommt eine geometrische Maximumaufgabe vor, welche in algebraischer Einkleidung auf die Gleichung $x^2 - 8x = -\frac{2}{3}$ führt.

Die astronomischen Schriften der Rabbinen zeichneten sich durch Leichtfafslichkeit aus; dem Donolo wurde das Verdienst zugeschrieben, durch Beigabe guter Abbildungen die Verständlichkeit befördert zu haben[2]. Und wirklich verdient auch das von Abraham bar Chija herrührende Lehrbuch das beste Lob in dieser Beziehung; es ist schon früher von dem Verfasser darauf hingewiesen worden[3], dafs eine gewisse Figur, durch welche jener Hebräer die Notwendigkeit einer zeitlichen Verschiebung des Sonnenaufgangs bei ost-westlicher Bewegung erweist, didaktisches Gemeingut werden sollte.

Kap. III.

Übersetzungszeitalter und scholastische Periode; das Quadrivium als Lehrgegenstand an den Hochschulen.

25

Erweiterung des wissenschaftlichen Geschichtskreises durch die Übersetzungsthätigkeit.

Wenn in diesem Kapitel der Versuch gemacht werden soll, ein Bild von der Unterrichtsthätigkeit der Universitäten in den Fächern der Mathematik und der ihr nahe verwandten naturwissenschaftlichen

[1] Mahler, Beitrag zur Mathematik der Hebräer, Zeitschr. f. d. Realschulwesen, 9. Jahrgang. S. 465 ff.

[2] Steinschneider, Jüdische Literatur, S. 436.

[3] Günther, Grundlinien der mathematischen Geographie und elementaren Astronomie, München 1878. S. 33.

Disziplinen zu entwerfen, so bedarf es zunächst der Skizzierung des Hintergrundes, von welchem das Bild sich abheben soll, und dieser Hintergrund wird durch den Stand der betreffenden Wissenschaften innerhalb des zu behandelnden Zeitraums gebildet. Wir haben gesehen, welche Höhe der Unterricht an den hervorragendsten kirchlichen Lehranstalten des IX., X. und XI. Jahrhunderts erreichte, wir haben weiter die Überzeugung gewonnen, dafs höchstens in seltenen Ausnahmefällen der Lehrer selbst noch über ein tieferes Wissen verfügte, als über jenes, das er vollinhaltlich seinen Schülern zu übermitteln sich bestrebte. Sollte also die Aufgabe der Schule eine andere, höhere werden, so mufste in erster Linie der Wissensstoff an Inhalt und Umfang gewinnen; dafs aber seit dem Beginn des XII. Jahrhunderts dem abendländischen Westen neue Bildungselemente zugeführt werden konnten, war hauptsächlich das Verdienst der Übersetzer. Aus sich selbst heraus vermochte eine Zeit wie die damalige noch nicht neues zu schaffen und so blieb ihr nur übrig, auf ältere und noch lange nicht genügend ausgenützte Lehrmeister zurückzugreifen. Griechisch-römische und indisch-arabische Quellen flossen so im Abendlande zusammen, und aus der Vereinigung beider fürs erste noch recht spärlich ihre Gaben spendenden Rinnsale erwuchs der mächtige Strom, dessen Fülle in dem Mafse anwuchs, in welchem er seine befruchtende Kraft zu bethätigen imstande war.

Jetzt erst werden die Deutschen mit den klassischen Originalen bekannt, und zwar in rascher Folge[1]. Euklid wird durch Atelhart

[1] Sehr genaue Aufschlüsse über diese interessante Epoche der Geschichte des wissenschaftlichen Fortschritts gibt Wüstenfeld: Die Übersetzungen arabischer Werke in das lateinische seit dem XI. Jahrhundert, Göttingen 1877. Nicht minder bedeutend, wenn auch freilich nur für gewisse Partien, sind Jourdains »Recherches sur les anciennes traductions latines d'Aristote, Paris 1843. Was die Personen der einzelnen Übersetzer anlangt, so sind Rudolf, Atelhart und dessen Schüler Ocreatus Germanen — die keltische Schreibart O'Creat scheint aufgegeben werden zu müssen —, die übrigen Romanen resp. Hebräer. Atelhart war der arabischen Sprache mächtig, er übertrug auch das Tafelwerk des Chowaresmiers in die okzidentalische Gelehrtensprache, und als Algorithmiker ist er uns bereits früher entgegengetreten. Ocreatus bezeichnet sich selbst als Schüler Atelharts; der Titel seiner uns noch erhaltenen und von Ch. Henry (Abhandl. z. Gesch. d. Mathem., 2. Heft, Leipzig 1880) herausgegebenen Abhandlung ist: »Prologus H. Ocreati in Helceph ad Adelhardum Bathensem magistrum suum«; Helceph ist möglicherweise eine Verstümmelung des Namens Al kâfi (fil hisâb), welchen die algebraische Hauptschrift des Alkarkhî führt. Johannes Hispalensis, der Algorithmiker, heifst häufig auch Johannes de Hispania; so beginnt z. B. ein deutscher Traktat

von Bath und Ocreatus, das astrologische Hauptwerk des Ptolemaeus durch Johannes Hispanus, das Quadripartitum desselben Autors und die Sphärik des Theodosius durch Plato von Tivoli, das ptolemaeische Planisphär (s. o.) durch Rudolfus Brugensis lateinisch gemacht; eine noch weit umfassendere Wirksamkeit bekundet Gerhard von Cremona, der den Almagest, die δεδόμενα des Euklid, die Schriften des Autolycus, Hypsikles, Theodosius, Menelaus und vor allem die elementareren Werke des Archimedes bearbeitet. Manche altgriechische Leistung wäre uns ohne diese Vermittler überhaupt nicht bekannt, so z. B. die Optik des Ptolemaeus[1], während allerdings auf der andern Seite auch nicht vermieden werden konnte, dafs manche schlimme Umformung die wahre Gestalt dieses oder jenes Schriftwerks fast unkenntlich machte. Das mufste sich vor allen andern der alte Euklid gefallen lassen; so manche der unklaren Vorstellungen, welche sich bis in die Neuzeit herein an dessen Elemente knüpften, leitet ihren Ursprung aus den Übergängen her[2]. Immerhin aber war beim Be-

in einem geschriebenen Maihinger Kodex von 1513: »Hie hept an das buch der Astronomey . . . von maysler Johan von Hispania.« Genaue Biographien der beiden italienischen Übersetzer verdankt man dem Fürsten Boncompagni: Delle versioni fatte da Platone Tiburtino traduttore del secolo duodecimo, Roma 1851; Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese traduttore del secolo duodecimo e di Gherardo di Sabionetta astronomo del secolo decimoterzo. Ob dieser Gerhard, der übrigens auch algebraische und geometrische Schriften der Araber lateinisch machte, zugleich Verfasser einer zur Zeit in London aufbewahrten Handschrift über den Algorithmus ist, weifs man nicht, doch ist es eben nicht unwahrscheinlich (Cantor, Vorlesungen etc., S. 779). Eine förmliche Schule für Einkleidung griechischer und morgenländischer Werke in neurömisches Gewand bestand in Toledo, wie man besonders aus V. Roses Aufsatz (Ptolemaeus und die Schule von Toledo, Hermes, 8. Band. S. 327 ff.) ersehen kann. Gerhard selbst lebte daselbst zeitweise in Gemeinschaft mit einem Deutschen Hermann. Gerade die Übersetzung des Almagest war es, welche ihn veranlafst hatte, in Toledo längern Aufenthalt zu nehmen. Ein gewisser Galipp übertrug für ihn aus dem Arabischen ins Spanische, und Gerhard gab zu dieser spanischen dann sofort die lateinische Übersetzung. Ein solches Kooperieren mehrerer war im Mittelalter nichts ungewöhnliches; man denke nur daran, wie Wolfram von Eschenbachs berühmte Dichtungen zustande kamen. Von der spanischen Metropole des Wissens ging der latinisierte Averroes aus, der die gesamte Gelehrtenwelt so ungeheuer aufregte.

[1] Nach Boncompagnis in Band 6 seines »Bullettino« (S. 470 ff.) gegebenen Aufklärungen ist weder die Urschrift noch die arabische Version mehr vorhanden, sondern einzig und allein eine von Eugenius Ammiraceus Siculus besorgte lateinische Bearbeitung des zweiten, dritten, vierten und — teilweise — fünften Buches.

[2] Über die ersten Euklidübersetzungen verbreitet sich sehr ausführlich Weifsenborn: Die Übersetzung des Euklid aus dem Arabischen in das Latei-

ginne jener Zeit, welche gemeiniglich als die scholastische bezeichnet wird, das vorhandene Wissensmaterial ein ganz unvergleichlich namhafteres als in der durch Gerberts Namen charakterisierten Periode, und schon fing auch die Selbstforschung an, neue Bausteine dem auf fremder Grundlage errichteten Bau hinzuzufügen.

26

Exaktes Wissen bei den Scholastikern.

Die Auffassung, welche sich verschiedene Kreise von dem wahren Wesen der Scholastik gebildet haben, ist, je nach der allgemeinen Parteistellung, die denkbar verschiedenste. Während auf der einen Seite behauptet wird, man habe durch logische und dialektische Haarspaltereien sich jeder Möglichkeit beraubt, die Wissenschaft reell zu fördern, wollen Andere wieder in den scholastischen Systemen

nische, Abhandl. z. Gesch. d. Math., 2. Heft. S. 141 ff.; Die Übersetzungen des Euklides durch Campano und Zamberti, eine mathematisch-historische Studie, Halle 1882. Die beiden erstgenannten weisen gegen einander nicht unbeträchtliche Unterschiede auf, wie Weifsenborn durch Vergleichung der beiden angeblich ältesten Atelhart-Handschriften in Erfurter »Kodex Amplonianus« festzustellen in der Lage war. Nach Curtzes Dafürhalten (Bursians Jahresbericht für Altertumswissenschaft, 1884, III) haben beide Autoren von einem heute noch in München vorhandenen Archetypus des XI. oder XII. Säkulums Gebrauch gemacht, so dafs demnach die von Weifsenborn vermutete völlige Unabhängigkeit zwischen Atelhart und Campano nicht zugestanden werden könne. Jedenfalls waren beide Männer Sachkenner, die nicht blos, wie der weit später lebende Zamberti, ein linguistisches Interesse an der Sache hatten; der Engländer ist uns nach dieser Seite hin bereits bekannt, aber auch Campano gab in seinen Erläuterungen zum Euklid eine Winkeltrisektion, welche auf die Verzeichnung einer Konchoide auf zirkularer Basis hinausläuft, und unabhängig von jenen eine Kreisquadratur, die allerdings nach den von Luca Gaurico darüber uns gemachten Mitteilungen (Gauricus, Tetragonismus, id est circuli quadratura per Campanum, Archimedem Syracusanum atque Boetium, mathematicos perspicacissimos, adinventa, Venetiis 1503) nicht zu den genauen gehört. Bisher glaubte man, dafs die arabischen Rezensionen der »Elemente« den Übersetzern unantastbare Vorbilder gewesen seien, allein dem ist nicht so, Campano hat, was ihm vorlag, nichts weniger denn treu wiedergegeben. Klamroth (Über den arabischen Euklid, Zeitschr. d. d. morgenl. Gesellsch., 35. Band. S. 270 ff.) und Heiberg (Die arabische Tradition der Elemente Euklids, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 29. Band, hist.-liter. Abteil. S. 1 ff.) haben über diese Verhältnisse manches Licht verbreitet, und insbesondere ist durch Heibergs Untersuchung Campano vor dem Vorwurf gerettet, als habe sein häufiges Verlassen des arabischen Textes sachlichen Schaden gebracht. Euklid ist von den Arabern nicht immer zum besten behandelt worden; auch die das ganze Mittelalter durchziehende und später kaum auszurottende Fabel, dafs der Verfasser der Στοιχεῖα blos die Fassung der Propositionen, der Kommentator Theon aber erst die Beweise zu denselben ge-

die Keime womöglich aller neueren Wissenszweige finden[1]. Am besten thut man wohl, sich von jeder Übertreibung ferne zu halten, und es wird sich dann herausstellen, dafs die geistvollen Männer, welchen die Kirchenlehre den Ehrentitel der »Doctores« beigelegt hat, zwar durchweg auf dem Boden ihres Zeitalters standen, trotzdem aber neben ihrer Beschäftigung mit rein formalen Dingen noch Mufse und Lust übrig behielten, um auch der Gröfsen- und Naturlehre ihre Pflege angedeihen zu lassen. Und jene streng logische Schulung, welche uns — mag uns die Materie selbst auch noch so fremdartig ansprechen — aus den »Sententiae« des Petrus Lombardus, aus der »Summa« des heiligen Thomas und aus andern ähnlichen Schriften entgegenleuchtet, gab wenigstens Gewähr dafür, dafs der Sinn für richtiges Denken, diese erste und unerläfslichste Vorbedingung für erfolgreiches Betreiben mathematischer Studien, ein hochentwickelter gewesen sein mufs[2].

gegeben habe, läfst sich auf die orientalische Lust, wahres mit unwahrem zu vermengen, zurückzuführen. Hierauf macht mit Recht Weifsenborn in seiner Rezension zu Heibergs »Literargesch. Studien zu Euklid« aufmerksam (vgl. Philolog. Anzeiger von v. Leutsch, 15. Band. S. 34 ff.) — Es ward sogar dem berühmten Geometer mancherlei zugeschrieben, was gar nicht von ihm herrührte, um die Kontrebande unter solcher Flagge leichter durchzubringen. Noch Woepcke trat dafür ein, dafs Euklid wirklich über Statik geschrieben habe, allein es gilt jetzt als sicher, dafs diese Schrift von den Beni Musâ verfafst ward und inhaltlich mit dem »Liber carastonis« des Thabit ben Korrah übereinstimmt (Curtze, Das angebliche Werk des Euklides über die Wage, Zeitschr. f. Math. und Phys., 19. Band. S. 262 ff.).

[1] Am weitesten dürfte in diesem Sinne das Buch von Marchand gehen: La science de nombres d'après la tradition des siècles, Paris 1877.

[2] Es hält nicht schwer, Belege für die Behauptung beizubringen, dafs auch nach der Ansicht der Scholastiker mathematischer und logischer Unterricht wechselseitig befruchtend auf einander einwirken mufsten. Prantls »Geschichte der Logik im Abendlande« bietet in ihrem dritten Bande (Leipzig 1867) reichen Stoff dieser Art. So nimmt Robertus Lincolniensis (Grofseteste), der sich hinsichtlich der Einteilung der Wissenschaften ganz an die Araber anlehnt und den intellektuellen Gehalt der Dinge zu gleichen Teilen der Physik, der Mathematik und der Metaphysik anheimfallen läfst, seine Beispiele zur Logik mit Vorliebe aus der Geometrie (a. a. O., S. 85 ff.); er betritt also einen Weg, den in unsern Tagen Drobisch und Wundt mit grofsem Erfolge wandelten. R. Bacon, den Prantl übrigens für einen häufig überschätzten Grofssprecher hält, der u. a. die Geometrie in sieben Tagen lehren zu wollen sich angemafst habe, spricht sich doch im »Opus majus« über das Verhältnis beider hier in Rede stehender Disziplinen richtig aus (a. a. O., S. 123): »Non solum dependet cognitio logicae a mathematica propter suum finem, sed propter medium et cor ejus, quod est liber Posteriorum; nam ille liber docet artem demonstrandi.« Von besonderer Wichtigkeit für das Studium der Geometrie sei die »experientia«; dieses Wort bedeutet aber bei Bacon

Der hervorragendste Vertreter exakter Forschung unter den mittelalterlichen Aristotelikern ist zweifellos Albertus Magnus. »Er verdient als einer der größten Gelehrten, Sammler und Bearbeiter fremden Stoffes einen sehr ausgezeichneten Platz in der Geschichte, denn es ist eine immense Gelehrsamkeit und eine staunenswerte Belesenheit, welche in seinen Schriften zu Tage tritt. Gerade aus diesen seinen Schriften kann man sich einen richtigen Begriff von dem Umfange der Studien machen, welche in den Klöstern während des XIII. Jahrhunderts in der Stille betrieben wurden«[1]. In den verschiedensten Teilen der Physik bekundet Albert sich als selbständiger Beobachter und Denker; mag auch der in der Abhandlung »De mineralibus« zu findende Grundsatz »Scientiae naturalis non est, simpliciter narrata accipere, sed in rebus naturalibus inquirere causas« einer Generation allzu kühn vorkommen, welche im

gar nichts anderes als »Anschauung«, und es tritt sonach hier zuerst ein gesunder didaktischer Gedanke hervor, der in einer Geschichte der mathematischen Pädagogik jedenfalls ehrend verzeichnet zu werden verdient. Auch des Pseudo-Thomas Schrift, »De natura generis« (a. a. O., S. 245) mag hier eine Stelle finden; sie beginnt mit Logik und Metaphysik, dann aber heifst es: »Nunc vero de naturali et mathematica restat agendum«.

In einer ganz spezifischen Art berühren Lullos Begriffsspielereien das Reich der Mathematik (a. a. O., S. 158 ff.). Fig. 17 stellt uns eines dieser Schemate

Fig. 17.

vor Augen; es können aus demselben, das auch schon zur Betrachtung der regelmäfsigen Sternvielecke Anlafs geben konnte, 72 Urteile nach Art des folgenden gebildet werden: Bonitas est magna. Lullo versuchte sich auch in der Bildung der Kombinationen zu gegebener Klasse, ohne freilich ausreichende Mittel zur lückenlosen Herstellung aller Komplexionen zu besitzen.

[1] Stoeckl, Geschichte der Philosophie des Mittelalters, 2. Band, Münster 1863. S. 349.

Anschluſs an die bekannten Programmworte G. Kirchhoffs mit dem richtigen »Beschreiben« der Erscheinungen sich bescheiden zu müssen glaubt, so ist doch soviel gewiſs, daſs der groſse Dominikaner von dem Wesen der Naturerforschung mindestens ebenso richtige Anschauungen hatte, wie der ihm sonst auch nicht unähnliche Francis Bacon[1]. Sowohl im Pflanzen- wie im Mineralreich soll neben den selbstverständlich als unmittelbarste Erkenntnisquelle hochgehaltenen Schriften der Alten Beobachtung und Versuch als Schlüssel der Forschung dienen: »Experimentum enim solum sufficit in talibus«. Für mathematische und physische Geographie hat Albert groſses geleistet[2], und als Botaniker[3] ist er der Erste,

[1] Weitere Ausführungen geben die nachstehend bezeichneten Schriften: Sighart, Albertus Magnus, sein Leben und seine Wissenschaft, nach den Quellen dargestellt, Regensburg 1857; v. Hertling, Albertus Magnus, Beiträge zu seiner Würdigung, Köln 1880; Schneid, Aristoteles in der Scholastik, ein Beitrag zur Geschichte der Philosophie im Mittelalter, Eichstätt 1875. S. 88 ff.; K. und W. Krafft, Briefe und Dokumente aus der Zeit der Reformation im XVI. Jahrhundert nebst Mittheilungen über Kölnische Gelehrte und Studien im XIII. und XIV. Jahrhundert, Elberfeld 1875. S. 105 ff.; Heller, Gesch. d. Phys., 1. Band. S. 179 ff. Albert ist sich u. a. darüber klar, daſs Lichtstrahlen, welche auf eine gekrümmte Fläche auffallen, sich nach der Reflexion annähernd in Einem Punkte vereinigen können. Bekannt ist die nicht unwahrscheinlich klingende Sage von seiner Geschicklichkeit in der Verfertigung von Automaten. Er bekämpft — wie übrigens auch Bacon — die unklare Regenbogenlehre des Stagiriten und meint ganz richtig, es könnten nicht nur zwei, sondern wohl auch noch mehr Regenbogen gleichzeitig erscheinen (der dritte Bogen ist seitdem auch wirklich von Bergman und Heilermann gesehen worden). Von seinen astronomischen Ansichten ist zu erwähnen, daſs er (mit Demokrit) in der Milchstraſse eine Ansammlung weit entfernter Sterne erblickte und den Kometenaberglauben in dem treffendenden Satze abfertigte: »Adhuc autem constat, quod cometes habet causam naturalem: videtur ergo, quod nullam habet relationem ad mortem alicujus sive ad bellum.«

[2] Vgl. hiezu: Peschel-Ruge, Gesch. d. Erdkunde, S. 221 ff. Kein anderer Scholastiker hatte so klare Vorstellungen von den aus der Kugelgestalt der Erde entspringenden Konsequenzen, als da sind: Existenz von Gegenfüſslern, Zusammenhang der Insolationsstärke einer Erdgegend mit dem Neigungswinkel der einfallenden Sonnenstrahlen. Ebenso wuſste er, daſs die Vertikalerhebung den Grad der Erwärmung mitbedinge, und daſs die Achsenrichtung eines hohen Gebirges zu berücksichtigen sei, wenn man die thermischen Verhältnisse des Landes kennen lernen wolle. Auch darf man ihn zu den Inspiratoren des Columbus rechnen, insofern er den Ausspruch that (De coelo et mundo, ed. Jammy, tomus II. S. 146): »Inter horizontem habitantium juxta Gades Herculis et Orientem habitantium in India non est in medio, ut dicunt, nisi quoddam mare parvum«.

[3] Gerade diese Seite von Alberts Thätigkeit ist leichter zu kontrollieren, als manche andere, da man hiefür nicht an die unvollkommene Jammysche, sondern an die treffliche kritische Ausgabe der »libri VII. de vegetabilibus« sich

der über die Kräuterbeschreibungen der späteren Griechen und Araber hinausgeht und den zu höheren Zielen führenden Spuren eines Aristoteles und Theophrast nachgeht. Wegen Alberts astronomischen Lehrbuchs siehe 29.

Roger Bacon kommt an Reichtum der Ideen seinem grofsen Nebenbuhler Albert gleich, allein manche davon müssen in die Klasse der unreifen Projekte verwiesen werden. Dahin gehören seine vagen Andeutungen über das Schiefspulver, über Fernrohre und Polemoskope, sowie seine Bemühung, die Sphärizität einer freien Flüssigkeitsoberfläche im Niveau eines Bechers nachzuweisen. Gleichwohl ist die den sechsten Teil seines »Opus majus« ausmachende »Ars experimentalis« keine unverdienstliche Leistung; mehrere der darin enthaltenen Vorschläge haben weit später ihre praktische Ausführung gefunden[1]. Bekannt ist, dafs Thomas von Aquin weit eifriger — modern gesprochen — mit den Geisteswissenschaften als mit den Naturwissenschaften sich beschäftigte, doch war er auch diesen gegenüber keineswegs teilnahmslos[2]. Selbst minder berühmte Vertreter des

halten wird, welche E. Meyer, der bekannte Geschichtschreiber der Pflanzenkunde, besorgt hat. Auch Fellners Monographie (Albertus Magnus als Botaniker, Wien 1881) wird ihrem Helden zumal in seiner Eigenschaft als physiologischem und pflanzengeographischem Forscher gerecht.

[1] Bravais und Hammerl haben die von Bacon angedeuteten Experimente zur künstlichen Darstellung von Regenbogen durch Stäuber im grofsen ausgeführt. Es unterliegt auch keinem Zweifel, dafs Bacon die sphärische Aberration kannte, wie er auch richtig die Thatsache, dafs der in geborgtem Lichte leuchtende Mond nicht wie ein isolierter Lichtpunkt erscheint, in der rauhen Oberfläche dieses Himmelskörpers sucht. Näheres bei Heller, Gesch. der Phys., 1. Band, S. 191ff. und bei K. Werner, die Kosmologie und allgemeine Naturlehre des Roger Bacon, Wien 1879. Eine der neuesten Zeit angehörige Monographie ist das Programm von Doublier (Wien 1885): Roger Bacon; eine kulturgeschichtliche Studie.

[2] So urteilt z. B. Thomas in seinen »Disputationes de veritate« ganz gesund über die Ursache der Gezeiten: »Similiter aqua movetur motu proprio tendendo in centrum et habet quendam motum ex impressione Lunae, quae movet ipsam, ut patet in fluxu et refluxu maris«. In einem ausführlicheren Essay (die Anschauungen des Thomas von Aquin über die Grundsätze der mechanischen Physik, Kosmos, 1. Band, S. 234 ff.) glaubt der Verf. dargethan zu haben, dafs der Theosoph eine Ahnung von dem mechanischen Aequivalent der Wärme und überhaupt richtige Vorstellungen hinsichtlich gewisser fundamentaler Bewegungsgesetze besafs. Ein die Luft durchschwirrender Pfeil, so meint er in seinem Kommentar zur aristotelischen Schrift »de coelo« (Venedig 1543. Fol. 42 ff.), könne ohne sichtbare äufsere Veranlafsung, lediglich »ex vehementia motus«, so heifs werden, dafs die metallene Spitze ins Schmelzen gerate. Damit würde Pfeifers Wahrnehmung stimmen, nach welcher der Aquinate das Gesetz der Erhaltung der Kraft für psychische Vorgänge ganz klar

scholastischen Gedankens, wie Bonaventura[1] und Giraldus Cambrensis[2], dürfen von uns nicht gänzlich mit Schweigen übergangen werden.

Noch mehr jedoch ist es unsere Pflicht, des Vincentius Bellovacensis zu gedenken. Als Kosmograph freilich ist er nur durch seine umfassende Belesenheit — und wohl auch noch durch seine korrekte Schilderung der durch Gewässer und Atmosphärilien bewirkten Erosion als eines morphologischen Faktors — vor andern ausgezeichnet[3]; dafür aber ist er einer der wenigen mittelalterlichen Gelehrten, die sich eifrig mit der Pädagogik unter dem theoretischen Gesichtspunkte beschäftigten[4]. Es ist freilich wahr, dafs für unsere näheren Zwecke aus dem Studium seiner bezüglichen Schrift nicht allzuviel positives abfällt, allein bei alldem sind uns die aus derselben zu ziehenden Erfahrungen doch von grofsem indirektem Nutzen (siehe Seite 155, Note *).

antizipiert gehabt habe (Harmonische Beziehungen zwischen Scholastik und moderner Naturwissenschaft, Augsburg 1881. S. 85.). Die grobsinnliche Emanationstheorie des Lichts bekämpft er entschieden, ihm beruht der Lichteindruck auf einer in kontinuierlichem Medium sich fortpflanzenden Bewegung. Licht und Wärme sind unzertrennlich, auch das Mondlicht erwärmt (»Lux quantum est de se, semper est effectiva caloris, etiam lux lunae«), und auch Farben bedürfen zu ihrer Hervorbringung notwendig des Lichts. Wie in andern, so klingt auch in diesen Aufstellungen das Wort des grofsen Lehrers Albert nach, der seinerseits bereits erklärt hatte (Pfeifer a. a. O., S. 45): »Lux hypostasis et substantia formalis omnium colorum«. Zusammenfassend behandelt diese Episode der Naturphilosophie Schneid: Die scholastische Lehre von Materie und Form und ihre Harmonie mit den Thatsachen der Naturwissenschaft, Eichstätt 1873. Zumal St. Thomas wird dort eingehender gewürdigt, als sonstwo.

[1] Die Erkenntnistheorie des Bonaventura soll sich nach Schneid (Aristoteles in der Scholastik, S. 96) durch ihre Klarheit vor andern Systemen auszeichnen.

[2] Giraldus Cambrensis sollte in der Geschichte der Meteorologie um deswillen genannt werden, weil er als der erste die Westwinde in ihrer Eigenschaft als Regenwinde klar erkannte (Opera, ed. Brewer, tomus I., Londini 1861. S. XLff.).

[3] Das »Speculum naturale« des Vincentius ist eine Enzyklopädie alles damaligen Naturwissens. Der Verfasser zeigt sich unterrichtet, er weifs, dafs strahlende Wärme das durchmessene Mittel unbeeinflufst läfst, während durch Leitung Wärme direkt übermittelt wird, aber er ist auch zum Klügeln geneigt und infolge unklarer Begriffe von Meniskusbildung im Sinne Bacons (s. o.), welche ihn zu der falschen Behauptung »in poculis repletis media tument maxime« verführten, hilft er die mehrfach erwähnte Irrlehre unterstützen, dafs Land- und Wasserkugel eine exzentrische Lage hätten (Günther, Studien z. Gesch. d. math. u. phys. Geogr., S. 139ff.).

[4] Auf Wunsch der französischen Königin Margarethe, der Gemahlin Ludwigs IX., arbeitete der gelehrte Mann (zwischen 1240 und 1249) seine Schrift

27

Sonstige bedeutende Mathematiker und Naturforscher im XIII. und XIV. Jahrhundert.

Dem zweifellos glänzendsten Genie unter allen Mathematikern des Mittelalters, Leonardo Fibonacci aus Pisa, fällt — wir sagen leider — in unserer Darstellung kein Platz zu. Denn weder war er selbst ein Deutscher oder auch nur einem uns stammverwandten Volke entsprossen, noch liegt auch nur das mindeste An-

über Kindererziehung aus. Wenig bekannt bisher, ist dieselbe jetzt allgemein zugänglich geworden durch Friedrichs Dissertation: Vincentius v. Beauvais als Pädagog nach seiner Schrift De eruditione filiorum regalium, Leipzig 1883.

* Es soll nicht geleugnet werden, dafs Vincenz tief über seinen Gegenstand nachgedacht hat, und dafs viel beachtenswertes in seiner Schrift enthalten ist. Als Pädagog jedoch vermochte er sich von der fehlerhaften Grundanschauung nicht loszumachen, dafs alles Lernen nur Einem Ziele, nämlich dem Betriebe der Theologie, zugewandt sei; er wollte nicht einsehen, dafs man zuerst einzig und allein um des Lernens und Lebens willen lernen müsse, dafs jede Unterweisung innerhalb gewisser Grenzen Selbstzweck ist. So schrieb er denn nicht für Kinder, sondern für angehende Gelehrte; seine Disputier-Anleitung ist nicht mehr das, was wir Unterricht nennen, und überhaupt tritt die Thätigkeit des Lehrers unnatürlich bei ihm zurück gegen die Initiative des Lernenden, die doch eben erst zu wecken wäre (Friedrich a. a. O., S. 31). Als richtiger Logiker wollte er auch nicht einsehen, dafs die Lehre keine Deduktion sein dürfe, sondern ein langsames Aufsteigen vom Besondern zum Allgemeinen darstellen sollte. Demgemäfs dürfte der praktische Nutzen seines Büchleins kaum ein grofser gewesen sein. Zum Verständnis der heiligen Schrift und der Kirchenväter, und darauf kommt es ja schliefslich allein an, gehört Wort- und Sachkenntnis; jene vermitteln Grammatik, Dialektik und Rhetorik, diese die Wissenschaften des Quadriviums (Friedrich, a. a. O., S. 27ff.). »Cognitio rerum consistit in forma et natura. Forma est in exteriorum dispositione, natura in interiori qualitate. Omnis autem dispositio sive in numero est, ad quam pertinet arithmetica, vel in proportione, ad quam musica, vel in situ, ad quam geometria, vel in motu, ad quam astronomia. Ad interiorem vero qualitatem spectat physica«. Allein, wie gesagt, alle diese Sachen soll man nicht um ihrer selbst willen treiben, sondern allein deshalb, weil ihr Betrieb das Thor zur »Sapientia« eröffnen hilft.

Vor Vincenz kann höchstens Hugo von St. Victor (geb. 1097), ein sächsischer Edelmann, als Schriftsteller über pädagogische Dinge namhaft gemacht werden, allein sein Elaborat »De modo discendi et meditandi« (herausgegeben von Martène-Durand in ihrem »Thes. anecdot., Tomus V. S. 883ff.) erstreckt sich noch ausschliefslicher auf das rein Geistliche. Vgl. hiezu und zu dem einzelnes pädagogische enthaltenden Sammelwerk des Alanus ab Insulis: Erhard, Geschichte des Wiederaufblühens wissenschaftlicher Bildung, vornehmlich in Teutschland, bis zum Anfange der Reformation, 1. Band, Magdeburg 1827. S. 116. S. 119.

zeichen dafür vor, dafs sein Wirken diesseits der Alpen innerhalb des jetzt zur Behandlung stehenden Zeitraums irgendwie sich bemerklich gemacht habe, sei es wissenschaftlich, sei es didaktisch. Allerdings stand er zu einem Träger der deutschen Krone in persönlichen Beziehungen, allein dieser, Friedrich II., welchem Leonardo im Jahre 1225 seinen Traktat von den Quadratzahlen widmete, war nach Geburt und Denkweise ein Italiener. Indirekt begann Fibonaccis Einwirkung auf die Deutschen erst dann, als (vgl. Kap. V) deutsche Kaufmannssöhne zur Erlernung der »welschen Praktik«, d. h. der verbesserten Rechnungsmethoden Italiens, die dortigen Handelsstädte aufzusuchen begannen[1].

Nur diesem Manne, sonst aber keinem zum gleichen Ziele Strebenden nach steht ein Deutscher, Jordanus Nemorarius. Obwohl Regiomontanus das Andenken dieses Mannes erneuert hatte[2], war es doch Chasles vorbehalten, denselben wieder vollständig in seine Ehrenrechte einzusetzen[3]. Die Nachforschungen des Fürsten Boncompagni, deren Veröffentlichung auf Treutleins Anregung hin erfolgte, haben als wahrscheinlich ergeben, dafs Jordanus in dem ersten Viertel des XIII. Jahrhunderts seine Blütezeit hatte, dafs er ein geborener Thüringer (Nemorarius = Waldbewohner) war und vielleicht mit dem schon vorher bekannten General des Predigerordens dieselbe Persönlichkeit ist[4]. Derselbe hat nach vier Richtungen hin eine ersprielsliche und produktive mathematische Thätigkeit entfaltet; von den ihm auch beigelegten optischen Arbeiten schweigen wir hier mangels genauerer Kenntnis. Als Astronom zeigt er sich in einer selbständigen Arbeit über das Planisphär; dieselbe ist zwar derjenigen des

[1] Das 24. Kapitel in Cantors »Math. Beitr. zur Kulturl. d. Völker« ist ausschliefslich einer Analyse der Schöpfungen Leonardos gewidmet.

[2] Es geschah dies in der Rede, mit welcher Regiomontan seine kurze akademische Lehrthätigkeit in Padua inaugurierte; vgl. seine 1537 von Schoener in Nürnberg herausgegebene »Oratio in praelectione Alfragani«. Das algebraische Werk Jordans figuriert in dem leider zum gröfsten Teile unausgeführt gebliebenen Programme von Druckausgaben alter Autoren, welche Müller zu liefern die Absicht hatte.

[3] Chasles, Geschichte der Geometrie, deutsch von Sohncke, Halle 1839. S. 620ff; Compt. rend. de l'acad. franç., vol. XIII. S. 520.

[4] Das Chronicon des Trivet und das »Chronicon quinque priorum ordinis magistrorum« sind die hauptsächlichsten Quellen. Auch wenn nach Denifle die im Texte signalisierte Einerleiheit der Personen wieder schwankend werden müfste, wäre doch die Nationalität und Zeit des Mathematikers Jordanus Nemorarius als gesichert zu betrachten. In einem Oxforder Manuskripte wird er direkt »Jordanus de Saxonia« genannt; genauer war seine Heimat die Erfurter Gegend.

Ptolemaeus nachgebildet, geht aber doch über dieselbe hinaus, indem darin die von dem Alexandriner nur an Einzelfällen erkannten Grundwahrheiten der Lehre von der stereographischen Projektion mit allgemeinen Beweisen versehen werden[1]. Jordanus ist ferner der erste abendländische Schriftsteller über Mechanik, und wenn auch in seinem Werkchen hierüber nicht viel sachlich neues anzutreffen ist, so erschien es doch seiner guten Anordnung halber noch volle dreihundert Jahre nach seiner Entstehung würdig, als Leitfaden für akademische Vorlesungen neu aufgelegt zu werden[2]. Weit bedeutsamer ist, was Jordanus auf algebraischem Gebiete leistete. Aufser einer theoretischen Arithmetik, welche im Jahre 1496 von Faber Stapulensis im Drucke herausgegeben wurde, verfafste er auch eine Abhandlung »De numeris datis«; unter dieser indifferenten Bezeichnung verbirgt sich aber nichts mehr und nichts weniger, als eine vollständige Algebra mit Buchstaben, die somit alles leistete, was vor Erfindung des erst weit später durch Recorde (1552) eingeführten Gleichheitszeichens möglich war[3]. Treutlein bemerkt allerdings, dafs die in der Verwendung der Buchstaben liegende Neuerung wohl keine so durchgreifende sei, wie es bei oberflächlicher Betrachtung scheinen könnte; die Algebra habe eben stets ein durchaus geometrisches Gewand getragen, ihre Operationen seien immer an Strecken vorgenommen worden, und wie in den arithmetischen Büchern des Euklides habe man diese Strecken immer getreulich mitgezeichnet, während Jordanus diesen Ballast beseitigte. »Aber doch ist ein beträchtlicher Unterschied: denn Jordanus bezeichnet nicht nur die zu Anfang einer Aufgabe auftretenden ge-

[1] Diese Sätze sind: Jeder Kugelkreis geht wieder in einen Kugelkreis über; jeder von zwei sphärischen Kurven gebildete Winkel behält seine Gröfse auch in dem stereographischen Bilde bei.

[2] Die Druckausgabe (Liber Jordani Nemorarii Clarifsimi de Ponderibus Propositiones XIII.) liefs der Ingolstädter Professor Peter Apian 1533 bei Petrejus in Nürnberg erscheinen. Es scheint jedoch, dafs er den knappen Text durch Zusätze und Einschiebungen umgestaltete; eine von Curtze aufgefundene Handschrift desselben Traktats ist weit gedrungener (Curtze, Analyse der Handschrift R. 4°.2, Problematum Euclidis explicatio der k. Gymnasialbibliothek zu Thorn, Leipzig 1868. S. 47).

[3] Unsere Bemerkungen stützen sich auf den verdienstvollen Aufsatz: Der Traktat des Jordanus Nemorarius »De numeris datis«, herausgegeben von P. Treutlein (Abh. zur Gesch. der Math., 2. Heft, Leipzig 1879. S. 125 ff.). Allerdings mufste sich Treutlein eines sehr verderbten Textes bedienen und erst durch die von Curtze dazu gelieferten Verbesserungen (Leopoldina, 1882. S. 26 ff.), welche der Handschrift F. II. 33 der Baseler Bibliothek entnommen sind, gelang eine völlig zufriedenstellende Textherstellung.

gebenen oder die gesuchten Zahlgrößen durch Buchstaben, sondern er stellt auch bei den Zwischenrechnungen die Ergebnisse der einzelnen Rechnungsarten je durch besondere Buchstaben dar«. Rechnungszeichen giebt es noch nicht, nur die Addition wird durch einfache Juxtaposition angedeutet, so dafs a. b. c. bei Jordanus unserer Summe (a+b+c) gleichkommt; im übrigen müssen Worte aushelfen. Während die moderne Fassung einer Aufgabe dahin geht, es soll aus gewissen Beziehungen heraus der Wert einer oder mehrerer Unbekannten ermittelt werden, formt der mittelalterliche Algebraiker diese Forderung in einen Lehrsatz um und sagt: Wenn jene Beziehungen gewisser Zahlen als bekannt vorliegen, so können auch die Zahlen selbst als »gegeben« gelten[1]. Einsicht in das Wesen der Methoden wird man natürlich nur durch sorgfältiges Studium der einzelnen Propositionen gewinnen können[2]. — Dafs der in allen Sätteln gerechte Mathematiker sich auch mit Geometrie beschäftigt hatte, war bekannt; schon Chasles that eines Traktats »De trian-

[1] Diese Art der Bestimmung erhielt sich lange; auch in der unlängst durch Studnička (Prag 1886) edierten Trigonometrie des Tycho Brahe heifst es z. B.: Gegeben sind von einem sphärischen Dreieck drei Seiten, also kennt man auch die drei Winkel.

[2] So stehe hier Aufgabe 4 des Traktats nach Curtzes Lesung. »Si numerus datus fuerit in duo divisus, quorum quadrata pariter accepta sint data, erit utrumque datum modo premisso. Si enim g, scilicet quadrata conjuncta, fuerit notus, erit et duplum d, subtrahendo quadrata parcium conjuncta de quadrato tocius numeri; quo de g sublato remanebit h, quadratum differencie, cujus radix extracta l sit nota; erunt omnia data. Opus idem. Divisus quippe sit X in duo, quorum quadrata sint LVIII, quo de C remanebunt XLII, quibus demptis de LVIII remanebunt XVI, radix cujus est IIII, et ipsa est differencia porcionum, que fient VII et III; ut prius.«

Modern algebraisch eingekleidet, gewinnen allgemeiner und besonderer Fall offenbar diese Gestalt:

$$x + y = a,$$
$$x^2 + y^2 = g,$$
$$x^2 + 2xy + y^2 = a^2,$$
$$2xy = a^2 - g = d,$$
$$(x - y)^2 = g - d = h,$$
$$x - y = \sqrt{h} = l,$$
$$x = \frac{a + l}{2},$$
$$y = \frac{a - l}{2}.$$

$$x + y = 10,$$
$$x^2 + y^2 = 58,$$
$$x^2 + 2xy + y^2 = 100,$$
$$2xy = 42,$$
$$(x - y)^2 = 16,$$
$$x - y = 4,$$
$$x = 7,$$
$$y = 3.$$

Die Markierung jeder einzelnen Etappe im Rechnen, das ängstliche Vermeiden einer Verbindung verschiedener Buchstaben, ist bezeichnend für das ganze Kindheitsalter der Buchstabenrechnung und noch im XVII. Jahrhundert die Regel.

gulis« aus seiner Feder Erwähnung und auch durch Montfaucons Handschriftenkatalog war man davon unterrichtet, dafs bei San Marco in Florenz ein »Liber Jordani de Alamania de triangulis« zu finden sei. Die Hebung dieses Schatzes, und als solchen wird wohl jeder Freund mathematischer Geschichtsforschung das Buch mit dem Verf. zu bezeichnen bereit sein, verzog sich freilich bis in die neueste Zeit. Mit rühmenswertem Eifer unterzog sich Curtze dieser Aufgabe; er wies zunächst nach[1], dafs in einem Dresdener Kodex die sämtlichen Arbeiten des Jordanus Nemorarius vereinigt seien, dehnte sodann seine Nachforschungen auch auf die an alten mathematischen Handschriften reiche Bibliothek zu Basel aus und wufste sich so allmählich in den Besitz alles Materials zu setzen, um eine kritische Ausgabe des Textes liefern zu können. Wir hoffen, dafs dann, wenn diese Zeilen zur öffentlichen Kenntnis gelangen, das Publikum auch bereits im Besitz dieser Ausgabe sich befinden werde; vorläufig sind wir durch das liebenswürdige Entgegenkommen des Herausgebers in den Stand gesetzt, einigen Aufschlufs über den hochwichtigen Inhalt der Schrift zu erteilen. Jordanus beginnt mit einer philosophischen Einleitung, welche die einzelnen geometrischen Elementargebilde durch ihre »Kontinuitätsverhältnisse« zu definieren sucht und deshalb für die Geschichte der Geometrie von einem gewissen Interesse ist, weil sie in keinem Zuge den scholastischen Charakter verleugnet[2]. Vincenz von Beauvais, der in seinem »Speculum« auch eine Geometrie miteinflicht, hat dieselbe ganz den griechischen Mustern anzubequemen gewufst, und nur Bradwardin, sowie allenfalls auch Occam, vertreten auch als Geometer gleich entschieden ihren philo-

[1] Curtze, Über eine Handschrift der k. öffentlichen Bibliothek zu Dresden, Zeitschr. f. Math. u. Phys., Hist.-liter. Abt., 28. Band. S. 1 ff.

[2] »Continuitas est in discrecio terminorum cum terminandi potencia. Punctus est fixio simplicis continuitatis. Simplex autem continuitas in linea est, duplex quoque in superficie, triplex in corpore. Continuitas alia recta, alia curva. Rectum, quod non omittit simplex medium. Angulus autem est continuorum in continuitatis termino conveniencium. Figura vero est ex terminorum qualitate et applicandi modo forma proveniens. Superficies igitur figura accidit ex terminorum qualitate, quia alia curvis, alia curvis et rectis, alia tantum rectis terminis continetur. Et curvis quidem uno vel pluribus, rectis autem et curvis duobus vel pluribus, rectis vero tribus vel amplioribus. Et ex applicandi modo, quoniam ex eo proveniet diversitas angulorum. Quidam enim rectis aequales, et quidam minores, et quidam majores efficiuntur.« Man sieht hieraus, dafs die heute geläufige, den Griechen aber fremde Einteilung der Figuren in gradlinige, krummlinige, gebrochenbegrenzte und gemischtlinige dem scholastischen Bestreben nach möglichst allgemeinen und einwurfsfreien Definitionen ihren Ursprung zu danken hat.

sophischen Parteistandpunkt. Der eigentliche Inhalt von Jordans Geometrie zerfällt in vier Bücher. Das erste enthält eine elementare Dreieckslehre. Es wird ein Kriterium dafür aufgestellt, ob ein Dreieck spitz-, stumpf- oder rechtwinklig ist[1], die Sätze von den gleichen oder ungleichen Winkeln und den ihnen gegenüberliegenden Seiten eines Dreiecks werden formuliert, sodann werden die Winkel zweier Dreiecke verglichen, welche Grundlinie und Höhe gleich haben, hierauf wird gezeigt, dafs die Flächen zweier basisgleicher Dreiecke sich wie die zugehörigen Höhen verhalten, und als Korollar hierzu ergiebt sich, dafs für flächengleiche Dreiecke das Verhältnis der Grundlinien dem umgekehrten Verhältnisse der Höhen gleich sein mufs. Zu Eingang des zweiten Buchs begegnen wir einer Reihe von Aufgaben, um eine oder zwei gegebene Strecken so zu teilen, dafs zwischen den Abschnitten gewisse Beziehungen eingehalten sind, und an diese schliefsen sich Teilungs- und Verwandlungsaufgaben an.

Ein Dreieck soll so halbiert werden, dafs die Halbierungslinie durch einen in einer Seite gegebenen Punkt hindurchgeht, das Gröfsenverhältnis zweier Dreiecke soll dadurch bestimmt werden, dafs man beide auf die nämliche Basis bringt, ein Dreieck wird in ein anderes von gegebener Seite verwandelt, zwei Strecken sollen das nämliche Verhältnis haben, wie zwei gegebene Dreiecksflächen, ein Dreieck ist von einem aufserhalb gelegenen Punkte aus in zwei gleiche Teile zu teilen[2].

Nunmehr schaltet der Autor das erforderliche über vierte und mittlere Proportionallinien ein, weil er deren offenbar zur Lösung der drei folgenden, schwierigeren Aufgaben bedarf: Durch einen innerhalb gegebenen Punkt eine Grade so zu ziehen, dafs sie das Dreieck halbiere; einen Punkt so zu finden, dafs die von ihm auslaufenden

[1] Bezeichnet man mit a die dem Winkel α gegenüberliegende Seite, mit m_a die von dem Scheitel jenes Winkels auslaufende Mitteltransversale, so hat man:

$$\alpha \gtreqless 90^0, \text{ je nachdem } \frac{a}{2} \gtreqless m_a.$$

[2] Diese Teilungsprobleme, die teilweise gar nicht zu den leichten gehören, machen es nicht unwahrscheinlich, dafs Jordanus die euklidische Schrift über jenen Gegenstand vor Augen gehabt habe. Freilich ward die arabische Überarbeitung dieser Schrift erst um 1533 durch den Engländer Dee zum Abdruck gebracht (Cantor, Vorlesungen etc., S. 247; Ofterdinger, Beiträge zur Wiederherstellung der Schrift des Euklid über die Teilung der Figuren, Ulm 1853); indessen ist ja gar nicht auszuschliefsen, dafs ein solches arabisches Exemplar bereits zur Zeit der Kreuzzüge seinen Weg nach Deutschland gefunden haben könnte. Und Quellenangabe gab es damals nicht.

Eckstrahlen das Dreieck in drei gleiche Teile teilen[1]; aus der Ecke eines Vierecks heraus dessen Fläche zu halbieren. Im dritten Buche wendet sich der Verf. zu der Lehre vom Kreis. Es tragen aber sämtliche Lehrsätze dieses Abschnitts einen etwas eigentümlichen Charakter; würden wir nämlich dieselben in der uns geläufigen Form schreiben, so würden fast ausschliefslich die Zeichen $>$ und $<$ zur Anwendung zu kommen haben. Der einzige mehr positiv lautende Satz besagt, dafs eine durch den Berührungspunkt zweier Kreise gelegte grade Linie Bogen abschneidet, welche gleichen aliquoten Teilen der ganzen Peripherie gleichkommen. Dafür deckt sich der Inhalt des vierten Buchs, welches von den dem Kreise ein- und umbeschriebenen Figuren handelt, wieder mehr mit unsern jetzigen Vorstellungen. Zunächst kommen ein paar isoperimetrische Sätze, dann solche über ein- und umbeschriebene Vielecke, wie z. B. dafs ein nach den Ecken zentrisches Parallelogramm ein Rechteck, ein nach den Seiten zentrisches ein Rhombus sein müsse; auf einige generelle Betrachtungen über das Einzeichnen regelmäfsiger Polygone in den Kreis folgt die spezielle Anweisung für Dreiecke, Vierecke, Achtecke. Von da springt der Verfasser ab auf die Quadratur des Kreises[2]. Proposition 17 verlangt, dafs einem gegebenen Quadrat ein Gnomon von gleichfalls gegebener Gröfse anbeschrieben werde, Prop. 18 stellt fest, dafs unter allen Parallelogrammen, die zwei anstofsende Seiten gleich haben, das Rektangel den gröfsten Flächen-

[1] Der fragliche Punkt ist bekanntlich der Schwerpunkt, auf den sich mithin der deutsche Mathematiker von einer ganz andern Seite her geführt sieht, als es infolge der archimedischen Schrift: »De aequiponderantibus« geschehen sein würde.

[2] Die Zirkelquadratur des Jordanus könnte möglicherweise auch aus dem Morgenlande ihm zugekommen sein. Er setzt nämlich fest, dafs das Quadrat, welches die mittlere Proportionale zwischen dem gegebenen Kreise und dem ihm umbeschriebenen Quadrate darstellt, zuerst bekannt sein müsse; das erinnert aber sehr an die Behauptung des Psellus, dafs das einem Kreise umbeschriebene Quadrat sich zur Kreisfläche verhalte, wie diese Kreisfläche zu dem ihr einbeschriebenen Quadrate. Vgl. Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band. S. 281. Träfe unsere Mutmafsung zu, dafs die offenbar einer mifsverständlichen Deutung der richtigen Ansichten Antiphons und Brysons (Bretschneider, Die Geometrie und die Geometer vor Euklides, Leipzig 1872. S. 125 ff.) entstammende Quadratur des Psellus dem Jordanus bekannt gewesen sei, so wäre dies immer noch der einzige Fall einer geistigen Beziehung zwischen abendländischen und oströmischen Gelehrten. Denn damals lebten und wirkten in Byzanz Mathematiker, die immerhin für ihre Zeit ein gewisses Verdienst beanspruchen mochten. Es genügt, — ohne scharfe Berücksichtigung der Zeitunterschiede — die Namen Pediasimus, Barlaam, Isaak Argyrus, Nikolaus Rhabda, Moschopulus zu nennen.

inhalt habe, Prop. 19 sucht das Analogon dieses Satzes fürs Dreieck auf, Prop. 20 erledigt die Aufgabe der Trisektion für einen beliebigen Winkel[1], Prop. 21 die berühmte Aufgabe der zwei mittlern Proportionalen (delisches Problem) im Sinne des Archytas[2]. Die für die Konstruktion des regulären Siebenecks angegebene Regel ist schwer verständlich; merkwürdigerweise scheint Jordanus ihr einen indischen Ursprung zuzuschreiben. Im weiteren Verlaufe begegnen uns noch metrische Sätze vom Dreieck[3] und von den Proportionen[4].

Ein eigentliches System ist, wie man sieht, in diesem Traktat nicht zu erkennen, aber inhaltlich mufs uns derselbe doch im höchsten Grade interessieren. Curtzes Mühewaltung danken wir die Erkenntnis, dafs es schon im XIII. Jahrhundert auf deutschem Boden eklektisch abgefafste Lehrbücher der Geometrie gab, welche sich nichts weniger denn sklavisch an die klassisch-arabischen Muster hielten. Dafs allerdings irgendwo und irgendwann ein wirklicher Unterricht auf ein solches Lehrbuch begründet worden sei, das ist nicht nachzuweisen. Wenn Jordanus, wie viele glauben, Dominikaner war, so hatte er nach den oben (in Kap. II) gegebenen Aufklärungen doch immerhin Gelegenheit, wenigstens einzelne Esoteriker in seine Gedankenkreise einzuführen. Spuren derartiger Lehrthätigkeit sind jedenfalls nicht vorhanden.

Der Zeit nach würde auf Jordanus Nemorarius der Pariser Professor Johann von Halifax (Holywood) folgen, ein Northumberländer, dessen Bedeutung, am Mafsstabe strenger Wissenschaftlichkeit gemessen, gar keine sehr grofse wäre, der aber, wie man ohne Übertreibung sagen kann, durch seine Schulbücher äufserst segensreich

[1] Nach Curtze stimmt die Auflösung wörtlich mit derjenigen überein, welche die drei arabischen Brüder kennen und lehren (Curtze, Der Liber trium fratrum de geometria, Nova Acta der ks. leop.-karol. Akademie, 49. Band. S. 155 ff.) Es ist wieder die später von Pascal »limaçon« genannte Muschellinie, welche die Lösung vermittelt.

[2] Siehe hierüber Reimer, Historia problematis de cubi duplicatione, Göttingen 1798.

[3] Der beachtenswerteste dieser Sätze dürfte der sein, dafs, wenn durch die Höhe h_c auf c die Segmente s_a und s_b gebildet werden,

$$a^2 - s_a^2 = h^2 = b^2 - s_b^2, \text{ somit auch } a^2 - b^2 = s_a^2 - s_b^2$$

ist. Bei Jordanus erscheint diese Gleichung in Proportionsform:

$$(a + b) : (s_a + s_b) = (s_a - s_b) : (a - b).$$

[4] Der Herausgeber ist geneigt, anzunehmen, dafs Jordanus bei Niederschrift dieser Schlufsabteilung seines Traktats den »Tractatus de proportionalitate« eines Ahmed ben Josef vor Augen gehabt habe. Unter allen Umständen scheint also festzustehen, dafs ersterer mit der arabisch-mathematischen Litteratur recht gut vertraut war.

gewirkt hat. Sowohl über seine Astronomie, als auch über seine Arithmetik wird im nächsten Paragraphen das notwendige zu sagen sein[1]. Ein anderer Engländer, Johann von Norfolk, trat als Arithmetiker in die Fufstapfen seines Landsmannes[2]. Auch eines Franzosen, des Alexander de Villa Dei, sei hier vorübergehend gedacht. Dessen grammatisches Lehrbuch hat in Deutschland fast unermefslichen Einflufs geübt; weniger scheinen seine mathematischen Schriften aufserhalb der Heimat ihres Verfassers Verbreitung gefunden zu haben[3].

Gegen das Ende des XIII. Jahrhunderts lebte der Optiker Witelo, dessen durchaus selbständige Überarbeitung der Optik des Arabers Jbn Haitham oder Alhazen den Beweis liefert, dafs auch die exakte Physik — denn die als »Physik« umlaufende Naturphilosophie der Peripatetiker ist nun einmal etwas ganz anderes — bei gehöriger Pflege in unserm Vaterlande einen günstigen Boden hätte finden können. Witelo war ein belesener Mann; er wendet Hilfssätze an, die er den Schriften des Euklid, Archimedes, Apollonius und Pappus entnommen hat[4]. Was seine eigenen Leistungen angeht, so möchten hervorzuheben sein seine Gedanken über den Regenbogen, den er, ganz der Natur entsprechend, auch an Wasserfällen

[1] Nähere Angaben über diesen Autor, der unter seinem latinisierten Namen Johannes a Sacro Bosco (Busto) — oder kurzweg Sacrobosco — bekannter ist, enthalten nachstehende Werke: Wolf, Geschichte der Astronomie, S. 208 ff.; Halliwell, Rara Mathematica, S. 1 ff.

[2] Halliwell (a. a. O., S. 94 ff.) teilt einiges über »Johannis Norfolk in artem progressionis summula« mit. Daselbst wird Sacroboscos beschränkter Begriff einer gesetzmäfsig fortschreitenden Reihe erweitert, es wird die Trichotomie der Progressionen in eine arithmetische, geometrische und musikalische (»musica seu armonica«) ausgesprochen, und es wird zugleich bemerkt, dafs jede Progression in eine Kette von stetigen Proportionen aufgelöst werden könne.

[3] In der von uns schon mehrfach zitierten Ausgabe von Tritheims »Liber de scriptoribus ecclesiasticis« sind (S. 112) folgende Werke Alexanders als in unser Bereich gehörig verzeichnet: De computo ecclesiastico; De sphaera; De arte numerandi. Seine Stellung in der Geschichte der Grammatik charakterisiert eine Programmabhandlung von K. J. Neudecker, welche uns auch manch andere schätzenswerte Nachricht geliefert hat (Das Doktrinale des Alexander de villa Dei und der lateinische Unterricht während des späteren Mittelalters in Deutschland, Pirna 1885). Zu erwähnen ist noch J. J. Baebler: Beiträge zu einer Geschichte der lateinischen Grammatik im Mittelalter, Halle a. d. Saale 1885, Verlag des Waisenhauses (S. 116 bis 169). Übrigens wird innerhalb der M. G. P. eine Neuausgabe des Doctrinale erscheinen. Dr. D. Reichling in Heiligenstadt hat hierfür seit Jahren schon umfangreiche und von den besten Erfolgen begleitete Vorstudien gemacht.

[4] Chasles, Gesch. d. Geom., S. 605 ff.

beobachtet haben will, sein Hinweis darauf, dafs parabolische Brennspiegel besseres leisten, als sphärische, und sein Versuch, die Einfalls- und Brechungswinkel verschiedener Stoffe einander tabellarisch gegenüberzustellen[1]. Nicht viel verschieden von derjenigen Witelos war die Lebenszeit des Engländers Peckham (1228—1292), Erzbischofs von Canterbury[2]. Wiewohl sein Auszug aus Alhazen einen weit geringern Wert hat, als die teilweise originale Arbeit Witelos, so hat sie doch trotzdem — oder vielleicht ebendeswegen — bei den Zeitgenossen weit mehr Anklang gefunden. Die Optik erfreute sich in jener Periode überhaupt mehrerer Freunde; um 1311 trat ein deutscher Dominikaner mit seiner Schrift »de radialibus impressionibus« hervor[3], und auch von einem anonymen Autor ist ein optisches Fragment von ganz merkwürdigem Inhalt vorhanden (siehe Seite 165, Note *).

Wiederum ist es ein Engländer, zu dem uns jetzt unsere chronologische Aufzählung führt, doch auch seine Schriften haben, wie

[1] Witelos Brechungstabelle ist viel genauer als die ptolemaeische; nur leidet sie, da man von einer totalen Reflexion damals noch nichts wufste, an dem Übelstande, dafs einige unmögliche Winkel in ihr vorkommen. S. Heller, Gesch. d. Phys., 1. Band. S. 206 ff. Manuskripte dieser Optik sind mehrfach vorhanden; Curtze hat verschiedene derselben verglichen, darunter wahrscheinlich auch eines, dessen Luca Pacioli gedenkt (Bonc. Bull., Tomo IV. S. 78 ff.). Da der von Risner (Basel 1572) veranstalteten Ausgabe der Name des Verfassers als Thuringo-Polonus Vitellio vorgesetzt ist, so hat sich diese Schreibart derart bei uns eingebürgert, dafs sie auch in den besten Werken über Geschichte der Physik immer wiederkehrt. Curtze jedoch hat den Nachweis geführt, dafs die Handschriften nur einen Magister Witelo (Witilo, Bitelo) kennen, und da zudem dieser Name in thüringischen Urkunden des XIII. Jahrhunderts sehr häufig vorkommt, so ist für jeden Unbefangenen erhärtet, dafs unser Optiker wirklich aus Mitteldeutschland stammte und zumal mit der polnischen Adelsfamilie Ciolek nichts zu thun hatte. Den Detailnachweis gibt eben Curtze (Sur l'orthographie du nom et sur la patrie de Witelo (Vitellion), Bonc. Bull., Tomo IV. S. 49 ff.).

[2] Nicht leicht ist, selbst in dem aller Rechtschreibung abholden Mittelalter, ein Eigenname so entstellt worden, wie derjenige des genannten Kirchenfürsten. Da heifst es bald Peckham, bald Pechamus, Pechebam, Pethanus, Pathhan, Pichanus, Petsanus; ja sogar zu einem Pisanus wird der Brite umgestempelt.

[3] Es ist nicht wahrscheinlich, dafs dieser Theodorich, wie Heller (Gesch. d. Phys., 1. Band. S. 208) angibt, ein Sachse gewesen sei. Poggendorff beschäftigt sich (Biogr.-liter. Handwörterbuch, 2. Band. Sp. 1090) eingehend mit der Frage, welcher von den beiden Theodorichs, die nach der Tradition des Predigerordens über Optik schrieben, der hier gemeinte sei, und kommt zu dem Schlusse, dafs dies nicht Theodorich von Apolda (geb. um 1228, gest. um 1300), sondern Theodorich von Freiburg i. B. war, der in Paris studiert und um 1310 ein Vikariat in Deutschland angenommen haben soll. Das bezügliche Manuskript lag unbeachtet in Basel, bis Venturi auf dasselbe aufmerksam wurde und es in seinen »Commentari sopra la storia e la teoria

diejenigen seines Landesgenossen Peckham in Deutschland Leser gefunden. Thomas de Bredwardin, gewöhnlich jedoch Bradwardinus genannt, war von 1325 an Prokurator der Universität Oxford und erwarb sich durch seine gelehrten Vorträge über Theologie, Philosophie und Mathematik den Namen eines »Doctor profundus«; später zum Kanzler der Paulskirche und zuletzt zum höchsten kirchlichen Ehrenamte Englands befördert, bekleidete er diese Würde nur ein Jahr, indem er 1349 starb[1]. Seine Werke sind grofsenteils gedruckt worden[2]. Bradwardin kennt die griechischen Mathematiker genau, aber auch mit Boethius' und Camponos Werken zeigt er sich vertraut, wie aus der von Chasles[3] durchgeführten eindringenden Analyse seiner Werke hervorgeht. Er führt eine Reihe isoperimetrischer Sätze auf, darunter den, dafs von allen umfangsgleichen Figuren der Kreis den gröfsten Inhalt hat, er kennt die Inkommensurabilität der Seite und Diagonale eines Quadrats (s. S. 166, N. *), er beschäftigt sich endlich auch mit jenen Polygonen,

dell' ottica« (Bologna 1814) abdrucken liefs. Einen Auszug daraus brachten Gilberts »Annalen der Physik« (52. Band. S. 405 ff.). Was den Inhalt anbelangt, so stimmt Theodorichs Erklärung des Regenbogens im wesentlichen überein mit derjenigen des Cartesius; Regenbogen und Neben-Regenbogen werden als durch mehrfache Brechungen und Zurückwerfungen entstanden aufgefafst. Nur vor der Begründung der Farbenerscheinungen macht Theodorich halt. Vgl. auch: Gnau, der Regenbogen, Humboldt, 2. Jahrgang. S. 226.

* Der Titel dieses von Curtze (Analyse einer Thorner Handschrift, S. 7 ff.) beschriebenen Bruchstücks hat den Wortlaut: »Utrum visio corporis que fit per radiorum reflexionem et refractionem possit esse equalis visioni que fit per rectam radiorum radiationem«. Es gewährt Interesse, zu sehen, wie man sich damals mit der Erklärung der Thatsache abplagte und abfand, dafs Hohlgläser vergröfserte Bilder liefern.

[1] Die näheren Nachrichten über die Lebensumstände Bradwardins sind der Zusammenstellung Curtzes (Analyse etc., S. 37 ff.) entnommen.

[2] Die »Geometria speculativa« kam zu Paris in den Jahren 1495, 1496, 1504, 1511 und 1520 im Drucke heraus, die »Arithmetica speculativa« ebenda 1496, 1505 und 1512, der Traktat »De proportionibus velocitatum« zu Venedig im Jahre 1505. Nicht bekannt scheint zu sein, wo Bradwardins trigonometrische Studien niedergelegt wurden, denn dafs er solche betrieb, erhellt daraus, dafs in einer von Curtze (Reliquiæ Coppernicanæ, Zeitschr. f. Math. und Phys., 19. Band. S. 223 ff.) untersuchten Handschrift des Vatikans (Nr. 3102) der Optiker Pekkam den Satz

$$\text{tang.}\ \text{cotang} = 1$$

als eine Erfindung des erstgenannten bezeichnet. Natürlich sieht die Fassung des Satzes in der üblichen arabischen Terminologie etwas anders aus: »Inter umbras et umbrosum testis est proportio, quod ipsa res semper est medio loco proportionalis inter umbram suam, rectam scilicet et versam«. Näheres über diese Ausdrücke bei Cantor (Vorlesungen, S. 642).

[3] Chasles, Gesch. der Geom., S. 411 ff.

welche einspringende Winkel besitzen[1]. Der von Chasles noch als authentisch angesehene »Tractatus de quadratura circuli« ist sehr wahrscheinlich unecht. Neben Jordanus Nemorarius (vgl. Note 2 S. 159) erscheint Bradwardin als einer der ersten, welche »Philosophie der Mathematik« betreiben; er hat mathematische Betrachtungen in die Theologie einzuführen gesucht[2] und eine besondere Monographie über den Begriff der Stetigkeit geschrieben, in welcher er die Konsequenzen fraglichen Begriffs nach der mathematischen, philosophischen und naturwissenschaftlichen Seite hin zu beleuchten versucht[3]. Auch der Arithmetik war, wie im nächsten Paragraphen noch besonders darzulegen sein wird, seine rührige Feder dienstbar. — Ein kleineres geometrisches Werk, welches als Codex Ottobonianus 1389 in der vatikanischen Bibliothek aufbewahrt wird, ist bald dem Bradwardin, bald dem dänischen Mathematiker Petrus de Dacia zugeschrieben worden. Dieser letztere war unter allen skandinavischen Mathematikern, deren Anzahl überhaupt nach Eneströms Ermit-

* Die Erkenntnis der wichtigen Wahrheit, dafs 1 und $\sqrt{2}$ inkommensurable Zahlen seien, eignete bereits der ältern pythagoreischen Schule, allein im Mittelalter hatte man anscheinend vor Bradwardin den Satz ganz vergessen (Hankel, Zur Gesch. der Math., S. 102).

[1] Ausführlich beschäftigt sich mit des Bradwardin Verdiensten um die Ausbildung einer allgemeinen Vieleckslehre, bei der auch die Polygone mit sich selbst durchsetzendem Perimeter — d. h. die Sternpolygone — nicht vergessen wurden, das erste Kapitel in des Verf. »Verm. Untersuch. z. Gesch. der math. Wissenschaften« (Leipzig 1876).

[2] Diese Seite von Bradwardins Thätigkeit beleuchtet eine akademische Gelegenheitsschrift von Lechler »De Thoma Bradwardino« (Leipzig 1862).

[3] Die Definition, auf der alle folgenden Distinktionen beruhen, ist folgende: »Continuum est quantum, cujus partes ad invicem copulantur. Continuum permanens est continuum, cujus partes singulæ manent simul. Continuum successivum est continuum, cujus partes succedunt secundum prius et posterius«. In die erste Kategorie gehören Linien, Flächen, Körper — »punctus est indivisibile situatum« —, in die zweite Zeit und Bewegung. Unter den notwendig aus dem Begriffe der Stetigkeit entspringenden Eigenschaften der Materie wird auch die Undurchdringlichkeit genannt. Einige Schwierigkeit verursacht unserm Philosophen die Atomistik, ohne welche gewisse Naturerscheinungen nicht wohl zu erklären sind, doch hilft er sich darüber hinweg mit der freilich rein nominalistischen Bestimmung: »Omnia continua habere atoma infinita, sed ex atomis non componi«. Offenbar schwebt ihm dabei die Elementargeometrie vor: Auf einer noch so kleinen Strecke lassen sich unendlich viele Punkte angeben, und doch kann die Strecke nicht durch Aneinanderreihung von Punkten erzeugt werden. Denn nachher geht er eben zu diesen letzteren Fragen selbst über und wendet nicht weniger als 36 Sätze auf, um darzuthun, dafs Linien nicht Aggregate von Punkten, Flächen nicht Aggregate von Linien, Körper nicht Aggregate von Flächen seien.

telungen[1] im Verlaufe des Mittelalters keine erhebliche gewesen, unstreitig der hervorragendste, und da wir eben durch die Bemühungen des genannten schwedischen Forschers seine Leistungen klarer zu überblicken in den Stand gesetzt wurden, so empfahl es sich, in Note [2] Leben und Wirken des Petrus de Dacia übersichtlich zu besprechen.

Um jene Zeit geschah es auch, dafs die erste mathematische Schrift in mittelhochdeutscher Sprache das Licht der Welt erblickte[3]. Der Verfasser derselben ist Konrad von Megenberg, ein universell gebildeter Mann, von dem bisher die Philologen zwar gebührende, die Historiker der exakten Wissenschaften hingegen

[1] Obwohl wir eine Monographie wenigstens über die schwedischen Mathematiker besitzen (Droysen, Festrede von den Verdiensten der schwedischen Gelehrten um die Mathematik und Physik vom 1. November 1799, Archiv der Math. u. Phys., 40. Teil. S. 399ff.), so ist diese für die alte Zeit doch völlig unzureichend, und es ist deshalb sehr erfreulich, dafs Eneström (Anteckningar om mathematikern Petrus de Dacia och hans skrifter, Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1885. Nr. 3) alles gesammelt hat, was überhaupt von skandinavischen Vertretern unsers Fachs im Mittelalter zu sagen ist. Es sind der Namen nur wenige, aus Norwegen sogar nur Einer, nämlich derjenige des Lagmanns Hauck Erlendssön, der über Algorismus und Kreisrechnung geschrieben hat. P. A. Munck nahm 1848 diese im Codex Arnamagnæanus enthaltenen Schriften in seine »Annalen for Nordisk Oldkyndighet og Historie« auf. Der erste Schwede, der nachweisbar Mathematik betrieb, war Olaus Johannis in Upsala, der 1480 zum ersten Buche des Euklides einen Kommentar verfafste. Ihm folgt als ziemlich eifriger mathematischer Schriftsteller der spätere Bischof Peder Månsson, der zwischen 1514 und 1522 mehreres herausgab, darunter eine »Regula de tri« (vgl. Hultman im 3. Bande der »Tidskrift för Mathematik och Fysik«, S. 213ff.). Der bedeutendste unter den nordischen Mathematikern ist jedenfalls Petrus de Dacia.

[2] Dieser Mann, von dem man bisher nur durch eine kurze Notiz des Trithemius wufste, lebte in der ersten Hälfte des XIV. Jahrhunderts. Es ist nach Eneström wahrscheinlich, dafs er Dominikaner und vorübergehend (1337) Rektor der Pariser Hochschule war. In einer Handschrift ist von ihm als »Petrus de Dacia, bonus compotista in villa Parisiensi« die Rede. Sein Hauptwerk waren Erläuterungen zum Algorismus des Sacrobosco, davon werden Manuskripte mit verschiedenen Titeln zu München, Oxford und im britischen Museum aufbewahrt. In der Vatikana befindet sich eine Handschrift mit der Bezeichnung: Tabula magistri Petri Philomene de Dacia ad inveniendam propositionem cujusvis numeri. Sechs römische Kodizes enthalten sein Kalendarium, elf seinen für die Komputisten wichtigen Traktat über die Berechnung des Orts und Alters des Mondes für eine gegebene Zeit. Auch konstatierte Eneström im Vatikan, worauf schon Curtze (s. o.) hingewiesen hatte, dafs die »Summa artis geometriae valde bona edita a magistro Petro de Dacia« eine auffallende Ähnlichkeit mit Bradwardins »spekulativer« Geometrie verrät.

[3] Nimmt man Notkers althochdeutsche Musik (s. o. Kap. II) aus, so würde der oben erwähnten sogar die volle Priorität zufallen.

unglaublich geringe Notiz genommen haben[1]. Konrad hat in Erfurt und in Paris studiert; Anno 1337 will er an letzterm Orte einen grofsen Kometen beobachtet haben, der seinen »Sterz« gegen Deutschland kehrte. Von Paris begab er sich nach Wien, und dort dürfte wahrscheinlich das oben genannte Buch, »die deutsche Sphära«, zustande gekommen sein, deren Inhalt sich natürlich so ziemlich mit derjenigen des Sacrobosco deckt[2]. Aber Konrads didaktische Schriftstellerei war hiermit keineswegs erschöpft, vielmehr schrieb er um 1350 sein grofsartiges »Buch der Natur«, eine Enzyklopädie des gesamten Naturwissens seiner Zeit[3]. Obwohl nicht Original im strengen Wortsinne[4], ist dasselbe doch ein Werk, das seinen Meister lobt. Vor allem ist die Astronomie fast ganz selbständige Schöpfung des Autors[5]. Von merkwürdigen Einzelheiten möchte hervorzuheben sein die scharfe Polemik gegen die oberhimmlischen Gewässer (s. o.), der Umstand, dafs die Namen der Planeten germanisiert werden (Helfvater = Jupiter, Streitgott = Mars, Kaufherr = Merkur), und die eigentümliche Erklärung der Mondflecke[6]. Auch die Physik ist

[1] Aufmerksam ward die Gelehrtenwelt auf Konrad zuerst durch Schmellers »Bemerkungen über Chunrad von Megenberg, Domherr zu Regensburg im XIV. Jahrhundert, und über den damaligen Stand der Naturkunde im deutschen Volke« (Jahresber. d. k. bayr. Akad. d. Wissensch., 3. Band. S. 41 ff.).

[2] Das »erste deutsche Handbüchlein der Physik und Astronomie« wurde von Diemer (Kleine Beiträge zur ältern deutschen Sprache und Litteratur, Wien 1851. S. 60 ff.) der Vergessenheit entrissen. Zwei Handschriften davon bewahrt München, eine dritte Graz. Diemer weist nach, dafs Konrad Heinfogels »Sphäre« von 1516 ein wenig erweiterter Abdruck des Buches Megenbergs ist, und dafs dieses auch zu Köln (1519) und zu Strafsburg (1533 und 1539) nachgedruckt wurde.

[3] Eine musterhafte Monographie über dieses Werk ist diejenige Pfeiffers: Das Buch der Natur von Konrad von Megenberg; die erste Naturgeschichte in deutscher Sprache, Stuttgart 1861.

[4] Natürlich kannte und benützte Konrad die vorhandenen Vorarbeiten, als da sind der Physiologus, die Aurea Gemma, die Mainauer Naturlehre etc.; mehr noch entnahm er seiner eigenen Ansicht nach dem Albertus Magnus oder eigentlich der »natura rerum«, die Thomas Cantimpratensis, ein Schüler Alberts, zwischen 1230 und 1244 zusammengestellt hat. Dieses Werk ward niemals in der Ursprache gedruckt, von Vincentius Bellovacensis aber tüchtig für seinen »Naturspiegel« ausgenützt und zuletzt von einem gewissen Königschlaher, Schulmeister und Stadtschreiber in dem oberschwäbischen Städtchen Waldsee, ins Deutsche übertragen. Diese Übersetzung ist in Stuttgart noch vorhanden.

[5] Pfeiffer, a. a. O., S. XXXV.

[6] Ibid. S. 55 ff. S. 65. Die auf die Mondflecke bezügliche Stelle ist: »es ist darumb, daz der mön an den stucken dicker ist an seinem antlütz, wann an andern enden, und darumb nimmt er dâ selben der sunnen schein nicht,

oft bemerkenswert; Konrad weifs genau, wie der Reif entsteht[1], und erweitert die Kenntnisse seiner Zeit betreffs des Regenbogens[2]. Konrad von Megenberg hat nicht umsonst gelebt, er hat naturwissenschaftliche Bildung in weite Kreise getragen, sein Buch war noch im XVI. Jahrhundert hochgeachtet und hat bis in die neuere Zeit herein einen unverkennbaren Einfluſs als »Volksbuch« ausgeübt.

An diese kurze Biographie Megenbergs reihen wir gleich noch die einiger anderer deutscher Mathematiker an. In Paris lernten und lehrten anscheinend zwei Freunde, deren deutsche Abkunft für den einen, Johannes Denck oder Danck aus Sachsen, schon durch den Namen und Beinamen sichergestellt, für den andern, Johannes de Ligneriis, wenigstens durch eine Angabe Baldis wahrscheinlich gemacht ist. Auf das, was dieser Geschichtschreiber und was Tritheim von beiden Männern zu berichten wissen, stützt sich auch wesentlich unsere ganze Kenntnis[3]. Unsicher ist zur Zeit

dâ von scheinent uns diu selben stuck vinster«. Ganz zutreffend wird demnach die Ungleichförmigkeit im Anblick der Mondscheibe darauf zurückgeführt, daſs nicht alle Teile derselben die nämliche Reflexionsfähigkeit besitzen.

[1] Ibid. S. 85. »Der reif wirt auz der selbenlei dunst, dar auz daz taw wirt, jedoch muz diu kelten groezer sein, diu den reifen macht, wan diu daz taw macht.«

[2] Ibid. S. 98. Der vorher niemals erwähnte weifse Regenbogen ward von Konrad in Nördlingen beobachtet. Indem er dies erzählt, schaltet er auch eine Erörterung über »Perspektive« ein. Mit dieser beschäftigen sich ihm zufolge die Meister, die alle ihre Kunst auf »spiegelwerch« richten.

[3] Bernardino Baldi (1553—1617) hinterlieſs handschriftlich wertvolle »Lebensbeschreibungen von Mathematikern«. Fürst Boncompagni hat einen Abschnitt daraus herausgegeben (Intorno alle vite inedite di tre matematici Giovanni Danck di Saxonia, Giovanni de Lineriis & Fra Luca Pacioli; scritte di B. Baldi, Bonc. Bull., Tomo XI. S. 352 ff.); der Herausgeber meint allerdings, daſs Baldi kaum andere Quellen als Tritheim gekannt haben dürfte. Dieser letztere aber weifs in seinem »Liber de ecclesiasticis scriptoribus« (Ausgabe von 1718, S. 140) folgendes zu berichten: »Johannes de Ligneriis, philosophus et astronomus omnium suo tempore celeberrimus, qui hanc disciplinam a memoria hominum jam pene abrasam magnifice instauravit, in gymnasio Parisiensi eruditionis suae laudes ingentes acquisivit, ubi hujusce facultatis cooperatores et consocios habuit, viros mathematicae scientiae doctissimos, Johannem de Saxonia, Johannem de Muris, et Bernardum, philosophos et astronomos insignes, qui et ipsi varia opuscula conscripserunt. De opusculis autem hujus Johannis de Ligneriis, quamquam multa et praeclara scripsit, paucissima vidi, scilicet: Canones primi mobilis, Tabulas ejusdem, de Sphaera quoque.« Als Lebenszeit beider wird 1330 angegeben; nach Guazzo schied De Ligneriis im Jahre 1350 aus dem Leben. Aufser den Werken, die letzterm von Trithemius beigelegt werden, sah Baldi auf der herzoglichen Bibliothek zu Urbino noch andere, die aus seiner Feder stammten, nämlich je einen Traktat über

noch, ob Johannes de Ligneriis und Johannes de Liveriis als eine oder als zwei Personen zu gelten haben; ein gründlicher Kenner mittelalterlicher Mathematik entscheidet sich für die letztere Alternative: Liveriis habe viel früher gelebt, als Ligneriis[1]. Der Sachse Denck mufs irgendwo eine Lehrstelle bekleidet haben, wo aber, das scheint nicht mehr auszumitteln zu sein. Jedenfalls wird ein etwas später lebender mathematischer Schriftsteller Eliger unzweideutig als Schüler Dencks bezeichnet[2]. Es wäre dringend zu wünschen, dafs über diese kleine deutsche Gruppe durch archivalische Forschung etwas mehr Licht verbreitet werden möchte[3].

die Armillarsphäre, über das Astrolab, über die Bilder der Fixsterne, über das Aequatorial und über Minutienrechnung. Wir kennen die Schrift »Canones primi mobilis et super tabulas equationum planetarum« aus eigener Anschauung nach einem Mailinger Kodex, doch macht es fast den Eindruck, als liege hier eine spätere Überarbeitung vor, denn eingangs finden sich Berechnungen der Sinus, weiterhin Erörterungen über das Torquet und das geometrische Quadrat — lauter Dinge, denen man sonst erst im XV. Jahrhundert zu begegnen gewohnt ist. Von Denck führt Tritheim Abhandlungen »De astrolabio«, »De incensionibus«, »Canones Eclipsales«, »Canones Tabularum« an; letztere Schrift (Kommentar zu den alphonsinischen Tafeln) macht auch Baldi namhaft und dazu noch Scholien zur Astrologie des Alkabitius. Der Titel »Von den Entzündungen« kann Verlegenheiten bereiten; wir vermuten, dafs damit auf die Hypothese angespielt ist, nach welcher Kometen und andere Meteore sich dann entzünden sollen, wenn gewifse Planeten zu einander in Konjunktion treten.

[1] Steinschneider, Intorno a Johannes de Lineriis (de Liveriis) e Johannes Siculus, Bonc. Bull., Tomo XI. S. 345 ff.

[2] Die Angaben des Trithemius über den Schüler Dencks sind (a. a. O., S. 146) nachstehende: »Johannes Eligerus de Gondersleven, natione Teutonicus, Johannis de Saxonia clarissimi astronomi quondam auditor, vir in secularibus literis eruditissimus, philosophus et astronomus inter omnes sui temporis celeberrimus, ac divinis scripturis sufficienter imbutus, ingenio subtilis et clarus eloquio. Scripsit in mathematica scientia non spernenda volumina, quibus nomen suum ad posteritatem transmisit. E quibus subjecta feruntur. De compositione astrolabii, De utilitate astrolabii, De utilitate quadrantis, De magnete quoque, De astrogeometro. Et alia plura. Claruit temporibus Caroli Imp. IV. et Clementis Papae sexti. Anno Domini MCCCL.« Die Aufschriften einzelner dieser Traktate, zumal des physikalischen, lassen deren Verlust doppelt beklagen.

[3] Eine freilich nicht immer klar sprudelnde Quelle, die anonyme »Geschichte der Astronomie«, führt (1. Band, S. 129 ff.) einige minder bekannte Daten über Johannes de Ligneriis und Johannes de Saxonia an, die freilich auch kein höheres Interesse erregen können. Das wichtigste ist wohl, dafs der bekannte flämische Astronom Gottfried Wendelin (1580—1660) in einem an Gassendi gerichteten und in dessen Werken (Opera omnia, Lugduni 1658. Tomus VI. S. 512) abgedruckten Briefe 48 Sternpositionen des Ligneriis verglichen und als sehr genau erfunden haben soll. Auch das »aequatorium peculiare« (s. o.), offenbar ein Instrument zur direkten Messung von Rektaszensionen, habe er nach dem Zeugnisse des Orontius Finaeus erfunden. Als sein

Mit Übergehung unbedeutender Namen haben wir aus dem XIV. Jahrhundert jetzt noch zwei Gelehrte ins richtige Licht zu stellen, die auch insofern zusammengehören, als beide Professoren an der damals noch jugendlichen Universität Wien waren. Es sind dies Albertus de Saxonia und Henricus de Hassia[1]. Der erstgenannte, dem jetzt ganz verschwundenen Flecken Riggensdorf im Vorharz entsprossen, starb im Jahre 1390; er war zuletzt Bischof von Halberstadt und erfreute sich namentlich seiner mechanischen Kunstleistungen halber eines solchen Rufes, dafs die Menge ihn nicht selten mit Albertus Magnus verwechselte. Seine mathematischen Schriften sollen bereits in Padua als Vorlesebücher gedient haben; seine Proportionenlehre ward 1495, sein Traktat »De latitudinibus formarum« ebendaselbst 1505 gedruckt. Auch eine Schrift »De maximo et minimo«, sowie eine Diatribe über die Kreisquadratur sind seiner Feder entflossen, während man ihm einen Kommentar zu den Tafeln des Königs Alfons wohl mit Recht abspricht[2]. Prantl rühmt ihn[3] als Logiker und nennt ihn »einen auch in Mathematik und aristotelischer Physik äufserst gut geschulten

Heimatsort werde von den einen Amiens, von den andern eine deutsche Stadt genannt.

[1] Personalnachrichten über Leben und Schriften der beiden mitteldeutschen Gelehrten hat Aschbach gesammelt (Geschichte der Wiener Universität im ersten Jahrhundert ihres Bestehens, Wien 1865. S. 359 ff. S. 366 ff.). Von Langenstein, der erst in der zweiten Hälfte des Lebens seinen bisherigen Aufenthaltsort Paris mit Wien vertauschte (a. a. O., S. 30 ff.) erzählt Peurbach in der Einleitung zu seinem 1514 in Wien gedruckten Tafelwerk, er habe noch mit Ligneriis und Denck zusammen die kurze Glanzzeit der mathematischen Wissenschaften an der Pariser Hochschule erlebt.

[2] Diese Quadratur des Zirkels hat Suter zum Gegenstande für eine eingehende Untersuchung sich erwählt (Der »tractatus de quadratura circuli« des Albertus de Saxonia, Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-lit. Abteil., 29. Band. S. 81 ff.). Dafs die zur Zeit der Berner Stadtbibliothek im anscheinend einzigen Original angehörige Schrift sonst niemals erwähnt wird, glaubt Suter damit in Zusammenhang bringen zu sollen, dafs sie eben nicht zur Erklärung in Vorlesungen sich eignete, und dafs deshalb auch kein besonderer Grund zu ihrer Vervielfältigung vorlag. Albert macht den von Hippokrates von Chios begangenen Fehlschlufs mit (s. Paul Tannery, Le fragment d'Eudème sur la quadrature des lunules, Mém. de la Société des sc. phys. et nat. de Bordeaux, (2) Vol. V. S. 211 ff.); weil das auf der Viereckksseite stehende Mönchen quadrierbar ist, wird sofort auch dem auf der Sechseckksseite stehenden die gleiche Eigenschaft beigelegt. Doch begründet er hierauf keine eigentliche Verzeichnung, sondern legt den Wert $\pi = \frac{22}{7}$ zu grunde und konstruiert diesen in seiner Art ganz richtig. Die Kreismessung des Archimedes ist ihm nicht unbekannt, doch scheint er nicht den archimedischen Originaltext vor Augen gehabt zu haben.

[3] Prantl, Gesch. der Logik, 4. Band, Leipzig 1870, S. 60.

Lehrer«. Nur wenige Jahre jünger dürfte Heinrich von Hessen (1325—1397) gewesen sein, der sich nach seinem Geburtsort auch Heinrich von Langenstein zu nennen liebte. Die Thätigkeit dieses Mannes war eine ungemein vielseitige und erfolgreiche, doch ist freilich die Mehrzahl seiner handschriftlich durch alle gröfseren Bibliotheken Europas zerstreuten Arbeiten theologischer Natur. Während er noch in Paris lebte verfafste er eine »Quaestio de cometa«, die in Kassel und Wien noch vorhanden ist, und bekämpfte darin energisch Astrologie und Kometenaberglauben[1]. Es ist auffallend, aus den damaligen Gepflogenheiten des akademischen Lebens (s. u.) aber immerhin zu erklären, dafs Albert und Heinrich zugleich mit ihrer Berufung nach Wien auch ihre mathematische Schriftstellerei endgiltig aufgegeben haben.

Wir können diesen Paragraphen nicht schliefsen, ohne noch in denselben einen französischen Universalgelehrten des XIV. Jahrhunderts hineinzuziehen, welcher allen seinen eigentlichen Zeitgenossen weit überlegen und nur mit Fibonacci und Jordanus in Parallele zu stellen ist. Dies ist Nicole Oresme aus der Normandie, ein Mann, an dem wir schon um deswillen nicht schweigend vorübergehen dürfen, weil seine Geistesarbeit auch für die Studierenden unserer deutschen Universitäten ihre Frucht getragen hat. Das Andenken Oresmes, der am 11. Juli 1382 verstarb und ungefähr sechzig Jahre alt wurde, bedurfte bedeutender Auffrischung; Dominic Cassini und Montucla hatten seiner in ihren Geschichtswerken oberflächlich Erwähnung gethan, und man wufste auch, dafs Pico von Mirandola, der in Oresme den gleichgesinnten Gegner der Sterndeuterei verehrte, ihn für einen der gelehrtesten Mathematiker seines Zeitalters erklärt hatte[2], allein damit hatte es auch ein Ende, und erst durch Meunier, in weit höherem Grade aber noch durch Curtze gelang die Wiederbelebung

[1] Man hat auch noch anderweite antiastrologische Schriften Langensteins. Von seinen übrigen ist zu nennen ein »Tractatus de improbatione epicyclorum et excentricorum«, der wohl einmal untersucht werden sollte, um allenfalls seinen Verfasser in die Reihe der Vorläufer des Coppernicus aufnehmen zu können, sodann ein geometrischer »Tractatus de chorea sive de circulo.« Aschbach liest aus den Angaben des Peurbach wohl mit Recht heraus, dafs Langenstein auch eine Planetentheorie geschrieben habe, allein das wird eben die oben genannte Gegenschrift gegen die Epizykeln gewesen sein (vgl. übrigens S. 186). In dem »Tractatus physicus de reductione effectuum specialium« soll gewisser hydraulischer Experimente gedacht sein.

[2] Picus Mirandulanus, Disputatio adversus astrologiam divinatricem, Bononiae 1495. Lib. VI, cap. 1; lib. XII, cap. 7.

dieser merkwürdigen historischen Persönlichkeit[1]. Wenn wir seine Schriften an der Hand jenes kundigen Führers durchmustern, so fallen uns zunächst die astronomischen ins Auge: ein »Tractatus de incommensurabilitate motuum coelestium«, die zusammengehörigen Kampfschriften: »Utrum res futurae per astrologiam possint praesciri?« und »Rationes et causae plurium mirabilium in natura« der »Tractatus contra astronomos judiciarios«, das mehr systematische Werk »Liber de divinacionibus«, eine beachtenswerte Übersetzung des aristotelischen Buches »De coelo et mundo« ins französische und endlich der »Traité de la Sphère« in gleicher Sprache, mit den Latitudines das einzige Elaborat Oresmes, welches schon früher mit der Druckerpresse Bekanntschaft gemacht hat, und welches der von Curtze gegebenen Zusammenstellung der Kapitelüberschriften zufolge ein äußerst umfassendes Kompendium zeitgenössischer Sternkunde und Kosmophysik darstellt[2]. Arithmetischer Natur ist eine Einleitung in die Proportionenlehre und der ganz ungleich wichtigere »Algorismus proportionum«, von welchem Curtze eine zunächst auf die Thorner Handschrift, dann aber auf die Vergleichung von sieben Handschriften gegründete Ausgabe veranstaltet hat[3]. Dieses Werk ist hochbedeutsam für die Geschichte der Algebra, weil darin erstmalig Potenzen mit gebrochenen Exponenten und geordnete Regeln zur Rechnung mit Potenzen vorkommen. Die Schreibart Oresmes isr durch dieses Beispiel gekennzeichnet:

$$\left[\frac{2}{3}2^{\mathrm{p}}\right] \equiv 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}.$$

Lassen wir der Kürze halber diese unsere moderne Bezeichnung gel-

[1] Meuniers Schrift »Essai sur la vie et les ouvrages de Nicole Oresme« (Paris 1857) ist an sich ganz verdienstlich, in mathematisch-geschichtlicher Beziehung jedoch völlig unzulänglich. Umso gerechter werden dieser Seite von Oresmes Wirksamkeit die Darstellungen Curtzes, sowohl in der »Analyse einer Thorner Handschrift« (S. 21 ff., S. 48 ff.), als auch in der ausführlichen, 1870 zu Berlin publizierten Denkschrift: »Die mathematischen Schriften des Nicole Oresme.«

[2] Curtze, die math. Schriften etc., S. 13 ff. Einen Nachtrag zu Curtzes Verzeichnis lieferte Suter (Eine bis jetzt unbekannte Schrift des Nic. Oresme, Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-lit. Abteil., 27. Band, S. 121 ff.). Ein noch ungedruckter Kommentar zur Meteorologie des Aristoteles befindet sich in der Stiftsbibliothek zu St. Gallen; Oresme zeigt sich darin u. a. als Kenner der Lehre von der Erdbewegung, die er aber aus den üblichen Gründen verwirft, und auffallenderweise als gläubiger Anhänger der doch auch sehr astrologischen Kometomantie.

[3] Der Algorismus Proportionum des Nicolaus Oresme; zum erstenmale herausgegeben von M. Curtze, Berlin 1868.

ten, so sind Oresmes 18 Vorschriften im nachstehenden Schema enthalten:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};\ a^m : a^n = a^{m-n};\ a^{\frac{m}{n}} = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}};$$

$$a^{\frac{1}{m}} = \left(a^{\frac{p}{m}}\right)^{\frac{1}{p}};\ \left(a^{\frac{1}{p}}\right)^{\frac{p}{m}} = a^{\frac{1}{m}};\ \left(a^m\right)^{\frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{mp}{n}}\right)^{\frac{1}{q:n}};$$

$$\left(a^m\right)^{\frac{p}{q}} = \left(a^{mp}\right)^{\frac{1}{q}};\ a \cdot b^{\frac{1}{n}} = \left(a^n \cdot b\right)^{\frac{1}{n}};\ b^{\frac{1}{n}} : a = \left(b : a^n\right)^{\frac{1}{n}};$$

$$a : b^{\frac{1}{n}} = \left(a^n : b\right)^{\frac{1}{n}};\ a^{\frac{1}{n}} : b^{\frac{1}{n}} = \left(a : b\right)^{\frac{1}{n}};\ a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{p}{mp}};$$

$$a^{\frac{1}{e}} \cdot b^{\frac{1}{f}} = \left(a^f \cdot b^e\right)^{\frac{1}{ef}};\ a^{\frac{1}{e}} : b^{\frac{1}{f}} = \left(a^f : b^e\right)^{\frac{1}{ef}};\ a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \left(a \cdot b\right)^{\frac{1}{n}};$$

$$\left(a : b\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} : b^{\frac{1}{n}};\ a^m \cdot a^{\frac{1}{n}} = a^{m+\frac{1}{n}};\ a^m : a^{\frac{1}{n}} = a^{m-\frac{1}{n}}.$$

Viètes und Stevins Verdienste um die Vervollkommnung der Buchstabenrechnung erleiden also insofern eine Einbufse, als jene Männer nicht die ersten, sondern nur die zweiten Erfinder dieser Darstellungsweise der Irrationalgröfsen sind. — Wieder in anderer Art als schöpferischen Geist bekundet sich Oresme in seinen beiden geometrischen Schriften, im »Tractatus de latitudinibus formarum« und im »Tractatus de uniformitate et difformitate intensionum; wir erachten es jedoch als zweckmäfsig, diese nicht blos für Gelehrte, sondern ihrer eigentlichen Absicht nach für Lernende geschriebenen eigenartigen Litteraturprodukte im nächsten Paragraphen, zusammen mit verwandten Arbeiten, der Besprechung zu unterziehen. — Übrigens ist mancherlei geometrisches auch anhangsweise dem Algorismus Proportionum einverleibt[1].

[1] Die Anhänge bilden in dem genannten Werke einen besondern »secundus tractatus«; es werden von der Proportionenlehre und von den Potenzregeln Anwendungen gemacht auf Geometrie, Musik, Mechanik, Astronomie und Theorie des Würfelspiels. Z. B. zwei Kugelinhalte stehen zu einander in einem gegebenen, irrationalen Verhältnis; welches ist demgemäfs das Verhältnis der Flächeninhalte ihrer gröfsten Kreise. Die Würfelaufgaben, welche allerdings an den im § 17 erörterten Zahlenkampf erinnern, haben wohl die damals gleichfalls zur Sprache gebrachte irrige Ansicht hervorgebracht, Oresme habe auch über »Rhythmimachie« geschrieben. Recht ansprechend sind die zahlreich mitgeteilten Lehrsätze über nach den Seiten und nach den Ecken zentrische regelmäfsige Vielecke; einzelne dieser Sätze gehören keineswegs zu den leichten, wie z. B. der folgende: Beschreibt man in einen Kreis ein reguläres Achteck A und ein Quadrat Q_1 in, ein Quadrat Q_2 aber um diesen Kreis, so gilt die Proportion A: Q_1=Q_2: A. Vergleicht man dies mit der rohen Vorstellung des Psellus vom Kreisinhalt (s. o.), so bemerkt man, dafs sich da doch schon ein recht

28

Die mathematische Unterrichtslitteratur des XIII. und XIV. Jahrhunderts.

Im vorigen Kapitel sahen wir vor unsern Augen den Prozefs sich entwickeln, welcher die Abakusrechnung zu gunsten der Algorithmik nach und nach beseitigte. In dem Zeitalter, welches jetzt zur Behandlung kommt, können wir diesen Prozefs als im wesentlichen beendigt ansehen. Das indisch-arabische System mit seinen Ziffern, die ohne fremde Hilfe[1] zur Bezeichnung jeder noch so ungefügen Zahl ausreichen, ist das herrschende geworden[2], auch an den Gebrauch der noch von Radulf (s. o. § 18) mit einem gewissen Mifstrauen betrachteten Null hat man sich gewöhnt[3], und die Art zu rechnen stimmt prinzipiell durchaus überein mit der uns noch heute geläufigen. Dafs allerdings die Rechnungspraxis die Vorteile des Abakusrechnens für minder Unterrichtete noch sehr wohl zu schätzen

erfreulicher Fortschritt vollzogen hat. Oresme ahnt auch schon, dafs dieser — zuerst von Huygens generalisierte — Lehrsatz einer wesentlichen Verallgemeinerung fähig ist. Auch die astrologischen Aspekten sucht der Verfasser einer arithmetischen Formel unterzuordnen.

[1] Die zur Zeit der Abazisten aufgekommene Sitte, gewisse den Römern völlig unbekannt gewesene Zahlgröfsen durch besondere konventionelle Zeichen auszudrücken, haben Pyl und Ermisch beleuchtet (Die Theilungszeichen der römischen Ziffern im Mittelalter [Anz. f. Kunde deutscher Vorzeit, 24. Band, Sp. 1 ff.]; Theilziffern in Datierungen, ibid. Sp. 262). Die Greifswalder Stadtbücher schreiben konsequent CCC$\dashv$ statt 250; einmal sollen 152 Mark ausbezahlt werden und es ergeht die Anweisung auf »CC$\dashv$ et duas marcas.« Auch in andern baltischen Städten, so in Rostock und Stettin, war diese Abkürzung (?) gebräuchlich. In einer Pergamenturkunde Ludwigs III. von Thüringen, um 1182 ausgestellt, bedeutet XXVIII soviel als $28\frac{1}{2}$.

[2] Der älteste Grabstein mit arabischen Ziffern (in Katharein bei Troppau) soll den im »Anz. f. Kunde deutscher Vorzeit« (23. Band, Sp. 33 ff.) gegebenen Aufschlüssen zufolge von 1007 stammen; minder gut beglaubigt ist das Alter eines Biebricher Denksteins von 1299. Sichergestellt sind solche Grabdenkmäler von 1371 (Pforzheim) und 1388 (Ulm). Weniger in betracht für unsere Zwecke kommt ein Siegel von 1351, denn dessen Zeichnung ist nicht deutsche, sondern italienische Arbeit. Diesen älteren Belegen gegenüber fällt derjenige, den Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 36) der Kirche von Grofsalmerode entnahm (1497), nicht mehr ins Gewicht. Übrigens erkennt auch Gatterer (Elementa artis diplomaticae, vol. I., Göttingen 1765. S. 74) an, dafs in den Steinaufschriften das dekadische System viel eher zur Geltung gelangte, als in den Urkunden, für welche erst das XV. Jahrhundert Wandel schuf.

[3] Zu den frühesten Dokumenten eines recht freien Gebrauchs der Null im XIII. Säkulum rechnen wir je eine Tafel für die Berechnung der Londoner Hafenzeit und für die Bestimmung der nächtlichen Mondscheindauer (»quantum luna lucet in nocte«), welche Halliwell (Rara Mathematica, S. 55) den Schätzen

weifs, das wird im fünften Kapitel deutlich hervortreten. Ebendort wird der Nachweis zu führen sein, dafs in jenen Kreisen, die mit der eigentlichen Gelehrtenwelt nicht in näherer Beziehung standen, der Gebrauch der römischen Zahlenbezeichnung sich ganz unverhältnismäfsig länger forterhielt, als bei den Männern der Wissenschaft.

Als das Haupt- und Hilfsbuch aller Lehrer der Arithmetik in unserer Periode mufs die Schrift des uns bereits bekannten Sacrobosco gelten[1], die in unzähligen Abschriften durch das ganze Europa verbreitet worden ist und, mit mehr oder weniger unwesentlichen Abänderungen, auch allen anscheinend selbständig auftretenden Werken über den Gegenstand zur Grundlage dient. Charakteristisch für sie ist die Festsetzung, dafs es neun Spezies oder Grundrechnungsarten gebe: Numeration, Addition, Subtraktion, Duplation (d. h. Multiplikation mit 2), Mediation (Division durch 2), Multiplikation, Division, Progression und Wurzelausziehung. Von dieser jedenfalls

des »British Museum« entnommen hat. Siehe die letztere Tabelle in Fig. 18. Solche Tafeln waren damals bei den Komputisten sehr beliebt.

Fig. 18.

Aetas Lunae	Horae	Minuta	Minuta	Horae	Aetas Lunae
1	0	48	12	11	16
2	1	36	24	10	17
3	2	24	36	9	18
4	3	12	48	8	19
5	4	0	0	8	20
6	4	48	12	7	21
7	5	36	24	6	22
8	6	24	36	5	23
9	7	12	48	4	24
10	8	0	0	4	25
11	8	48	12	3	26
12	9	36	24	2	27
13	10	24	36	1	28
14	11	12	48	0	29
15	12	0	0	0	30

[1] Gewöhnlich führt der Lehrbegriff Sacroboscos den Titel »De algorithmo« (König Algus ist darin als Erfinder der neuen Rechenkunst genannt); nach Halliwell (a. a. O., S. 1 ff.) wählte jedoch der Verfasser selbst ursprünglich die Bezeichnung als »Tractatus de arte numerandi«.

nicht konsequenten Systematik wagte man sich lange nicht freizumachen. Die Neigung, den Lehrstoff zu versifizieren und dadurch dem Anfänger leichter zugänglich zu machen, tritt auch hier schon hervor, nicht eben zum Vorteile der wissenschaftlichen Strenge, welche sich nötigenfalls den Anforderungen der Prosodie unterwerfen mufs[1].

Über die einzelnen Rechnungsarten ist hier im ganzen wenig zu sagen, da bereits in § 18 ziemlich eingehend von der Praktik des Rechnens gehandelt wurde. Nur einige Nachträge mögen zur Abrundung hier stehen. Die Numeration, d. h. die Technik, ausgesprochene Zahlen richtig im Zehnersystem zu schreiben, wird im ganzen

[1] Sahroboscos Memorialvers bezieht sich auf die Richtung, in welcher der eine bestimmte Rechnungsoperation Ausführende vorwärtszugehen hat; er besagt:

»Subtrahis aut addis a dextra vel mediabis;
A leva dupla, divide, multiplicaque:
Extrahe radicem semper sub parte sinistra.«

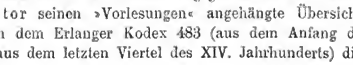
Auf die Neigung, Regeln in Verse oder doch in gebundene Redeform zu bringen, weist Erhard (Gesch. des Wiederaufblühens etc., S. 175) als eine der zweiten Hälfte des Mittelalters besonders eigentümliche hin. Der in der Grammatiklehre unentbehrliche Mamotrectus, der zur Einübung der allereinfachsten kalendarischen Kenntnisse dienende Cisiojanus sind allgemein bekannt (vgl. H. E. K. Krause, Bruchstück eines Kalendariums des Johannisklosters und niederdeutscher Cisiojanus des Conrad Gefselen, Rostock 1875). Die beiden älteren algorithmischen Kodizes (cod. Erl. lat. 378, cod. Erl. lat. 483), welche die Universitätsbibliothek zu Erlangen besitzt, beide im Kloster Heilsbronn abgefafst und treuer Abklatsch des von Sacrobosco aufgestellten Vorbildes, sind teils in Prosa, teils in Distichen abgefafst. Halliwell läfst u. a. auch (S. 74) ein Gedicht in altfranzösischem Idiome abdrucken, wovon die für uns an dieser Stelle wichtigsten, nämlich auf die Klassifikation der Grundrechnungsarten bezüglichen Teile einen Platz finden mögen:

»En argorisme devon prendre
VII especes . . .
Doubloison mediacion
Monteploie (sic!) et division
Et de radix enstracion
A chez VII especes savoir
Doit chascun en memoire avoir
Letres qui figures sont dites
Et qui excellens sont écrites . . .«

Zwei Spezies sind also hier weggelassen, aber gerade nicht diejenigen, die eine solche Streichung am meisten verdient hätten. Wir werden überhaupt sehen, dafs dieser Ballast noch bis ins XVI. Jahrhundert herein mitfortgeschleppt wird. Nicht blos Bradwardin und Beldomandi, welche Halliwell (a. a. O.) nebst dem Algorithmus des Dionysius als Zeugen für die Dauer dieses Fehlgriffs anführt, sind Mitschuldige Sacroboscos; selbst Peurbach zahlt der althergebrachten Sitte seinen Zoll, und erst bei Luca Pacioli scheint dieselbe mit klarem Bewufstsein über Bord geworfen zu werden.

ebenso gelehrt, wie jetzt noch in unsern Elementarschulen; auch in der äufsern Form nähern sich die Ziffern dem uns geläufigen Modell[1]. Die abazistische Methode der Einteilung aller Zahlen in Finger-, Gelenk- und zusammengesetzte Zahlen ist noch immer üblich[2]. Die achte Species behandelt bei der von Sacrobosco abhängigen Schule nicht etwa die arithmetischen Reihen allgemein, sondern lediglich die »progressio naturalis« 1, 2, 3, 4 . : . und die beiden »progressiones intercisae«) d. h. 1, 3, 5, 7 . , . und 2, 4, 6, 8 . . . , die Reihen der ungraden und graden Zahlen. Auch die Regeln sind durchweg nur dem speziellen Falle angepafst; ist z. B. für die Reihe $1 + 3 + 5 + \ldots + 2n - 3 + 2n - 1$ die Gliederanzahl eine ungrade, so soll man, um die Summe zu erhalten, das alsdann vorhandene Mittelglied ins Quadrat erheben, u. s. f. Wir haben in § 27 gesehen, dafs Johann von Norfolk zuerst über dieses gar zu beschränkte Niveau des Meisters sich zu erheben wagte. Die Radizierung erfolgt im wesentlichen so, nur etwas schwerfälliger, wie bei uns; die Zerlegung des Radikanden in Gruppen zu je n Ziffern, wenn die nte Wurzel ausgezogen werden soll, ist jedoch noch nicht allseitig bekannt, und selbst wenn bekannt, wird bei der Quadratwurzelausziehung ängstlich zwischen grader und ungrader Zahlgruppen-Anzahl unterschieden[3].

[1] Einen bequemen Einblick in die Entwicklungsgeschichte der Zifferformen gewährt die von Cantor seinen »Vorlesungen« angehängte Übersichtstafel. Nachstehend sind nach dem Erlanger Kodex 483 (aus dem Anfang des XV. oder wahrscheinlicher aus dem letzten Viertel des XIV. Jahrhunderts) die zehn Zahlzeichen abgebildet:



Jedermann wird es auffallen, dafs in der Nebeneinanderstellung dieser Ziffern, dem Originale entsprechend, die orientalische Anordnung befolgt ist. — Nach Henry (Sur les deux plus anciens traités français d'algorisme et de géométrie, Bonc. Bull. Tomo XV. S. 49 ff.) sind auch in einem altfranzösischen Algorismus, der unter der Regierung Philipps des Kühnen, also um 1275, niedergeschrieben sein mag, die Ziffern den unsrigen ähnlich, für 1, 3, 6, 8 und 9 sogar völlig gleich.

[2] Unter Umständen erscheinen auch diese Termini der üblichen Verstümmelung ausgesetzt. So heifsen sie in einem von Halliwell (a. a. O., S. 22 ff.) aufbewahrten englischen Fragmente »A treatise on the numeration of algorism« (saec. XIV.) resp. digitys, articules und compositys.

[3] Zur Erläuterung möge der auf die Ausziehung der zweiten Wurzel aus einer Zahl von grader Anzahl der Ziffern bezügliche Bestandteil eines seiner Entstehungszeit nach nicht näher bekannten »Carmen de algorismo« (Halliwell a. a. O., S. 73 ff.) hier stehen;

»Cum voles numeri radicem quaerere, scribi
Debet; deinde notes si sit locus ultimus impar,

Nach wie vor mufs der Lehrer der Bruchrechnung ein höheres Gewicht beilegen, als dies heutzutage notwendig ist, denn noch immer steht dieselbe dem arithmetischen System als ein Bestandteil gegenüber, dem es an der richtigen organischen Verbindung gebricht. Der astronomischen Verwendung wegen mufs der Lernende mit den sechzigteiligen Brüchen (»fractiones physicae«) vertraut gemacht werden, aber auch die gewöhnlichen Brüche dürfen ihm nicht fremd bleiben. Ja, ein hochinteressantes algorithmisches Manuskript, dessen Kenntnis uns unlängst erst Narducci vermittelte[1], belehrt uns sogar darüber, dafs man neben diesen beiden Gattungen auch auf die römischen Minutien nicht gänzlich verzichtete.

Et que figura loco talis scribenda sub illo,
Quae, per se ducta, numerum tibi destruit illum;
Vel quantum poteris ex huic delebis eadem;
Et retrahendo duples retrahens duplando sub illa,
Quae primo sequitur, duplicatur per duplicatam,
Post per se minuens sub ea saliendo.
Post his propones digitum, qui, more priori
Per precedentes post per se multiplicatus,
Destruit in quantum poterit numerum remanentem,
Et sic procedas retrahens duplando figuram,
Reponendo novam donec totum peragatur,
Subdupla propriis servare docetque duplatio.«

Klar kann man die Darstellung zwar eben nicht nennen, doch ist der sachliche Inhalt immer noch weit besser, als die Form, sei es unter dem dichterischen, sei es unter dem grammatischen Gesichtspunkte.

[1] Narducci, sur un manuscrit du Vatican du XIVe siècle comprenant un traité de calcul emprunté à la méthode »Gobari«, Paris 1883. Die Handschrift Nr. 1258 jener kaum je zu ergründenden Büchersammlung — sie ging in deren Besitz aus dem der Königin Christine über — gehört der Mitte des XIV. Jahrhunderts an und trägt die Aufschrift: »Introductorius liber, qui et pulveris dicitur in mathematicam disciplinam.« Hiernach hat also die Schrift Ähnlichkeit mit jener arabischen, welche Woepcke (vgl. Woepcke und Marre, Introduction au calcul gobâr et hawâi, Rome 1866) uns zugänglich gemacht hat, allein es zeigte sich doch, dafs erstere nicht blos eine Übersetzung, sondern ein auf abendländischem Boden selbständig entstandenes Lehrbuch der Arithmetik ist, nach jeder Seite hin wohl geeignet, unsere Aufmerksamkeit auf sich zu ziehen. Auch hier, wo doch arabischer Einflufs entschieden mit im Spiele ist, weichen von den Zahlzeichen nur 2 und 4 stärker von der gewöhnlichen Form ab; die Null heifst »circulus«. Unterschieden werden vom Verfasser als besondere Kategorien die »diversae fractiones«, für welche die bekannten Regeln des Bruchrechnens aufgestellt sind — es wird z. B. die Multiplikation $3\frac{1}{2} \cdot 8\frac{3}{11}$ ausgeführt —, ferner die »numerorum fractiones« (Sexagesimalbrüche) und endlich die römischen Duodezimalbrüche. Recht merkwürdig als Markstein des Übergangs von den Minutien zu den eigentlichen Brüchen sind auch nach Halliwell (a. a. O., S. 109 ff.) die an Beda anknüpfenden Ausführungen eines arithmetischen Manuskripts in altangelsächsischer Sprache.

Zur Arithmetik gehörte als ein nahezu selbständiger Nebenzweig die Lehre von den Proportionen. Wie wir oben erfuhren, gab es didaktische Schriften über diese Materie, von denen nachweislich (s. u.) diejenigen des Bradwardin und des Albertus de Saxonia als akademische Vorlesebücher im Gebrauche standen. Die letztere ist, obwohl keineswegs selten[1], doch noch immer im Staube der Bibliotheken begraben, über die erstgenannte aber können wir nach den von Curtze gegebenen Mitteilungen[2] uns ein Urteil bilden. Dasselbe fällt dahin aus, dafs die 6 »Konklusionen« über rationale Proportionen, die 7 über irrationale Proportionen und die 5 über Streckenverhältnisse sich ganz auf elementarem Boden bewegen und zumal keinerlei Einwirkung des auf einer weit höheren Stufe stehenden »Algorismus« von Oresme erkennen lassen. Letzterer scheint selbst den Universitätslehrern unbekannt geblieben zu sein. Im ganzen blieb man bei einer Kommentierung der euklidischen Proportionenlehre stehen, die ja bekanntlich die Zahlenverhältnisse als etwas den Zahlen koordiniertes, nicht aber aequivalentes behandelt[3] und fast ausschliefslich die geometrische Verwendung der Proportionen ins Auge fafst. Studien über theoretische Arithmetik, über die Eigenschaften der ganzen Zahlen, werden neben der Rechenkunst in bescheidenem Mafse fortgesetzt. Boethius bleibt der Führer auf diesem Gebiete.

Der geometrische Unterricht besafs nach wie vor seine Bibel in den Elementen des Euklid, den an der Quelle kennen zu lernen im XIII. und XIV. Jahrhunderts gewifs niemand mehr durch Mangel an Exemplaren sich gehindert sah. Allerdings ist dabei immer nur an einen nicht gar grofsen Teil des Ganzen zu denken, in den meisten Fällen hat man wohl nur das erste Buch, welches bekanntlich mit der Umkehrung des Pythogoreers schliefst, behandelt, und über das planimetrische Pensum ist gewifs nur in ganz seltenen Ausnahmefällen hinausgegangen worden[4]. Auch mit den Beweisen hat man

[1] Nach Boncompagni (Intorno al tractatus proportionum di Alberto di Sassonia, Bonc. Bull., tomo IV. S. 498 ff.) kennt man von diesem Traktat zehn Handschriften.

[2] Curtze, Analyse einer Thorner Handschrift, S. 38 ff.

[3] Erst in allerneuester Zeit ist man, nachdem sich die Anschauungen über den Zahlbegriff so erheblich geklärt haben, dazu fortgeschritten, die Verhältnisse den Zahlen an der richtigen Stelle einzureihen. Am gründlichsten leistet dies der betreffende Abschnitt in Stolzs »Vorlesungen über allgemeine Arithmetik« (1. Band, Leipzig 1885. S. 85 ff.).

[4] Welch falsche Auffassungen man vielfach über die Möglichkeit hegte, beliebige Teile des Systems aus diesem herausgreifen und gesondert abfertigen

es vielfach gewifs nicht sehr genau genommen; die vielen Handbüchlein, die im Laufe des XVI. Jahrhunderts gedruckt wurden und nichts weiter als die Definitionen, Axiome, Petita und den Text der Theoreme und Probleme enthalten, legen uns die Vermutung nur zu nahe, dafs eine Zeit, die häufig Auswendiglernen und Wissen verwechselte, sich gerne mit oberflächlichen Auszügen behelfen habe. Übungen in der praktischen Geometrie, wie wir sie in § 20 wenigstens als nicht unwahrscheinlich für die Lehraufgabe der älteren geistlichen Schulen bezeichneten, fielen beim Universitätsunterricht weg, mit dessen steifen Formen sie sich ohnehin nicht vertragen hätten. Eine einzige Ausnahme abgerechnet[1], vermissen wir auch jeden Hinweis auf Feldmefskunst in der mathematischen Litteratur unseres Zeitraums.

Für diesen Mangel bietet uns jedoch reichen Ersatz der Umstand, dafs seit der Mitte des XIV. Jahrhunderts als offizieller Lehrgegenstand der Hochschulen eine Disziplin auftritt, welche sich bei näherem Zusehen als vollständig identisch mit unserer Koordinatengeometrie ergeben hat. Dies sind die im vorigen Paragraphen bereits vorübergehend erwähnten »Latitudines formarum«. Man hatte, da man in den Katalogen der akademischen Vorlesungen das Fach verzeichnet fand, dasselbe allerdings nicht ganz unberücksichtigt gelassen, man wufste auch, dafs Blasius Parmensis Anmerkungen zu einer Druckausgabe des bezüglichen Werkes von Oresme (s. o.) verfafst hatte, und wenn auch die älteren venetianischen Druckausgaben, Inkunabeln von gröfster Seltenheit, nur wenigen Bibliophilen bekannt sein mochten,

zu dürfen, das möge folgende Thatsache uns lehren, die dadurch, dafs sie mehrere hundert Jahre nach der hier in Rede stehenden Zeit sich ereignete, nur um so bedenklichere Rückschlüsse auf frühere Verhältnisse zu machen gestattet (Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band. S. 275). Anno 1607 erschien in Leipzig als Leitfaden für Universitätsvorträge: Euclidis optica et catoptrica; cum programmate Christofori Maureri D. Mathematum Professoris. Maurer erzählt darin, da man wünsche, dafs die Kandidaten der Philosophie nicht ἀγεωμέτρητοι sein, sondern in den Anfangsgründen der Mathematik Bescheid wissen sollten, so habe man eine Vorlesung über das erste Buch des Euklides angesetzt; das habe allmählich Überdrufs erregt, und so sei man darauf verfallen, die Geometrie mit der Optik und Katoptrik abwechseln zu lassen! Mit Fug meint Kästner, es müsse eine merkwürdige Optik sein, die ohne Voraussetzung der im ersten und dritten euklidischen Buche enthaltenen Lehren vorgetragen und verstanden werden könne.

[1] »A treatise on the mensuration of heights and distances« aus dem XIV. Jahrhundert (Halliwell, a. a. O., S. 56 ff.). Möglich, dafs der unbekannte Verfasser von Bradwardin beeinflufst war, denn dieser äufsert einmal: »Per proportiones umbrarum facile est altitudines rerum accipere«.

so war doch eine Wiener Ausgabe von 1515 umso besser gekannt[1]. Bei alledem war es Curtze vorbehalten, den Schleier von dem wahren Wesen der durch die eigenartige Benennung mehr verhüllten als erklärten Wesen der Methode wegzuziehen[2]. Danach ist denn »forma« im scholastischen Sinne jede sinnenfällig werdende, von der Zeit abhängige Erscheinung, und »latitudo« ist die nach einem bestimmten Mafsstabe gemessene Darstellung der Wucht, mit welcher der Vorgang auf unsere Sinne wirkt. »Latitudo« ist sonach stets die Ordinate eines variablen Punktes in einem rechtwinkligen Achsensystem, während »longitudo« die Abszisse vorstellt, und die durch beide Strecken festgelegte »Figura« ist eben nichts anderes, als die von dem variabeln Punkte beschriebene — krumme oder grade — Linie. Die Kunstwörter Länge und Breite sind offenbar der astronomischen Terminologie entlehnt, in welcher sie den sphärischen Koordinaten des ekliptischen Achsensystems entsprechen. Es bedarf wohl kaum der besondern Betonung des Umstands, dafs Oresme sich auf den ersten Quadranten beschränkt, denn da der Ausgangspunkt seiner Betrachtung doch mehr ein naturphilosophischer als ein geometrischer ist, so fällt für ihn jeder Grund weg, seine Figuren in einen andern als eben in den ersten Quadranten zu verlegen. Es werden verschiedenartige Liniengebilde der Betrachtung unterworfen, nicht blos gradlinige und zirkulare, denn einmal wird von den Latitudines vorausgesetzt, dafs sie jeweils den Gliedern einer arithmetischen Reihe, der Progression 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29 . . . proportional sein sollen, und da mithin die entsprechende Figur durch die Gleichung (siehe Seite 183, Note *)

[1] Denis, Wiens Buchdruckereigeschicht bis MDLX, Wien 1782. S. 134 ff. Man hat es hier mit einem von Professor Tanstetter besorgten Sammelwerke zu thun, dessen Bestandteile folgende sind: Arithmetica communis (von De Muris), Proportiones breves (von Bradwardin), De latitudinibus formarum (von Oresme und Biagio da Parma), Algorithmus M. Georgii Peurbachii in integris, Algorismus M. Joannis de Gmunden de minuciis physicis. Tanstetter hatte sich der Mühe, diese Gesamtausgabe herzustellen, auf Wunsch eines seiner Schüler, eines gewissen Bunderl, unterzogen. Wegen der zuerst genannten Schrift siehe Seite 183, Note 1.

[2] Das geschah bei zwei Veranlassungen, in der »Analyse einer Thorner Handschrift« (S. 48 ff.) und in den »Math. Schriften des Nic. Oresme« (S. 9 ff.). Im Zusammenhange mit andern Momenten, die sich für eine Vorgeschichte der analytischen Geometrie noch verwerten lassen zu können schienen, hat die »Latitudines« der Verf. gewürdigt in seiner Abhandlung: Die Anfänge und Entwicklungsstadien des Koordinatenprinzips, Denkschr. d. naturf. Ges. zu Nürnberg, 5. Band. S. 1 ff.

$$y = \frac{x^2 - x + 2}{2}$$

charakterisiert erscheint, so hat Oresme, wahrscheinlich ohne sich darüber klar geworden zu sein, auch die Parabel auf ein rechtwinkliges Achsensystem bezogen. Ebenso wie negative Koordinaten werden auch alle Fälle ausgeschlossen, in denen einem bestimmten Longitudinalwerte zwei oder mehr Latitudinalwerte entsprächen; so ist z. B. die »Form« eines ganzen Kreises oder eines Kreisteils, der gröfser als ein Halbkreis wäre, nicht durch eine »Figur« darstellbar. Hochwichtig sind gewisse Erörterungen über — wie wir uns in der modernen Kunstsprache ausdrücken würden — die Wachstumsgeschwindigkeit der Funktionen; Oresme übersieht ganz klar die von Kepler in der »Stereometria doliorum« aufs neue entdeckte Thatsache, dafs die Änderungstendenz der veränderlichen Ordinate in der Umgebung eines Maximal- oder Minimalpunktes als verschwindend klein anzusehen ist. Freilich läuft, das ist nicht zu leugnen, auch manche scholastische Schrulle, mancher unnötige Wust von Subtilitäten in der Namengebung und dergleichen mit unter, allein im ganzen mufs man doch freudig zugestehen, dafs den Studierenden, die an der Hand des Lehrers diese Schrift durcharbeiteten, damit eine sehr gesunde geistige Kost gereicht ward. —

Bezüglich der Musik können wir uns wieder sehr kurz fassen. Man stand noch auf demselben Standpunkt, wie in der voraufgegangenen Periode; der Dozent kümmerte sich so gut wie gar nicht um die ästhetische Seite, die Kunst als solche lag ihm ferne, und einzig die Arithmetik der Tonintervalle wurde mit ermüdender Weitläufigkeit zerfasert. Das beliebte Kompendium der Musik, dessen man sich auf den meisten Universitäten bediente, hatte einen Pariser Dozenten, Johannes de Muris (auch de Myris), der in der ersten Hälfte des XIV. Jahrhunderts wirkte, zum Verfasser[1].

* Irrtümlich wird in der von Curtze eingesehenen Originalhandschrift 0 als Anfangsglied der Reihe mit angeführt. Die Gleichung der Kurve macht jedoch ersichtlich, dafs letztere nicht durch den Anfangspunkt des Systems gehen kann.

[1] Ambros, Gesch. d. Musik, 2. Band, S. 119 ff. Dort wird auch vermerkt, dafs König Alfons IV. einen eigenen Lehrstuhl der Musik in Salamanca gegründet habe. — De Muris ist übrigens auch sonst den Mathematikern nicht unbekannt; wir werden ihn in der Geschichte des Kalenders (s. u.) zu nennen haben, und De Morgan (Arithmetical books from the invention of printing to the present time, London 1847) weist auch auf seine Arithmetik hin, als eines der ersten direkt für den Unterricht bestimmten Lehrbücher dieser Disziplin. Nach dem »Catalogue de la bibliothèque scientifique, historique et littéraire

Die Sternkunde war unter den Disziplinen des Quadriviums zweifellos die beliebteste in dem von uns gegenwärtig zu behandelnden Zeitraume. Was man von derselben lernte, zerfiel in zwei wenig unter sich zusammenhängende Teile: in die Lehre von der Sphäre und in die Planetentheorik. Nur wenige Auserwählte sind wohl bis zur letztern vorgedrungen, wogegen die Annahme gewifs nicht fehlgreift, dafs nicht leicht ein Studierender die Hochschule verliefs, ohne wenigstens einige Kenntnis von der Sphärik mitfortzubringen. Das Lehrbuch Sacroboscos übte ein vollständiges Monopol aus, selbst spätere Konkurrenzschriften suchten sich in der äufsern Form demselben möglichst anzubequemen, und so wird es denn auch am Platze sein, eine Inhaltsübersicht dieses in der Geschichte der mathematischen Pädagogik einzig dastehenden Werkes — oder besser Werkchens, denn es war sehr dünnleibig — hier einzuschalten[1]. In der Einleitung schildert der Autor selbst, was er zu liefern beabsichtigt. »Tractatum de sphera quatuor capitulis distinguimus. Dicturi primo compositionem spherae, quid sit sphera, quid sit ejus centrum, quid axis spherae, quid sit polus mundi, quot sint spherae et quae sit forma mundi. In secundo de circulis, ex quibus sphera materialis componitur, et illa supercoelestis (quae per istam imaginatur) componi intelligitur. In tertio de ortu et occasu signorum et diversitate dierum et noctium, quae sunt habitantibus in diversis locis, et de divisione climatum. In quarto de circulis et motibus plane-

de feu M. Michel Chasles« (Paris 1881. S. 201) ist 1538 bei Schoeffer in Mainz gedruckt worden: Arithmeticae speculativae libri duo Joannis de Muris ab innumeris erroribus quibus hactenus corrupti et vetustate ferme perierunt diligenter emendati, pulcherrimis quoque exemplis formisque novis declarati et in usum studiosae juventutis Moguntinae jam recens excussi. Der letzte Zusatz ist sehr beachtenswert.

[1] Von der unendlichen Fülle handschriftlicher und gedruckter Ausgaben legen wir unserer Beschreibung den von Melanchthon herausgegebenen »Liber Johannis de Sacro Busto, de sphera« (Wittenberg 1531) zugrunde. In der Vorrede wendet sich der Herausgeber an seinen Freund, den Baseler Mathematiker Grynaeus, mit den Worten: »Semper amavi mirifice libellum Johannis de Sacro Busto, qui mihi videtur elementa in hoc genere complexus aptissime, ac plurimum vidisse in gymnasiis homines doctissimos judico, qui magno consensu praetulerunt hunc libellum aliis ejusdem generis, et extare in omnibus scholis, et in omnibus manibus versari voluerunt.« Diese Worte eines gewiegten Didaktikers lassen deutlich genug die hohe Wertschätzung erkennen, welcher das Kompendium des britischen Magisters noch zur Zeit des Coppernicus sich zu erfreuen hatte. Und wieder fünfzig Jahre später hielt es der wackere Clavius (1537—1612) nicht unter seiner Würde, als dritten Band seiner gesammelten Werke (Mainz 1612) »In sphaeram Joannis de Sacro Bosco commentarius« zu veröffentlichen.

tarum, et de causis eclypsium«. Die Definition der Kugel ist die euklidische, die Rotation des erzeugenden Halbkreises wird im Bilde zu veranschaulichen gesucht. Dann wird die Vierzahl der Elemente genannt und gekennzeichnet[1]. Ziemlich eingehend ist die Besprechung der für die Kugelform von Himmel und Erde sprechenden Gründe gehalten, und wenn auch einzelne derselben rein metaphysisch und damit wertlos sind, so wird doch die gleichförmige Krümmung in der Nordsüdrichtung ganz richtig demonstriert, und auch der übliche Beweis für die Konvexität größerer Wasserflächen findet sich vor. Die Größe des Erddurchmessers wird nach Zitaten aus Ambrosius, Theodosius und Macrobius angegeben. Tierkreis und Koluren[2] sind die wichtigsten Hauptkreise der Himmelskugel. Sachlich und klar wird dann auseinandergesetzt, was der Horizont, was ein Meridian, was ein Wende- und Polarkreis ist, wie die fünf Erdzonen entstehen, was man unter dem bei den alten Dichtern und Historikern mehrfach erwähnten kosmischen, heliakischen und akronychischen Auf- und Untergang eines Gestirns zu verstehen hat. Auch ein paar astrologische Nutzanwendungen fehlen nicht. Die bisherigen Erörterungen sahen vom Laufe der Gestirne ab, dafür wird jetzt untersucht, wie sich für die Sphaera recta (Äquator), für die Sphaera parallela (Pole) und für die Sphaera obliqua (übrige Erde) die Verhältnisse von Tag- und Nachtlänge in den verschiedenen Jahreszeiten gestalten; das Klima, welchem ein Ort angehört, wird nach der Dauer des längsten Tages bestimmt. Ganz zum Schlusse endlich erhält der Leser einen freilich nur das notdürftigste berücksichtigenden Überblick über Planetenbewegungen[3].

Wie schon oben bemerkt, mußten diese Bruchstücke der Mehrzahl genügen, und in der That war der Schade nicht allzugroß, denn die — wennschon durch Coppernicus und Kepler beseitigte, so doch in ihrer Art konsequente und mathematisch durchgebildete

[1] »Quorum trium elementorum quodlibet terram orbiculariter undique circumdat, nisi quantum siccitas terrae humori aquae obsistit ad vitam animantium tuendam«. Von der sonderbaren Exzentrizitätshypothese (s. S. 123) will also die strenge Wissenschaft nichts wissen.

[2] Sonderbar ist die Etymologie von »Kolur« bei Sacrobosco: »Dicuntur autem colurus a κόλου graece, quod est membrum, et οὖρος, quod est bos silvester«. Pflichtschuldigst sprechen demgemäfs Megenberg und Heinfogel — vgl. § 27 — von »Waldochsenkreisen«.

[3] Nähere Nachweise über Sacroboscos Sphaera und über deren weite Verbreitung im Drucke giebt Wolf in seiner »Geschichte der Astronomie« (S. 208 ff.)

— Planetentheorie des Ptolemaeus war damals noch nicht wieder aus dem Schlummer der Jahrhunderte erweckt[1]. Es gab, wenn man überhaupt sich mit diesem Gegenstande beschäftigen wollte, kaum ein anderes Hilfsmittel zum Studium als den Traktat des Gerardus Cremonensis, allein dieses wirre Konglomerat aus eudoxischen, ptolemaeischen und arabischen Lehrmeinungen ist wohl genugsam durch die gründliche Abfertigung gezeichnet, welche ihm Regiomontan widerfahren liefs[2]. Finsternisse trigonometrisch zu berechnen war man natürlich nicht befähigt, die mageren Erklärungen des Sacrobosco boten hierfür keine Unterlage, und so behalf man sich eben mit dem »Saros«, jener die Wiederkehr der Verfinsterungen regelnden Periode von ungefähr 19 Jahren, die dereinst bereits dem Thales und dem Sulpicius Gallus zum gleichen Zwecke gedient hatte.

Der »Computus ecclesiasticus« hatte im XIII. und XIV. Jahrhundert noch nichts von seiner hohen Bedeutung für die Diener der Schule und Kirche verloren. Vorlesungen darüber wurden auf allen Universitäten gehalten, und zumal auch dem jüdischen Kalender widmete man jetzt eine erhöhte Sorgfalt. Teilweise gab es,

[1] Dafs dem Peurbach das Verdienst zukommt, das Abendland mit dem wirklichen Ptolemaeus vertraut gemacht zu haben, ist unbestritten. Immerhin sind auch Anzeichen dafür vorhanden, dafs Einzelne die Epizykelnlehre schon vor Peurbach sich zu eigen gemacht hatten. Die von Curtze analysierte Thorner Handschrift schliefst u. a. auch eine »Theorica motus longitudinum septem planetarum« aus dem XIV. Jahrhundert in sich (a. a. O., S. 35 ff.), aus deren Einleitungsworten die Richtigkeit obiger Annahme hervorzugehen scheint: »In phisica singulari et excellentissimo doctori Magistro Joanni de Ganduno Petrus de guclina mathematicorum et variabus disciplinis cum studio incendere Quia ea que de motibus planetarum et in theorica narratione quidem habent ex geometricis demonstrationibus idcircum conclusiones aliquas quas girandus in sua theorica narrando proponit maxima imbecillitate mei ingenii laboravi prenominatorum theorematum demonstratione«. Der hier auftretende Girandus ist natürlich Gerardus, Johannes de Ganduno war ein angesehener Theolog, der in den Streitigkeiten zwischen Papst Johann XXII. und Kaiser Ludwig dem Bayern eine Rolle spielte, von dem Verfasser Petrus aber ist keine Spur mehr aufzufinden. Dafs er aber mit Epizykeln und Exzentern Bescheid wufste, mag aus folgenden willkürlich herausgegriffenen Sätzen seiner Schrift erhellen: »Maximam aequationem solis alibi quam in mediis longitudinibus esse est impossibile; Arcum equationis centri in epiciclo lune patefacere«. — Auch Langenstein (s. o.) hat eine »Commentatio in genesin et in theoricam planetarum« handschriftlich hinterlassen (Wolf, a. a. O., S. 85) über deren Inhalt leider genaueres nicht bekannt ist.

[2] Regiomontanus, Disputationes contra Girardi Cremonensis in planetarum theoricas deliramenta, Nürnberg 1474.

wie wir wissen, ältere Texte, an welche man sich bei diesen Vorlagen halten konnte, teilweise brachte die Zeit selbst neue Lehrmittel hervor. »Nicht nur finden sich«, bemerkt Wolf[1], »schon in dem ‚Libellus de anni ratione, seu ut vocatur vulgo computus ecclesiasticus', welchen der um die Mitte des XIII. Jahrhunderts verstorbene Sacrobosco hinterliefs, die zur Konstruktion der Kalender nötigen Regeln für Bestimmung der Sonntagsbuchstaben, goldenen Zahlen, Epakten u. s. w., sondern es soll auch die Pariser Bibliothek ein wirkliches Kalender-Manuskript vom Jahre 1284 besitzen; ferner ist bekannt, dafs man unbestritten dem 1374 zu Florenz verstorbenen berühmten Abazisten Paolo Dagomari zuschreibt, unter dem Namen ‚Taccuino' einen ersten italienischen Kalender geschrieben zu haben«. Neuerdings hat Kaltenbrunner einen noch weit älteren Kalender aufgefunden und beschrieben[2]. Jedenfalls hatte die Kalendariographie zur Zeit an Tiefe und Umfang gegen

[1] Wolf a. a. O., S. 49. Die Kirchenrechnung Sacroboscos ist, wie die Sphaera, von Melanchthon (Wittenberg 1534) neu aufgelegt worden.

[2] Kaltenbrunner, Ein Kalender aus dem Anfang des XIII. Jahrhunderts, Neues Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtskunde, 3. Band. S. 385 ff.) Dieser Kalender, in Berlin befindlich, rührt zwar nicht, wie man aus dem ihm angefügten Komputus hat schliefsen wollen, von Johannes de Gerlandia (um 1150) her, wohl aber ist er um 1200 »secundum Gerlandium« verfafst. Dem Kalenderschreiber ist die Fehlerhaftigkeit der herrschenden Zeitrechnung wohl bekannt:

»Ut reor, octo minus momenta tamen tenet annus;
Cumque quaterdenis momentis hora paretur,
Solstitium quinis horam precedit in annis;
Cumque diem faciunt viginti quatuor hore,
Annis viginti centumque dies datur una.
Solstitium legimus Christo nascente fuisse,
Centum viginti decies jam praeteriere
Anni, sic denis precedit meta diebus.
Octavis gradibus variant parinoctia vervex
Libraque, solsticia cancro dabis et capricorno.
Sic quoque solsticia mutari credimus atque
Anticipare suas processu temporis horas,
Sic et mutari parinoctia credimus ipsa.«

Wie man sieht, ist die Gröfse des Fehlers, welchen Caesars Gehilfen bei der Bestimmung der Jahreslänge begingen, ziemlich richtig abgeschätzt. Der Kalender selbst ermöglicht eine genaue Festrechnung und enthält zu dem Ende eine Tabelle der goldenen Zahlen für jedes Jahr des Metonschen Zyklus. Der »locus bissextus« wird auf den 24. Februar verlegt; in dieser Bestimmung drückt sich eine gewisse Vertrautheit des Autors mit dem geschichtlichen Hergang aus, denn nach Unger (Über die Stelle des julianischen Schalttags, Philol. Wochenschrift, 2. Jahrgang. S. 187 ff.) bedeutet das Wort »bissextum« keinen Schalttag von Hause aus, vielmehr hiefsen im alten Rom so der ver-

früher gewonnen, da ja die Versuche der Kalenderreform viel zu gebieterisch sich geltend machten, als dafs sie von den Universitätslehrern hätten ignoriert werden können[1]. Auffallenderweise scheint,

einigte 24. und 25. Februar. — Die Thorner Gymnasialbibliothek besitzt übrigens auch ein altes Kalendarium von 1328, welches nach Curtze (Analyse etc., S. 55) die Monatstage, den Mondzyklus, die goldene Zahl, die Wochenbuchstaben, die Tageslängen und Sonnenhöhen tabellarisch registriert. Alte Exemplare scheint England besonders zahlreich zu besitzen (Halliwell, a. a. O., S. 112).

[1] Eine zusammenhängende Bearbeitung des Reformwerks in seiner geschichtlichen Entfaltung liefern Schubring (Zur Erinnerung an die Gregorianische Kalenderreform, Halle 1883) und noch weit umfassender Kaltenbrunner (Die Vorgeschichte der Gregorianischen Kalenderreform, Wien 1876) Einige Auszüge aus dieser trefflichen Schrift wird man hier nicht ungern eingeflochten sehen. Nachdem Bedas Erklärungsversuche der vorhandenen Diskrepanz nicht stichhaltig waren, finden wir die wirkliche Fehlerhaftigkeit des Julianischen Kalenders erstmalig anerkannt (a. a. O., S. 7) in einem Komputus des Magister Konrad von 1200 (Cod. Vindob. 3816) und etwas später in dem von Vincentius Bellovacensis seinem »Speculum« einverleibten Komputus. Sacrobosco verwirft Bedas Autorität bereits gänzlich und sucht sich allein auf Ptolemaeus zu stützen; sein Vorschlag geht dahin, immer im 28. Jahre, dem »annus decurtationis«, einen Tag fortzulassen. Der »Computus major« des Campano beruft sich auch auf die Araber, dringt auf eine neue und schärfere Festlegung der Aequinoktien und Frühlingsvollmonde und begegnet sich mit der Idee Grofsetestes (s. o. § 28) in dem Wunsche, Jahres- und Monatslängen nach arabischen Vorlagen zu fixieren. Hierher gehören ferner (a. a. O., S. 21 ff.) zwei in Cod. Vindob. 5239 vereinigte Anleitungen zur Kirchenrechnung von Johannes (?) und Gordianus (?), deren Verfasser für jedes Jahr eine besondere Berechnung des Ostertermins auf Grund einer eigenen Bestimmung des Frühlingsaequinoktiums fordern. Zu den Befürwortern einer gründlichen Reform zählte auch Roger Bacon, dem zufolge das Osterfest Anno 1267 um eine volle Woche zu spät gefeiert wurde. Die erste Monographie des bisher immer nur nebenher behandelten Reformgedankens schrieben 1345 der uns bereits bekannte Johannes de Muris und Firminus de Bellavalle im Auftrage des Papstes Clemens VI.; ihre Methode lief auf eine Neuberechnung der »numeri aurei« hinaus. Das nämliche Haupt der Christenheit regte auch den Johannes de Thermis zur Beschäftigung mit diesen Fragen an, und gleichzeitig sandte auch die griechische Kirche einen Verbesserer des Kalenders ins Treffen in der Person des Mönches Isaak Argyrus (s. S. 161, Note 2). Das Kostnitzer Konzil wurde vergeblich von dem Kardinal d'Ailly (a. a. O., S. 40 ff.) bearbeitet, die Angelegenheit einmal ernsthaft in die Hand zu nehmen; seine »Exhortatio super reformatione antiqui kalendarii« hatte keinen sichtlichen Erfolg und erst nach dem Baseler Konzil kam die Sache etwas mehr in Flufs (a. a. O., S. 51 ff.). Der Kardinal Nikolaus von Cusa erstattete den Bericht der von ihm geleiteten Untersuchungskommission dahin, dafs im Monat Juni 1439 7 Tage wegzufallen hätten. Ihm pflichtete bei der gelehrte Zoestius (s. o. S. 57, Note 2), der auch die verloren gegangenen Schriften des Reinherus und des Johannes de Ligneriis studiert hatte — freilich wäre der Ausfall damals schon ein viel zu geringer gewesen. Das folgende Kapitel wird uns auf die weiteren Phasen des kalendarischen Reformwerks zu sprechen bringen.

den Angaben der Wiener Vorlesungsverzeichnisse (s. u.) zufolge, für den Komputus das Fingerrechnen (s. o. § 2) sich fortwährend im Gebrauche auch der Gelehrtenwelt erhalten zu haben. Ein aus dieser Zeit stammender »Tractatus de computatione per digitos« auf der Wiener Hofbibliothek wie auch ein Traktat des Johannes de Brunswic Alemannus »super computum naturalem«, den die Pariser Nationalbibliothek unter der Signatur fonds latin Nr. 7422 verwahrt, bestätigen diese unsere Vermutung.

Ein weiteres Anhängsel der Astronomie bilden die Gnomonik, die aber erst in der folgenden Periode sich zu einer gewissen wissenschaftlichen Höhe aufschwang, und die Sterndeuterei, die sich aller Gegnerschaft erleuchteter Männer, wie Oresme und Langenstein, zum Trotze auf der Tagesordnung zu erhalten wufste und insbesondere auch als Hilfswissenschaft der Medizin in Ansehen stand. Gewisse mathematische Kenntnisse waren dem Astrologen allerdings unentbehrlich[1], und für das Mittelalter repräsentierte diese Afterwissenschaft mit allen ihren Auswüchsen doch immer ein kulturelles Element. Der übrigens nicht allseitig als echt anerkannte Τετράβιβλος des Ptolemaeus[2] bildete die Basis der astrologischen Disziplin, aber auch lateinische Übersetzungen der arabischen Lehrbücher eines Albumasar, Albohazen, Alkabitius und Aben Ragel waren in hunderten und aber hunderten von Abschriften verbreitet[3]. Namentlich die Anleitung des Alkabitius zum Nativitätsstellen war ein beliebtes Hilfsbuch der lesenden Magister[4]. Auch Meteorologie ward

[1] S. Wolf, a. a. O., S. 70 ff.; Billwiller, Über Astrologie, Basel 1878, S. 17 ff. Auf dem Äquator waren in bestimmter Weise zwölf Punkte markiert, und durch jeden derselben und durch die Mittagslinie war ein gröfster Kreis gelegt, so dafs auf der Himmelskugel zwölf astrologische Häuser entstanden. Für einen Ort von gegebener geographischer Lage die Häuser auszumitteln, war also immerhin ein für jene Zeit nicht ganz einfaches Problem der Sphärik.

[2] Uhlemann (Grundzüge der Astronomie und Astrologie der Alten, Leipzig, 1857. S. 52 ff.) schildert eingehend den Inhalt des vielgenannten »Quadripartitum«.

[3] Es ist aus dem Jahre 1610 ein Gutachten eines verdienten Altdorfer Mathematikprofessors an den Rat der Reichsstadt Nürnberg erhalten (Mittelfränkisches Kreisarchiv, Lade B. 72), in welchem sich derselbe über einige ihm zur Beurteilung vorgelegte astronomische und astrologische Bücher ausspricht. Entschiedener Gegner der Sterndeuter, behandelt Praetorius die letzteren ziemlich ironisch und beklagt sich namentlich darüber, dafs die Astrologen, die doch fromme Christen sein wollten, ihre Weisheit nur aus chaldäischen und arabischen Quellen zu schöpfen wüfsten.

[4] Die »Astronomiae judiciariae principia« des Alkabitius wurden samt dem Kommentar des Johannes de Saxonia (Johannes Denck, vgl. § 27) mehrmals in Venedig (1485, 1491, 1521) gedruckt.

als ein Appendix der Astrologie behandelt und nach arabischen Mustern gelehrt, worunter die Traktate des Alkindus »De impressionibus aeris« und des Japhar »De permutatione temporum et pluviarum« die geschätztesten waren. In deutscher Sprache bildete sich eine astrometeorologische Litteratur erst weit später heraus[1], ohne dafs deren Vertreter sich jemals einer sklavischen Abhängigkeit von ihren morgenländischen Vorlagen zu entschlagen vermocht hätten. — Übrigens darf auch nicht verkannt werden, dafs mit durch astrologische Velleitäten auch die Herausgabe der ersten Ephemeriden oder Almanache in die Wege geleitet wurde[2], durch welche der echten Wissenschaft ein kaum zu schildernder Nutzen erwuchs. Keplers melancholische Behauptung[3], dafs die wirkliche Astronomie ohne die Unterstützung ihres »närrischen Töchterleins Astrologia« längere Zeit hindurch gar nicht hätte bestehen können, wird auch hier wieder bestätigt. —

Nachdem wir nunmehr mit den mathematischen Fächern, mit dem Quadrivium, zum Ende gelangt sind, übrigt noch ein Blick auf die naturwissenschaftlichen Disziplinen. Die aristotelische Physik fällt nicht in unsern Kreis, sie wurde mit Recht als ein blofser Bestandteil der Philosophie betrachtet und behandelt. Über die Meteorologie des Stagiriten scheint in älteren Zeiten niemals gelesen worden zu sein, dafür aber bot die Auslegung der Schrift »De coelo« vielerlei Gelegenheit zur Verwertung des aus Sacrobosco geschöpften astronomischen Wissens. In Wien soll für Kosmologie

[1] Bei van Bebber (Handbuch der ausübenden Witterungskunde, 1. Teil, Stuttgart 1885. S. 53 ff.) finden wir die Angabe, dafs die erste deutsche »Practica« oder »Prognosticatio« mit Wetterregeln den Astrologen Johannes Lichtenberger (1458—1510) zum Verfasser hatte. 1508 erschien die erste »Pauren-Practik«, 1510 das Wetterbuch von Rynmann. Wegen J. Stöfler's Prognose vgl. unten Kap. V.

[2] Das Wort Almanach, welches durch Peurbach und Regiomontan zu Ehren gebracht wurde, kommt nach den von Fürst Boncompagni angestellten Nachforschungen (Almanacco, Giornale degli Eruditi e dei Curiosi, Vol. III. S. 208 ff.) zuerst vor als Titel (אלמנך) einer teilweise astrologischen, von Andalò di Negro kommentierten Schrift des südfranzösischen Juden Jakob ben Machir oder Prophatius (gest. 1307). Sehr gründlicher Prüfung unterzieht die vorhandenen Kodizes dieses interessanten Tabellenwerkes Steinschneider: Prophatii Judaei Montepessulani Massiliensis (a. 1300) prooemium in almanach adhuc ineditum e versionibus duabus antiquis una cum textu hebraico e manuscriptis primum edidit, suamque versionem latinam verbalem adjecit, Bonc. Bull., tomo IX. S. 595 ff.

[3] Wolf, a. a. O., S. 82.

auch Albertus Magnus herangezogen worden sein[1]. Die einzige nach neueren Begriffen »physikalische« Disziplin, auf welche sich der akademische Unterricht erstreckte, war die Optik oder Perspektive, und diese wurde ausschliefslich nach Pekkam betrieben. Einige Lehrsätze über die gradlinige Fortpflanzung des Lichtes, über perspektivische Abbildung, über die aus der Gleichheit von Einfalls- und Reflexionswinkel zu ziehenden Folgerungen und — wenn es hoch kam — über Hohlspiegel, Dämmerung und Regenbogen dürften das gesamte Material gewesen sein, mit welchem die Hörer einer optischen Durchschnittsvorlesung sich beschwert sahen. Die kosmographisch-naturwissenschaftliche Schriftstellerei förderte, wie wir an einer Reihe von Belegen (Vincenz von Beauvais, Thomas von Cantimpré, Konrad von Megenberg) bereits konstatierten und noch durch weitere zu bekräftigen vermöchten[2], unausgesetzt neue Sammelwerke von mehr oder minder gelehrtem Charakter zu Tage, allein die Schulgelehrsamkeit nahm, soweit es sich um den Unterricht der jungen Akademiker handelte, keinerlei Notiz davon.

[1] Allerdings war für eine zusammenhängende Darstellung der Kosmologie, der Wissenschaft vom Weltganzen, Albert von Bollstädt der beste Führer; nicht mit Unrecht zieht Jessen (Der Kosmos in Deutschland, Deutsche Vierteljahresschrift, 1868, I. S. 269 ff.) eine Parallele zwischen ihm und A. von Humboldt, die in anbetracht der so verschiedenen äufseren Umstände nicht zu ungunsten Alberts ausfällt. Wir halten jedoch dafür, dafs vom Katheder aus nicht die fünfbändige Weltbeschreibung, sondern mehr nur das »Speculum astronomicum« interpretiert worden ist. Wie dieses Werk wesentlich auf arabische Bezugsquellen hinweist, hat Steinschneider in einer seiner vollendeten bibliographischen Untersuchungen (Zum Speculum astronomicum des Albertus Magnus, über die darin aufgeführten Schriftsteller und Schriften, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 16. Band. S. 357 ff.) dargethan.

[2] Dem XIII. Jahrhundert gehören u. a. an der »Lapidarius« des Bischofs Marbod (Marbodi liber lapidum seu de gemmis, ed. Beckmann, Göttingen 1799), worin manches für die Geschichte des Magnetismus und der Elektrizität beachtenswerte vorkommt, und die »Physica« der heiligen Hildegard (Reuss, De libris physicis Hildegardis commentatio historico-medica, Würzburg 1835). Auch der uns schon bekannte »Physiologus«, als dessen Quellen erst in allerneuester Zeit Aristoteles, Aelian, Herodot, die Schriftsteller über den Alexanderzug und ein syrisches »Buch der Naturgegenstände« nachgewiesen wurden (Ahrens, Geschichte des sogenannten Physiologus, Plön 1885), erfreute sich noch stets, zumal in Volkskreisen, grofser Beliebtheit. Auf höherer Stufe steht das vielen wohl aus der Erfindungsgeschichte des Kompasses erinnerliche Werk Neckams, von dessen »De naturis libri II« Wright 1863 in London eine kritische Ausgabe erscheinen liefs. Von dem Inhalt dieses gar viel und daher jedem etwas bringenden Buches finden wir bei Haeser (Lehrbuch der Geschichte der Medizin und der epidemischen Krankheiten, 1. Band, Jena 1875. S. 641 ff.) die folgende Beschreibung: »Der erste Theil beginnt mit einer Untersuchung über

29

Methode des akademischen Unterrichts.

Für die Art und Weise, in welcher während der beiden uns hier zur Besprechung vorliegenden Jahrhunderte der mathematische Hochschulunterricht erteilt wurde, ist bestimmend der Umstand, dafs keiner der Lehrer Mathematiker von Beruf im modernen Sinne des Wortes war, obschon damit selbstverständlich nicht ausgeschlossen werden soll, dafs etwa der eine Dozent mehr als ein anderer zu jener Wissenschaft sich hingezogen fühlte. Das Quadrivium mit seinen Anhängseln war ein Teil des philosophischen Lehrpensums, und Philosophen waren es, die darüber Kolleg lasen. Nur hierdurch vermag es erklärt zu werden, dafs zwar die Doktrin als solche, wie wir in den vorigen Paragraphen uns zu überzeugen hatten, gerade in diesem Zeitabschnitte keine unerheblichen Fortschritte machte, dafs jedoch die Mitwirkung der Universitäten an der Erzielung dieser Fortschritte eine mehr denn bescheidene war.

Die Methodik des akademischen Unterrichts war eine ausgesprochen akroamatische[1]. Der Lehrer verliefs während der Stunde sein Katheder nicht und trug nach dem in seinen Händen befindlichen Texte vor, die Studenten safsen zu seinen Füfsen[2] und folgten diesem Vortrage. Dieser sollte sich strenge an die Vorlage halten, von eigenem nur das unbedingt zur Verdeutlichung not-

die Übereinstimmung der ersten Kapitel der Genesis mit dem Evangelium des Johannes, handelt dann vom Lichte, der Sonne, dem Monde, der Luft, den Vögeln, vom Wasser (Quellen, Flüssen, Fischen), der Erde (Kohlen, Steinen, Metallen), vom Kompafs und dessen Gebrauch bei der Schiffahrt, von den vierfüfsigen Thieren, von Menschen, vom Sehorgan (von Spiegeln), Hausthieren, Gärten, Haus- und Ackergeräth, von geistiger Bildung, klassischen Studien, von der Scholastik und ihrer Nichtigkeit und von den Universitäten.« — Nach Cramer (Gesch. d. Erz. in den Niederl., S. 250) mufs Petrus Vergerius als derjenige verehrt werden, der im XIV. Jahrhundert den Naturwissenschaften zuerst eine didaktische Seite abzugewinnen bestrebt war.

[1] Eine vortreffliche Skizze von der didaktischen Technik der mittelalterlichen hohen Schulen entwirft Paulsen (Gesch. d. gel. Unterrichts, S. 18 ff.), dem auch wir im wesentlichen folgen zu sollen glaubten. Ebenso ist die Darstellung in Neudeckers Schrift über das Doktrinale des Alexander (s. o.) zu empfehlen.

[2] Eine gute Erläuterung zu dem, was sonst über die Äufserlichkeiten der Universitätskollegien bekannt ist, gibt eine von Geiger (Renaissance und Humanismus in Italien und Deutschland, Berlin 1882) mitgeteilte Reproduktion

wendige hinzuthun, ja nicht eine Stelle überspringen oder zu kurz behandeln und so das für jede Lektion bestimmte Wissensmaterial vollständig zum Verständnis der Hörer bringen. Diese selbst sollten der Absicht dieser Schulgesetzgebung gemäfs eigentlich nicht nachschreiben[1], vielmehr war jeder Student vonrechtswegen gehalten, eine Abschrift des zu erläuternden Werkes selbst in seinem Besitze zu haben, in den Hörsaal mitzubringen und, was wohl sehr häufig geschehen mufste, nach dem lauten und artikulierten Vortrag des Dozierenden zu verbessern. Damit war schon an und für sich das eigentliche Diktieren beseitigt; es sollte auch die Interpretation mehr in freier — höchstens durch geschriebene Notizen unterstützter — Darlegung des Sachinhalts, als in ängstlicher Wiedergabe des Originals bestehen. Inwieweit diese guten Absichten immer verwirklicht wurden, ist heute schwer zu unterscheiden, doch mangelt es nicht an Gründen für die Annahme, dafs die Wirklichkeit mitunter weit hinter dem Ideale zurückblieb. Besonders, wenn der Lehrer ein selbständiger Charakter war und sich von seinen Texten emanzipierte[2], stellte sich sofort die Lust ein, das erworbene Wissen in nachgeschriebenen Heften aufzuspeichern — ein Bestreben, das selbst durch die Vorteile des Buchdrucks nicht unterdrückt werden konnte und im XIX. Jahrhundert vielleicht noch sonderbarere Früchte als im XIII. zeitigte. Stenographische Methoden waren zwar nicht ausgebildet, fehlten aber auch keineswegs gänzlich[3]. Vielfach war im Interesse langsamerer Geister auch die Einrichtung getroffen, dafs während der letzten Viertelstunde die Texterklärung ausgesetzt und dafür »mit Milde« auf Fragen und Einwürfe aus dem Zuhörerkreise geantwortet wurde. Die »lectio« oder »praelectio«, die also, wir wiederholen es, mit der »pronuntiatio« des Diktierenden nicht ver-

einer aus dem XV. Jahrhundert stammenden Deckfarbenmalerei des Laurentius de Voltolina, welche den Henricus de Alemannia darstellt, wie er seinen Schülern die Ethik vorträgt. Das Lokal scheint ein oben offener Hofraum zu sein.

[1] Auf dem vorgenannten Bilde schreiben die Zuhörer nicht, jeder hat sein Buch vor sich, und nur Einer notiert anscheinend in diesem mit Bleistift.

[2] Cochlaeus (s. o. § 23), der allerdings einer späteren Zeit angehört, spricht ausdrücklich von solcher, nach unsern Begriffen sehr berechtigter Eigenmächtigkeit der Lehrer. Vgl. Ottos Monographie über Cochlaeus, S. 8.

[3] Höchst bemerkenswerte Materialien hiezu hat V. Rose aufgefunden (Ars notaria; Tironische Noten und Stenographie im XII. Jahrhundert, Hermes, 8. Band. S. 303 ff.). Ein englischer Mönch, wahrscheinlich John von Tilbury mit Namen, hat ein ganz geordnetes System der Schnellschreibekunst hinterlassen.

wechselt werden darf, hielt sich an feste Schemate der Auslegung. Am sichersten bewegten sich auf diesem Boden die Juristen, welche jeden Titel nach der Vorschrift eines Gedächtnisverses[1] zu behandeln hatten, doch dürfen wir einen solchen unveränderlichen »Erklärungs-Comment« wohl auch für die übrigen Fakultäten voraussetzen.

Die hohe Bedeutung der Katechese tritt bei dieser Art, junge Leute in eine Wissenschaft einzuführen, fast völlig in den Hintergrund, die mittelalterliche Pädagogik weifs eben, wie wir schon aus dem Vincentius Bellovacensis (s. o.) ersahen, nichts von der Notwendigkeit jenes sokratischen Lehrverfahrens, welches dereinst in den Säulenhallen Athens zu so hoher Entfaltung gelangt war. Allein die Notwendigkeit, auch die Selbstthätigkeit des Lernenden anzuregen, konnte nicht gänzlich verkannt werden, der Vortragende mufste sich wenigstens die Gewifsheit zu verschaffen suchen, dafs man seinen Worten zu folgen vermöge. So trat denn der »Lectio« als gleichberechtigtes und gleich notwendiges Unterrichtsmittel die »Disputatio« zur Seite, welche hauptsächlich auch die formelle Kunst der wissenschaftlichen Beweisführung ausbilden sollte. »In den Disputationen«, so kennzeichnet Paulsen (a. a. O.), treffend diese akademische Sitte, von welcher einige Überreste noch heute ein freilich sehr freudloses und überflüssiges Dasein fristen, »für welche ein Tag in der Woche ausgesetzt war, trat die Fakultät als Körperschaft auf. Die Gesamtheit der Lehrer und Schüler versammelte sich im grofsen Hörsaal. Ein Magister hielt einen Vortrag und proponierte im Anschlufs daran Thesen, über welche nun unter seinem Präsidium disputiert wurde. Die Magister opponierten der Reihe nach, mit Argumenten in syllogistischer Form (arguere); sodann lösten Bakkalarien unter Leitung des Präses die Argumente auf, wieder in streng syllogistischer Form. Aufserdem fanden Disputationen der Scholaren zur Übung statt, bei denen Bakkalarien präsidierten und opponierten«. Einmal im Jahre fand an verschiedenen Hochschulen eine sogenannte »Disputatio quodlibetaria« oder »Disputatio de quolibet« statt, bei welcher sich einem Turnus folgend jeder Professor den Angriffen der ganzen Artistenfakultät entgegenzustellen hatte[2]. Auch als Disputant sollte

[1] Der Vers besteht aus Hexameter und zugehörigem Pentameter:
»Praemitto, scindo, summo, causamque figuro,
Perlego, do causas, connoto, objicio.«

[2] Näheres über diese Riesendisputation bei Kink (Geschichte der kaiserlichen Universität zu Wien, 1. Band, 1. Theil, Wien 1854. S. 76) und bei Aschbach (Geschichte der Wiener Universität im ersten Jahrhundert ihres

sich jedoch der Universitätsangehörige sittsam an seine Meister halten und seine Persönlichkeit in den Hintergrund drängen. Diese allzuweit gehende Rücksichtnahme auf Autoritäten zieht sich als roter Faden durch alle Universitätsgebräuche hindurch, sie zwang den einzelnen Lehrer, sich für seine Vorlesung die Hilfsmittel innerhalb eines sehr engen Kreises auszuwählen[1], und auch dann, wenn ein strebsamerer Kopf eine litterarische Neuigkeit in die Öffentlichkeit zu bringen gedachte[2], hatte er sich zuvor erst mit der Zensur seines Dekans und unter Umständen auch der theologischen Fakultät abzufinden.

Es wäre ungerecht zu leugnen, dafs dieses Lehr- und Lernsystem ein durchdachtes und in sich abgeschlossenes war[3], und dafs zumal die — vielleicht als eine Reminiszenz aus den blühenden arabischen Schulen[4] herübergenommene — Übung im Verfechten einer wissen-

Bestehens, Wien 1865. S. 92 ff.). So unbeliebt diese Schaustellung, die jährlich am Tage der hl. Katharina, einer als Disputantin für den christlichen Glauben gefeierten Blutzeugin, also am 25. November abgehalten wurde, wegen der übertriebenen Anforderungen auch war, die sie an den einzelnen stellte, so konnte sie doch erst zu Anfang des XVI. Jahrhunderts durch den Humanisten Cuspinian endgiltig beseitigt werden, nachdem sie freilich bereits zuvor zur Farce herabgesunken war. Anderwärts — Heidelberg ging darin mit gutem Beispiel voran — nahm man die Sache von Anfang an nicht ernst (Zarncke, die deutschen Universitäten im Mittelalter, 1. Beitrag, Leipzig 1857. S. 232).

[1] Die Prager Bakkalarien z. B. durften (v. Lang, Über den Einfluſs der Universität zu Prag auf die Studien zu Franken, Arch. für Gesch. d. Obermainkreises, 1. Band. S. 50) ihre Vorlesungen über Trivium und Quadrivium nur nach approbierten Heften eines Prager Magisters oder auch nach authentischen Diktaten aus Paris und Oxford halten.

[2] Das Wort »Veröffentlichen« besafs selbstverständlich in der Zeit vor Gutenberg eine andere Bedeutung, als nachher. Kink (a. a. O., S. 59) macht uns mit dem Hergang bekannt. Als »Zugewandte« der Universität an deren Privilegien teilnehmend gehörten zu dem Personal stets auch Buchhändler (stationarii) und Kopisten. Der Autor versammelte eine Anzahl der letzteren um sich und diktierte ihnen das fertige Werk in die Feder; war dasselbe zu Lehrzwecken bestimmt, so war die Gutheifsung des Lehrkörpers doppelt erforderlich. »Anno 1419, 5. Junii fuit congregatio facultatis artium, an quaedam tabulae in astronomia sint pronuntiandae publice, ut Mag. Joh. de Gmunden commodius vellet declarare«.

[3] »Die Vorlesungen legten« — s. Aschbach, a. a. O., S. 82 ff. — »die Grundlage, die Übungen und Wiederholungen befestigten das Erlernte, in den Disputationen bekundete man das vollendete Wissen. Es war die Methode überall festgehalten: vor allen Dingen die Fundamentalwissenssätze genau darzulegen, sie dem Gedächtnisse durch Übung und Wiederholung fest einzuprägen, ferner gerüstet zu sein, ihre Begründung wie auch ihre Verteidigung gegen alle Angriffe siegreich durchzuführen.«

[4] v. Haneberg, Über das Schul- und Lehrwesen der Mohamedaner im Mittelalter, München 1850. S. 24.

schaftlichen Ansicht im allgemeinen gute Erfolge haben konnte, ja mufste. Nur freilich kann auch der wohlmeinende Beurteiler die Wahrheit nicht verkennen, dafs der übliche Lehrmodus gerade die Mathematik weitaus am meisten von allen Disziplinen gefährden mufste. Denn nirgendwo anders hat blofses Wissen so geringen Wert ohne das zwar aus diesem entfliefsende aber doch erst selbständig zu entwickelnde Können, als hier, und diese letztere Seite mufste völlig brach liegen bleiben. Das Disputieren hätte immerhin einen gewissen Ersatz zu bieten vermocht, allein wenn auch z. B. von der Disputatio de quolibet ausdrücklich bezeugt wird, dafs sie statutengemäfs den ganzen Kreis der sieben »artes liberales« zu umfassen hatte, so findet sich doch nicht der leiseste Anhaltspunkt dafür, dafs man wirklich dem Quadrivium Streitfragen entnommen hätte. Bot dasselbe doch auch so wenig Anlafs dazu, das beliebte Brillantfeuerwerk scholastischer Klugheit in Szene zu setzen! Der Ingolstädter Lehrplan von 1478, durchaus im Geiste des XIII. Jahrhunderts abgefafst, schliefst ausdrücklich die mathematischen Disziplinen von den »Exerzitien« und »Resumptionen« aus, deren Frequentierung der akademischen Jugend ans Herz gelegt wird[1]. Den Nachweis dafür, dafs über mathematische — konkreter gesprochen, über sphärisch-astronomische — Thesen wirklich disputiert wird, kann man erst für den Beginn des XVI. Jahrhunderts führen[2].

Doch all das hätte immer hingehen mögen, wären nur die Lehrer des Fachs die richtigen Männer gewesen, um durch ihre

[1] Prantl, Geschichte der Ludwig-Maximilians-Universität in Ingolstadt, Landshut, München, 1. Band, München 1872. S. 83. Zarncke macht (a. a. O., S. 10 ff.) Mitteilungen über ein altes »Manuale scholarium, qui studentium universitates aggredi ac postea in eis proficere instituunt«; in dessen drittem Kapitel (»Quomodo discipuli de exercitiis lectionibusque loquantur«) ist viel von der »tripartitio« dieser Lektionen und Übungen die Rede, mit keinem Worte aber vom Quadrivium.

[2] Bäumlein im Artikel »Klosterschulen« der Schmidschen Enzyklopädie, 4. Band. S. 63. Nach einer Aufzählung der den »Grammatisten-Klosterschulen« zugewiesenen Lehrgegenstände wird fortgefahren: «In diesen höheren Schulen sollten aufserdem unter Leitung der Lehrer Disputierübungen über einige aus der Grammatik, Dialektik, Rhetorik, Sphärik genommene Thesen angestellt werden.« Aber noch weit später (1571) mufs es der Tübinger Senat als etwas aufsergewöhnliches hervorheben, dass der junge Professor Frischlin (s. dessen Leben von Strauss, Frankfurt a. M. 1856. S. 40) in seinem sonntäglich abgehaltenen Disputatorium immer »beinahe die ganze Cyklopädie, d. h. Physik, Moral, Astronomie, Logik und Rhetorik« durchlaufen habe. Als Beispiel eines von ihm mit besonderm Glücke verteidigten Streitsatzes sei dieser angeführt: »Mundus est dumtaxat unus.«

persönliche Einwirkung, durch dieses allerwichtigste und am meisten schadenausgleichend wirkende Mittel, für die Fehler des Lehrplans Ersatz zu bieten. Dafs dem nicht so war, das mufs als der Sitz des Übels bezeichnet werden; die Betrachtung der Personalverhältnisse der Lehrer wird diese Andeutung zur Gewifsheit erheben.

30

Die akademischen Lehrer und deren amtliche Thätigkeit.

Wie nämlich schon zu Anfang des vorigen Paragraphen angedeutet ward, gab keiner der Lehrer ausschliefslich mathematischen oder sonst einen andern Fach-Unterricht, sondern er liefs sich von der Fakultät einen Gegenstand zuweisen, den er dann, selbstverständlich ohne besondere Hingabe, in einem Semester (»mutatio«) abhandelte, um sich im nächsten gleichgiltig einem andern Stoffe zuzuwenden. Diese Einrichtung gewährte zwar den Vorteil, unter den Mitgliedern des Lehrkörpers eine gewisse polyhistorische Durchschnittsbildung zu verbreiten, was ja bei dem damaligen geringen Umfang der einzelnen Disziplinen auch zur Not angehen mochte, allein andererseits litt jene Institution an dem pädagogischen Grundfehler, dafs der Lehrer selbst nur das von der Sache wufste, was er zu lehren beauftragt war. Heutzutage ist man in allen Kreisen darüber einig, dafs auch die elementarsten Partien eines Wissenszweiges nur von einem völlig ausgebildeten Fachmanne in ersprieslicher Weise gelehrt werden können.

Verhältnismäfsig geben uns die Wiener und die denselben nachgebildeten Prager und Leipziger Statuten[1] die besten Fingerzeige für die Beurteilung dieses eigentümlichen Gebrauches an die Hand. Unter den Vorlesungen nahmen die erste Stelle ein die »lectiones ordinariae«, welche dem Aristoteles und in zweiter Linie dem Quadrivium gewidmet waren und nur von Magistern[2] — nicht also

[1] Aschbach, a. a., S. 135 ff. Daneben kommt hauptsächlich in betracht Drobisch: Neue Beiträge zur Statistik der Universität Leipzig innerhalb der ersten hundertundvierzig Jahre ihres Bestehens, Ber. über die Verhandl. d. k. sächs. Ges. d. Wissensch. Phil.-hist. Klasse, 1. Band. S. 69 ff. Hier ist u. a. als reichhaltigstes Repertorium verwertet der »Liber Decanorum Facultatis philosophicae Universitatis Pragensis ab anno Christi 1367 usque ad annum 1585,« welcher einen Bestandteil des ersten Bandes der »Monumenta historica universitatis Carolo-Ferdinandeae Pragensis« (Prag 1832) ausmacht.

[2] »Doktoren« gab es überhaupt in der philosophischen Fakultät nicht, sondern nur Magister und Bakkalarien. S. v. Schelling, Zur Geschichte der aka-

von Bakkalarien — gehalten werden durften. Diese Vorträge wurden jährlich resp. semesterweise vom Dekan unter die »magistri regere volentes seu regentes«, aus denen sich erst viel später die »professores ordinarii« herausbildeten, nach der Zeit ihrer Zugehörigkeit zur Fakultät, d. h. nach dem »senium« verteilt. Den Bakkalarien waren die Logik, die »parva naturalia« und allenfalls jene mathematischen Lehrfächer vorbehalten, welche nicht eigentlich zum Quadrivium gehörten.

Von 1390 an sind uns die Namen der Wiener Dozenten in der Artistenfakultät sämtlich bekannt, und es ist gewifs das beste Mittel, sich in diesem uns so fremdartigen System des mittelalterlichen Universitätslebens zu orientieren, wenn wir die einzelnen Lehrer zusammen mit den von ihnen tradierten Disziplinen nacheinander gemäfs der von Aschbach (a. a. O.) gegebenen Übersicht aufführen. Im genannten Jahre liest Benedictus de Ungaria über den Astrologen Alkabitius, andere mathematische Vorlesungen gibt es nicht. Aber 1391/92 trägt Petrus von Pulka über Sphaera materialis, — unter diesem mifsverstandenen Titel erscheint beharrlich Sacrobosco — Thomas von Cleve über Arithmetik, Johannes Gruber über die Proportionen Bradwardins, Nikolaus von Dinkelsbühl über die Latitudines, Martin von Wallsee über Euklid vor; 1392/93 sind die Kollegien ausgeteilt, wie folgt: Petrus von Wallsee hat den Euklid, Petrus von Pulka die Arithmetik und zwar mit Inbegriff der Proportionen, Johann Fluck aus der schwäbischen Stadt Pfullendorf die Latitudines, Johannes Graser die Sphaera, Friedrich von Drofsendorf die Perspektive. Der Name Heinrich Langensteins wird vergeblich in dieser Liste gesucht, und schon dieser Umstand, dafs der einzige wirkliche Mathematiker der Hochschule sich nicht von dem ihm anvertrauten theologischen Lehrauftrage zu den geringer geachteten artistischen Vorlesungen herablassen durfte, spricht deutlicher als weitläufige Ausführungen für die Fehlerhaftigkeit des Systems[1]. Von allen den aufgezählten Magistern scheint nur Petrus von Pulka (gest. 1425) eine gewisse Vorliebe für die Mathematik gehabt zu haben, und Nikolaus von Dinkelsbühl, der fünfzehn Jahre hindurch der

demischen Grade, Erlangen 1880. Doktor wurde man beim Übertritt in eine der drei »höheren« Fakultäten.

[1] Allerdings meint Aschbach (a. a. O., S. 386 ff.), dass Henricus Hassianus in seinen theologischen Vorlesungen und Arbeiten gerne sein mathematisches Wissen an den Tag gelegt habe.

philosophischen Fakultät angehörte, war wenigstens ein scharfer Denker und Kommentator der »libri physici« des Aristoteles, obschon er erst seit 1405 als Theolog seine Lorbeeren zu ernten begann[1]. Die übrigen Dozenten sind uns blofs leere Namen, und nicht besser werden wir belehrt, wenn wir den Vorlesungsanzeiger von neun aufeinanderfolgenden Jahren durchmustern. Um aber recht überzeugend darzuthun, dafs die jungen Hochschullehrer im Lehrhause der Mathematik wie in einem Taubenschlage ein- und ausflatterten, möge der Katalog nach Aschbach[2] hier eine Stelle finden, wobei zu bemerken ist, dafs »Computus physicus« hier (s. o. § 27) das Rechnen mit den nach negativen Potenzen der Zahl 60 fortschreitenden Reihen, »Algorismus de minutiis« dagegen das Bruchrechnen im modernen Sinne bedeutet. Die Lektionsliste ist:

Fach.	1391.	1392.	1393.	1394.	1395.	1396.	1397.	1398.	1399.
Sphaera mat.	Petr. v. Pulka.	Joh. Graser	Suchenschaz	Nik. v. Dink.	Fürstenfeld	Haiderich	Math. v. Wallsee	Joh. v. Wimpina	
Arismetica	Thom. v. Cleve			Nissel				Seglauer	
Proport. breves	Joh. Gruber		Fr. v. Drdf.			Walt. v. Lenzb.	Birkner	Chr. v. Soest.	Conr. v Rottenberg
Lat. formarum	Nik. v. Dink.	Fluck		Petr. v. Pulka		Suchenschaz			Frdr. v. Passau
Euklides	Mart. v. Wallsee	Petr. v. Wallsee	Nik. v. Dink.						Joh. v. Wimpina
Arism. et Prop.		Petr. v. Pulka							
Perspectiva		Fr. v. Drdf.		Fluck	Nik. v. Dink.	Fr. v. Drdf.	Nik. v. Maczen	Petr. v. Pulka	Herm. v. Wallsee
Musica			Nik. v. Neustadt				Gg. v. Horb	Math. v. Wallsee	Nissel
Alg. de integris					Poll		Walt. v. Lenzb.		
Theorica planetar.					Paul v. Wien	Nik. v. Maczen			
Computus physic.						Petr. v. Pulka			
Alg. de minutiis							Olting		

Man übersieht mit Einem Blicke, welche Kollegien gesucht, welche mehr nur Schaustück gewesen sind; Astronomie steht obenan, auch Proportionenlehre und Optik sind beliebt, die Notwendigkeit, Brüche behandeln zu können, scheint sich den Studenten nicht eben sehr aufgedrängt zu haben. Eigenartig ist die Scheidung zwischen Arithmetik und Algorismus; sie gemahnt vielleicht an die eben auch

[1] Aschbach, a. a. O., S. 424 ff.
[2] Aschbach, S. 430 ff.

damals noch nicht vollständig überwundene Parteiverschiedenheit der Abazisten und Algorithmiker (s. o. § 18). Möglicherweise wurde im arithmetischen Kursus noch der Kalkul mit Rechensteinen gelehrt und erst nachher im algorithmischen die dekadische Zahlbehandlung; möglicherweise deutet aber das Wort auch auf zahlentheoretische Betrachtungen hin.

Die Vorlesungen mufsten nur teilweise von sämtlichen Studierenden gehört werden. Welche als Pflichtkollegien angesehen, welche der freien Wahl der Hörer überlassen waren, das hatte sich an den verschiedenen Universitäten auch ganz verschieden gestaltet und stand in engster Beziehung zu den ebenfalls nicht überall gleichen Prüfungsordnungen. Es wird also darauf zurückzukommen sein, sobald die individuelle Schilderung der einzelnen Hochschulen an die Reihe gelangt; zunächst ist aber denjenigen Fragen näher zu treten, welche sich auf die Universitäten insgesamt beziehen.

31

Gründung und Organisation der älteren Hochschulen.

Nicht leicht waren über irgend einen andern Punkt der Kulturgeschichte die Anschauungen derart in Verwirrung geraten, als über die älteste Universitätsgeschichte. Als eine rettende That mufs deshalb das Erscheinen des grofsen Werkes von Denifle bezeichnet werden, das uns bereits im zweiten Kapitel die besten Dienste geleistet hat. Wir haben keine Wahl, als dasselbe auch für unsere Zwecke zur Richtschnur zu nehmen und auch die Thesen anzuerkennen, welche wir hier an die Spitze stellen, welche aber in dem genannten Werke[1] das Ergebnis einer mühsamen und langwierigen Begründungsarbeit bilden. Die vier Thesen sind:

I. Für einzelne Orte (Köln, Erfurt, Valladolid, Avignon, Orange) trifft die gewöhnlich nur allzusehr verallgemeinerte Thatsache zu, dafs die Universität aus einer der bereits bestehenden Lehranstalten herauswuchs; die Bevölkerung erwarb das Universitätsprivileg für ihre Schule oder erhielt es verliehen.

II. In einigen Städten (Oxford, Cambridge, Angers, Orleans) entwickelten sich Anstalten zu einem Generalstudium, die zwar von einem bischöflichen Kanzler oder Scholastikus geleitet wurden, da-

[1] Denifle, Die Universitäten des Mittelalters, S. 723 ff.

bei aber doch nicht den Charakter eigentlicher Dom- oder Stiftsschulen trugen.

III. Viele Generalstudien (Alcalá, Lérida, Perpignan, Sevilla, Coimbra, Grenoble, Genf, Cahors, Dublin, Krakau, Fünfkirchen) haben sich an gar kein schon bestandenes Institut angelehnt, sondern müssen als förmliche Neuschöpfungen gelten.

IV. Es gibt auch Hochschulen (Salamanca, Prag, Montpellier), deren Anfänge sehr zusammengesetzter Natur sind. —

Es ist sonach die namentlich durch Savigny in Aufnahme gebrachte Ansicht, dafs Hochschulen stets einem um einen berühmten Lehrer geschaarten Hörerkreis ihre Entstehung zu danken gehabt hätten, aufzugeben[1]. Lanfranc und Abaelard waren gewifs Zelebritäten, denen es auch nicht an Schülern mangelte, und doch wurden beide keine Begründer von Universitäten. Oder man denke an die Schule von Rheims (§ 12), die unter Fulko, Remigius von Auxerre u. a. 150 Jahre lang blühte, an Lüttich und Chartres! Rechtsschulen gab es in Italien zahlreich, ja selbst in Bologna bestand eine solche, und doch war noch von keinem Generalstudium die Rede. Mit etwas mehr Recht, aber doch auch nur in einem cum grano salis zu nehmenden Sinne, sagt man von der Pariser Universität, sie sei aus der Domschule von Notre Dame hervorgegangen[2]; in Paris gab es schon im IX. und X. Jahrhundert tüchtige Lehrer und doch entstand eine hohe Schule erst später, wennschon eine gewisse Kontinuität zwischen jenen ältesten und den späteren Zeiten nicht in Abrede gestellt werden soll. Man hat eben bisher bei weitem nicht genug den Unterschied zwischen generellem und partikularem Studium gewürdigt. Das holt Denifle nach[3].

Die Bezeichnung »studium« im ausgesprochenen Sinne von Lehranstalt ist vor dem XIII. Jahrhundert nicht nachzuweisen, der Ausdruck »studium generale«, wofür wenig später auch »studium universale« gesagt wird, erscheint zuerst 1233 in einer Anwendung auf die Schule von Vercelli. Bis dahin war für Anstalt, Schulhaus, Hörsaal u. s. w. stets nur der Pluralis »scholae« gang und gäbe, ja selbst die grammatischen Glossatoren des XII. Säkulums kennen den nachher so allgemein gewordenen Sinn von Studium noch nicht. Das Beiwort »generalis« ist der allermifsbräuchlichsten Deutung ausgesetzt gewesen; man hatte gemeint, es solle besagen, dafs sämt-

[1] Ibid. S. 40 ff.
[2] Ibid. S. 695 ff.
[3] Ibid. S. 2 ff.

liche Wissenschaften gelehrt worden seien, allein es soll damit einzig und allein ausgedrückt werden, dafs die betreffende Anstalt eine Schule für Alle sei. So sagt z. B.[1] in der ersten Hälfte des XIV. Jahrhundert Paulus de Liazariis: »Que studia autem dicantur generalia, relinquitur arbitrio judicis, ut videat, si generaliter sacra pagina, jura et artes ibi doceantur«. Die Heilkunde wird da also mit klarem Bewufstsein vom Generalstudium ausgeschlossen. Einen andern, wenn schon mehr sekundären Unterschied zwischen »studium generale« und »studium particulare« bedingt weiterhin der Umstand, dafs letzteres niemals, ersteres wenigstens häufig mit besondern Gerechtsamen bedacht, ein »studium privilegiatum« war. Diese Privilegien involvierten eben eine Art von Kartellverband der einzelnen Hochschulen ohne Rücksicht auf deren territoriale Zugehörigkeit, indem die an irgend einem Generalstudium erworbene »facultas docendi« sofort von jedem beliebigen andern Generalstudium anerkannt werden mufste. Dafs die Anerkennung erfolgte, dafür bürgte die als gemeinsame Lehnsherrin verehrte höchste Autorität der Christenheit, die Kurie. Allein man wolle dabei nicht aufser Acht lassen, dafs das Generalstudium noch nicht notwendig eine »hohe Schule« in der später herrschend gewordenen Bedeutung dieses Wortes zu sein brauchte, mochte dasselbe es auch in den meisten Fällen sein.

Mit dem Worte »Universitas« war im Mittelalter noch gar kein fixer wissenschaftlicher Begriff verbunden, es wies, ähnlich wie »Societas«, auf eine zivilrechtliche Gesamtheit, wenn man will, auf einen anerkannten Verein hin. Die »Academia« ist dem Mittelalter überhaupt fremd, während »Gymnasium« nicht ganz selten mit Generalstudium sich deckt[2].

Sehen wir jetzt zu, was von den einzelnen Generalstudien hinsichtlich des Betriebes der uns hier beschäftigenden Wissenszweige zu berichten ist.

32

Die Mathematik an den nicht deutschen Universitäten.

Wir beginnen mit Spanien. An den wirklichen Universitäten erfreute sich unsere Wissenschaft jedenfalls nur geringer Blüte, einer um so lebhafteren aber, wenn uns dieser Ausdruck gestattet ist, an

[1] Ibid. S. 17.
[2] Ibid. S. 29 ff.

der »wilden« Hochschule zu Toledo, über welche die oben in § 25 bereits für unsere Zwecke nutzbar gemachten Studien Roses mancherlei Licht verbreitet haben. »Toledo war«, diesem Gewährsmann zufolge[1], »eine wirkliche Schule, eine Art unvollständiger Universität weltlicher Wissenschaft, die als ein unmittelbares Erbe arabischer Zeit der Gründung der ersten eigentlichen und theologischen Universität noch vorausging. Mannigfache Zeugnisse sprechen dafür, dafs gerade in Toledo die »geheimen«, d. h. eben die mathematischen Disziplinen in hohem Ansehen standen; neben den in Note 2 beigebrachten Daten ist auch oben S. 50 N. 2 zu vergleichen. Die Vorlesungen dürften, wie allenthalben in Spanien, vom Oktober bis zum Mai gedauert haben. Wie endlich der Islam höhere Schulen nur in engster Verbindung mit seinen Moscheen kennt, so scheint auch das Studium von Toledo sich ganz an die Kathedrale angelehnt zu haben.

Auf dem klassischen Boden Italiens entwickelte sich das Universitätsleben besonders kräftig und vielseitig. Bologna ragte in seiner Eigenschaft als Rechtsschule ebenso hervor, wie andere Generalstudien sich durch ein mit besonderer Liebe gepflegtes Fach auszeichneten[3], doch kamen hier auch die andern Wissenschaften

[1] Rose, Ptolemaeus und die Schule von Toledo, S. 340.

[2] Die von Rose für seine Behauptung, dafs um die toledanischen Übersetzer als ihr natürliches Zentrum eine förmliche Schule sich gebildet habe, gesammelten Beweismaterialien lassen sich in Kürze nach den folgenden Hauptpunkten gruppieren. Jener Deutsche Hermann, der im Verein mit Gerardus Cremonensis und Michael Scotus das Übersetzungsgeschäft geleitet zu haben scheint, spricht u. a. von Vorlesungen über den Aristoteles, welche er seinen »Hispani scholares« gehalten habe. Der englische Magister Daniel von Morley bestätigt die Existenz solcher Vorträge in einer noch im Manuskript vorhandenen Schrift über Philosophie, welche er dem Bischof Johann von Norwich widmete, und welche von seinen Studienreisen erzählt. In Paris, so berichtet er, habe ihn der Unterricht gerade in den für ihn wichtigen Fächern gar nicht befriedigt, und so habe er sich nach Toledo gewandt, welche Stadt »in quadruvio fere tota existit«, und da fand er, was er suchte. Insbesondere werden die von Gerhardus Toletanus — so heifst er hier — über die Astrologie des Ptolemaeus gehaltenen Lehrvorträge hervorgehoben. Auch im »Dialogus miraculorum« des Caesarius von Heisterbach (1222) kommt die Sprache darauf (a. a. O., S. 343), dafs junge Leute zum Erlernen der »Nigromantia« mit Vorliebe nach der alten maurischen Kapitale reisten. Und als 1329 die mit Rücksicht auf einen in Böhmen und Bayern gefühlten heftigen Erdstofs geschriebene »Epistola de astronomica scientia« durch alle deutschen Länder verbreitet ward, da war man gleich bereit, die Autorschaft derselben einem toledanischen Magister Johannes zuzuschreiben.

[3] Ein von Denifle (S. 758) mitgeteiltes Gedicht des Gottfried Vinesauf (um 1300), zu dessen Verständnis nur noch das zu bemerken ist, dafs unter

nicht zu kurz. Schon vor dem Beginne des XIII. Jahrhunderts kommen Professoren der »artes liberales« daselbst vor, von jenem Termine an werden sie häufiger[1]. Auch vollzog sich in Bologna, wie das nächste Kapitel ausweisen wird, verhältnismäfsig frühzeitig die Emanzipation des mathematischen Lehrfachs. Ein gleiches gilt für Padua, dessen etwas verfallene Hochschule Anno 1260 eine gründliche Reform erfuhr, infolge deren unter den neu angestellten Lehrern auch drei »profundi et periti doctores in physica et scientia naturali« erscheinen[2]. Auch Siena hielt auf das Quadrivium; nach einem Dekret von 1323 erhielt der die Musik dozierende Magister 75, der die Grammatik dozierende freilich 200 Livres[3]. Für Perugia ordnete Papst Johann XXII. ausdrücklich die Berufung einiger Professoren der freien Künste an[4]. Endlich ist von Verona zu erwähnen[5], dafs die Versuche zur Errichtung eines Generalstudiums zwar keinen direkten Erfolg hatten, aber doch später (1458) zur Bestellung je eines Lehrers für Grammatik, Rhetorik und Logik, beide Rechte, Arzneikunde und Arithmetik verhalfen.

Minder günstig als in Italien war die Stellung des Quadriviums in Frankreich und in den andern Ländern französischer Zunge. Für Genf z. B. war durch einen Stiftungsbrief Kaiser Karls IV. das Studium der sieben freien Künste ausdrücklich angeordnet, allein

»Auctores« damals immer die Klassiker verstanden wurden, lautet z. B.:

»In morbis sanat medici virtute Salernum
Aegros. In causis Bononia legibus armat
Nudos. Parisius dispensat in artibus illos
Panes unde cibat robustos. Aurelianis
Educat in cunio auctorum lacte tenellos.«

»Paris und Bologna,« so heifst es a. a. O., S. 45, »nahmen deshalb vor allen übrigen Schulen einen so ungeahnten, fast plötzlichen Aufschwung, weil allein dort gerade damals ein bestimmter Wissenszweig in einer neuen, den Bedürfnissen der Zeit entsprechenden, aber den Zeitgenossen nicht oder nur ungenügend bekannten Methode von einem oder mehreren Lehrern behandelt und dadurch eine neue Aera der wissenschaftlichen Forschung eingeleitet wurde.« Irnerius war der Rechtsgelehrte, der an dem Aufschwung Bolognas in erster Linie beteiligt war, doch thaten auch die wertvollen Privilegien Friedrich Barbarossas das ihrige.

[1] Denifle, a. a. O., S. 206.

[2] Ibid. S. 285. »Physik« ist in der Sprachweise jener Zeiten allerdings nicht etwa Naturlehre, sondern ausschliefslich Medizin.

[3] Ibid. S. 527.

[4] Ibid. S. 543 ff. Auch erscheint in genannter Stadt 1343 ein Astrolog als Mitglied des Lehrkörpers, doch gehört er der medizinischen und nicht der artistischen Abteilung an.

[5] Ibid. S. 635.

die Verordnung scheint auf dem Papiere stehen geblieben zu sein[1]. Lyon hatte ebenfalls wechselvolle Schicksale; es gab Schulen für die »artes«, die sich jedoch nicht zur Geltung einer Universität aufzuschwingen vermochten[2]. Toulouse dagegen hatte gleich beim Beginn sechs artistische Lehrer, deren Bemühen, das Quadrivium zur Blüte zu erheben, in dem reklamenhaften Programm der jungen Universität gebührend gepriesen wurde[3]. Die juridische Akademie zu Angers und die philosophische zu Orleans scheinen sich mit solchem Ballast überhaupt nicht beschwert zu haben, und auch von Bourges verlautet erst aus dem Jahre 1450, dafs man daselbst von einem Lizenziaten Kenntnis der Sphaera und etwas Geometrie verlangte[4]. Ein längeres Verweilen gebietet sich von selbst bei Paris, dieser Mutter und Pflanzschule der meisten abendländischen Universitäten, der gegenüber selbst Wien in seiner älteren Gestalt nur einen einfachen Ableger darstellte[5]. Gelehrt wurde in der französischen Hauptstadt schon seit den frühesten Zeiten und zwar für Zöglinge aus allen Weltgegenden, allein so lebhaft das geistige Leben auch in der »Rue Fouarre« schäumte, so erfolgte die Konstitution der Universität als solcher doch erst zu Ende des XII. Jahrhunderts dadurch, dafs die Lehrer der Theologie, des Jus, der Medizin und der Artes sich einheitlich zusammenschlossen[6]; einen gemeinsamen Vorsteher besafs diese Vereinigung noch für längere Zeit nicht, und erst seit 1219 übertrug sich der Begriff der »facultas« auf den Spezialkreis einer besondern Wissenschaft[7]. Magister der freien Künste wurden nun in grofser, ja in unglaublicher Menge kreiert; im Rotulus für 1348 werden 514, in dem für 1362 we-

[1] Ibid. S. 649.

[2] Ibid. S. 223.

[3] Ibid. S. 326. Man liefs es übrigens nicht bei Worten bewenden, sondern bethätigte seine Wertschätzung der exakten Fächer auch dadurch, dafs man den Lehrern dieser Fächer — ein damals unerhörter Vorgang — dasselbe Salarium (30 Mark) zubilligte, wie dem Professor der Dekretalen.

[4] Thurot, De l'organisation et de l'enseignement dans l'université de Paris au moyen-âge, Paris-Besançon 1850. S. 51. Dieses Werk von Thurot kann als die beste Quelle der Belehrung für jedermann gerühmt werden und überragt an Genauigkeit und Kritik namentlich weit das ältere Werk des Bulaeus, dessen massenhafte Mängel neuerdings durch die schonungslose Beleuchtung Denifles aufgedeckt worden sind.

[5] Paulsen, Die Gründung der deutschen Universitäten im Mittelalter, Histor. Zeitschrift, (2) 9. Band. S. 262.

[6] Denifle, a. a. O., S. 131.

[7] Ibid. S. 71.

nigstens 441 aufgeführt[1] — allein dennoch wollte es mit den mathematischen Zweigen der Artes zu keinem recht freudigen Gedeihen kommen. Dafür spricht schon genugsam der oben (Seite 203, Note 2) zitierte Ausspruch des fahrenden Schülers aus England, aber auch Thurot bestätigt diese Wahrnehmung[2]. Allerdings schreiben die Reformakte von 1366 und 1452 vor, dafs der Adspirant des Lizenziatengrades einige mathematische Vorlesungen gehört haben müsse, allein es läfst schon »tief blicken«, dafs man die Gegenstände näher zu bezeichnen für überflüssig hielt. Im Jahre 1340 erbat sich ein schwedischer Magister Sven[3] die Erlaubnis, in seiner Wohnung an Festtagen einen Kurs über Sphärik halten zu dürfen[4]; damit ist schon ausgesprochen, dafs die einheimischen Professoren sich zu wenig um diese Sachen bekümmerten. Von 1378 an trat dann zwar eine Besserung der Verhältnisse ein, von der in Kap. IV Rechenschaft zu geben sein wird, allein nachhaltig konnte man dem Übel, dafs diese Disziplinen von den Scholaren wenig geachtet wurden, nicht vorgebeugt haben, solange man Gehörthaben mit Wissen verwechselte. Wenn Orontius Finaeus noch zu Anfang des XVI. Jahrhunderts in der Dedikation seiner Euklid-Ausgabe an König Franz I. ganz ruhig den sonderbaren Magistereid der Philosophie-Beflissenen[5] als Zeugnis für deren mathematischen Fleifs anruft, so mufs man sich schon über die chevalereske Sinnesart der Pariser Herren wundern, die einen Zeugeneid als vollgiltigen Ersatz für die übliche rigorose Prüfung betrachteten. Man könnte glauben, dafs mit dieser oberflächlichen Behandlung der mathematischen Studien eine andere Erscheinung in Verbindung stehe: die nämlich, dafs relativ wenig

[1] Ibid. S. 123.

[2] Thurot, a. a. O., S. 81 ff.

[3] Bei Thurot heifst der Mann Sunon, doch ist sicherlich unsere Lesart die richtigere.

[4] Dieses Geben von Gastrollen seitens fremder Mathematiker fand Nachfolger. Im Jahre 1382 ward ebenso Johann von Oesterreich befugt, an Feiertagen privatissime den Euklid zu erklären. Ja, man räumte solchen Zugvögeln, die eben offenbar eine Lücke ausfüllten, sogar die Ehrenrechte der Pariser Ordinarii ein (Thurot, a. a. O., S. 82): »Le 10 octobre 1427, un Finlandais, Jacques Pierre Roodh, commença un cours sur le traité de Campano de Novare, intitulé Theorica planetarum: il faisait leçon vers midi, dans les écoles de Carmes. La Faculté lui accorda la faveur de le considérer comme régent, quoiqu'il ne fît qu'un cours extraordinaire.«

[5] Der bezügliche Passus ist: »Qui ad lauream adspirant philosophicam, jurejurando profitentur arctissime sese praenominatos libros Euclidis audivisse« (I—IV). Vgl. Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band. S. 260; Hankel, Zur Gesch. etc., S. 354 ff.

hervorragende Vertreter exakten Wissens aus den Pariser Lehrsälen hervorgegangen sind[1].

Die Universitäten germanischer Nationalität treten in dem fraglichen Zeitabschnitt in den Hintergrund gegen ihre romanischen Schwestern, zumal Skandinavien kommt gar nicht in betracht (s. o. S. 167 N. 1). Nach Woods »Historia Universitatis Oxoniensis«, woraus v. Stein einige Auszüge bekanntgibt[2], gab es dort gar keine objektive Lehrordnung, sondern jeder Magister suchte sich ein ihm passendes Buch heraus, interpretierte es und liefs darüber disputieren. Mathematik war für die »Scholastici in artibus magistratum ambientes« ein Pflichtkolleg[3]. Sehr bemerkenswert für die Entwicklungsgeschichte des akademischen Unterrichtswesens ist auch, dafs im XIII. Jahrhundert der uns bekannte Giraldus (s. o. S. 153 N. 4) eine neue Vorlesung an der Oxforder Hochschule ins Leben rief und über »Topographia Cambriae« las[4].

§ 33

Die Mathematik an den älteren deutschen Universitäten.

Wir glauben uns in diesem Paragraphen nicht ängstlich an unsere selbstgezogenen Schranken in zeitlicher Beziehung binden zu sollen. Wenn wir an einer Hochschule jene veralteten, mit wahrer Wissenschaftlichkeit nicht zu vereinenden Einrichtungen vorfinden, welche wir als für das frühere Mittelalter charakteristisch kennen gelernt haben, so halten wir uns für verpflichtet, hiervon noch in diesem Kapitel zu sprechen, mögen wir uns dabei auch schon vor-

[1] In Budinszkys monographischer Behandlung dieses Themas (Die Universität Paris und die Fremden an derselben im Mittelalter, Berlin 1876. S. 115 ff.) findet man, dafs 197 Deutsche, deren Namen auch sonst in der Geschichte vorkommen, in Paris ihre akademischen Würden sich errungen haben. Von diesen sind nur vier als Mathematiker bekannt (s. § 26), nämlich Heinrich von Langenstein, Konrad von Megenberg, der Optiker Theodorich und — erst im XVI. Jahrhundert — Heinrich Loriti aus Glarus.

[2] v. Stein, Die Verwaltungslehre etc., S. 220 ff.

[3] Die Vorlesungsordnung besagt hierüber: »Geometriae septem dabantur hebdomadae, sed diebus festis minime connumeratis.

Algorismo, Sphaerae, Computo } dies cuilibet actu, exclusis festis dabantur.

Arithmetica Boetii tribus hebdomadibus, praeterquam ubi dies festi inciderint, legebatur.«

[4] Huber, Die englischen Universitäten, 1. Band, Kassel 1839. S. 124.

greifend im XV. oder gar im XVI. Jahrhundert zu bewegen haben, und umgekehrt sind dem nächsten Kapitel alle Fortschritte über den obsoleten Zustand hinaus vorbehalten, ob auch deren erster Anfang noch in dem von uns gegenwärtig behandelten Zeitraume wurzelt.

Unsere Darstellung hat mit Prag zu beginnen als der urkundlich ältesten Universität auf dem Boden des römischen Reiches deutscher Nation. 1348 begründet weist dieselbe doch erst seit 1367 die regelmäfsige Wiederkehr von Vorlesungen über die wichtigsten Fächer auf; seit jener Zeit werden auch die ständigen mathematischen Vorlesebücher namhaft gemacht, welche übrigens höchstens darin einen gewissen Unterschied gegen die sonstigen Normen aufweisen, dafs sie auch die Chiromantie, die Kunst des Wahrsagens aus den Linien der Hand, umfassen[1]. Das älteste »Doktordiplom« einer deutschen Hochschule für die freien Künste stellte unterm 12. Juni 1359 Erzbischof Arnest von Prag aus[2]. Von besonderer Blüte des Quadriviums weifs übrigens kein Geschichtschreiber etwas zu melden, zumal, nachdem der Auszug der deutschen Studenten dem gelehrten Gemeinwesen eine schlimme Wunde geschlagen hatte[3].

Die Universität Wien, unter den älteren deutschen Hochschulen doch immer noch die sorgsamste für die Pflege der mathematischen Wissenschaften, wurde zwar schon 1365 begründet, ja in gewissem Sinne kann sogar die weit ältere Schule an der Stephanskirche als ihre älteste Ursprungsform bezeichnet werden[4], allein zur wirklichen

[1] Tomek, Geschichte der Prager Universität, Prag 1849. S. 29. S. 44.

[2] Denifle, a. a. O., S. 591.

[3] Zu den hemmenden Einflüssen gehörte nach Tomek (S. 63) auch die Gegnerschaft des in hohem Ansehen stehenden Magisters Johannes Hus. Derselbe bekämpfte die »mathematischen« Studien teils des alten Vorurteils wegen, dafs durch dieselben der Astrologie Vorschub geleistet werde, teils auch aus dem Grunde, weil durch diese Vorlesungen die jungen Theologen von ihrer Hauptaufgabe abgezogen würden.

[4] Die Stephansschule konnte, so meint Kink (Gesch. d. kais. Univ. zu Wien, 1. Band, 1. Teil. S. 15), füglich in Gemäfsheit des unter Albrecht I. 1296 ausgefertigten Diploms als eine kleine »facultas artium« gelten; auch blieb sie später stets als Vorschule in innigen Beziehungen zur wirklichen Universität. Den Unterricht an ihr hob auf eine höhere Stufe hauptsächlich der Magister Bernhard Perger aus Unterwalden (Aschbach, a. a. O., S. 573), und da derselbe seit 1464 mehrfach über Euklid und Optik las, so hat sich gewifs seine Fürsorge der ihm unterstellten Anstalt nach ebendieser Seite hin zugewendet. Auch der als Mathematiker geachtete Bayer Ratzenberger (gest. 1537), stand nicht weniger als sechsunddreifsig Jahre der Schule zu St. Stephan vor (Denis, Die Merkwürdigkeiten der k. k. garellischen öffentl. Bibliothek am Theresiano, Wien 1780. S. 247). S. auch Denifle, S. 604.

Entfaltung gelangte sie nicht vor der Berufung Heinrichs von Langenstein im Jahre 1384. Über die Austeilung der in unser Bereich einschlagenden Lehrgegenstände an die einzelnen Magister, die ihr Fach ohne besondere Lust und Liebe betrieben und, zur Anfangsstellung eines »Cursor biblicus« aufgerückt, um jene Dinge sich nicht mehr kümmerten, ward weiter oben alles gesagt, was darüber in Erfahrung zu bringen war. Geometrie trieb man nach Aschbachs Angaben[1] im Anschluſs an Euklid, für Optik diente Pekkam, für Kosmologie Albertus Magnus (s. o. § 28), für Planetentheorik Gerhard von Cremona, für die »Latitudines formarum« Oresme mit seinen Kommentatoren Albertus und Blasius, für Musik neben Boethius auch De Muris, für Astrologie, wie wir bereits wissen, Alkabitius zum Vorbilde. Speziell in chronologischen Dingen wurden Vorlesungen über »Computus ecclesiasticus« im allgemeinen, aber auch über »Computus chirometricalis« und »Computus judaicus« angeboten. Die Wochenzahl, welche von jedem einzelnen Kollegium zu beanspruchen und innezuhalten war, setzten die Universitätsbehörden erst zu Anfang des XV. Jahrhunderts fest, während vorher anscheinend viel Willkür mit unterlief. Irgendwelche »Quaestiones« waren mit den Vorlesungen nicht verbunden, und so kann, wie schon bemerkt, ihr Nutzen auch bei redlicher Bemühung des Lehrers kein erheblicher gewesen sein. Eine nicht allzu hohe Wertschätzung der dem Quadrivium angehörigen Unterrichtsgegenstände spiegelt sich denn auch ab in den Sätzen der Honorare, welche für diese Vorlesungen seitens der Hörer zu entrichten waren und auch bei gehöriger Veranschlagung des tiefgehenden Unterschiedes in der Valuta von damals und jetzt nicht anders denn als sehr geringfügig bezeichnet werden können. Umstehend sind diese Kollegiengelder für zwei um etwa ein halbes Saekulum auseinanderliegende Zeitabschnitte nach Aschbachs Zusammenstellung[2] angegeben, und ein Blick auf diese Tabelle genügt, um die sonst völlig richtige Bemerkung des genannten Historikers, daſs im allgemeinen die Preise sich günstiger für die Dozenten gestaltet hätten, als für das mathematische Fach unzutreffend erscheinen zu lassen[3].

[1] Aschbach, a. a. O., S. 92 ff.

[2] Ibid. S. 96. S. 351 ff.

[3] Die meisten Materien werden 1450 ebenso behandelt, wie um 1400. Nur die Theorie der Planeten zeigt einen kleinen Aufschwung von 4 zu 5, die Proportionenlehre des Bradwardin sogar einen Rückgang von 3 zu 2 Groschen,

Anfang des XV. Jahrhunderts.		Mitte des XV. Jahrhunderts.		
Fach.	Honorar.	Fach.	Anzahl der Lektionen.	Honorar.
Euklid.	6 Groschen.	Euklid (I. Buch).	8 Stunden.	1 Groschen.
Sphaera mater.	3 »	Sphaera mater.	20 »	3 »
Latitud. form.	2 »	Latitud. form.	7 »	2 »
Proportiones longae	3 »	Proportiones breves.	7 »	2 »
Perspectiva comm.	5 »	Perspectiva comm.	24 »	5 »
Planetentheorik.	4 »	Planeten-theorik.	16 »	5 »
		Euklid (II. III. IV. V. Buch).	24 »	5 »
		Arithmetica.	7 »	2 »
		Musica.	16 »	3 »
		Algorismus.	7 »	1 »

Wir werden behufs Vergleichung auch von den andern Universitäten, für welche wir das Material an der Hand haben, die Honorarlisten mitteilen[1].

Zunächst auf Wien folgt bezüglich des Gründungsalters Heidelberg. Im grofsen und ganzen sind die Heidelberger Institutionen denjenigen von Paris und Wien ähnlich, doch stöfst man auch auf einiges selbständigere. Die Sitte, Mathematik als Anfangskolleg den jungen Magistern zur Ausbildung zu überlassen, besteht auch hier[2], auch der Schwur gilt noch als Ersatz des Examens, aber man nimmt diesen Eid doch nicht blos obenhin ab, sondern präzisiert die Anforderungen genau, was immerhin als eine Verbesserung gelten kann[3]. Die Kosten der Vorlesungen sind aus der folgenden Tabelle ersichtlich (Hautz, a. a. O. S. 355 ff.):

der allerdings in dem Gegensatze von »Proportiones longae« und »Proportiones breves« seine Begründung findet.

[1] Eine umsichtig geführte Untersuchung über Kollegiengelder (minervalia, pastus) sowohl wie auch über die durchschnittliche — grofsenteils unsäglich übertriebene — Frequenz der Auditorien an den mittelalterlichen Universitäten verdankt man Paulsens oben (Seite 205 Note 5) zitierter Abhandlung in der Sybel'schen Zeitschrift.

[2] Hautz- v. Reichlin-Meldegg, Geschichte der Universität Heidelberg, 2. Band, Mannheim 1863. S. 346. »Item novus magister, qui nondum complevit byennium suum, post magisterium hic in isto studio debet eligere aliquem de istis libris videlicet ethicorum, mathematicam, physicorum, veterem artem et summulas Petri Hispani.« Mit »vetus ars« bezeichnet die herrschende nominalistische Richtung die philosophische Behandlungsweise ihrer Gegner, der Thomisten oder Realisten.

[3] Unter den »Juramenta volencium intrare temptamen pro licencia« findet sich die Stelle (Hautz, S. 349): »Item jurabunt, se audivisse aliquos distinctos

Fach.	Honorar.	Fach.	Honorar.
Tractatus spere materialis.	$1\frac{1}{2}$ Solidi denariorum.	Algorismus.	1 Solidus denariorum.
Jedes euklidische Buch.	1 » »	Proportiones.	1 » »
Perspectiva.	2 » »	Planetentheorik.	$1\frac{1}{2}$ » »

Die Beträge sind ungefähr denjenigen Wiens gleichwertig. Eine Vorlesung über »Ökonomie« kostete einen Solidus[1], in Wien dagegen zwei Groschen.

Zwei Jahre nach Heidelberg (1388) erstand, weiter Rhein-aufwärts, das hochberühmte theologische Generalstudium von Köln. Die Mathematik ward daselbst nicht weniger aber auch nicht mehr geschätzt denn anderswo; um Bakkalarius zu werden, brauchte man von jener Wissenschaft noch gar nichts zu verstehen; wollte sich aber ein Bakkalarius für die Lizenzia präsentieren lassen, so mufste er Sphaera mundi, Planetentheorik, drei Bücher Euklids, Optik und je einen Traktat von der Arithmetik, Musik, von den Proportionen und Latitudines gehört haben, und zwar an einer Hochschule, welche zum mindesten fünf ordentliche Magister der freien Künste nachweisen konnte*. (Siehe Seite 112, Note *). Rechnet man auf Eine Woche zwei Vorlesestunden, so ergibt sich aus der nachfolgenden Zusammenstellung, dafs man in Wien und Köln die gleichen Fächer auch ziemlich in derselben Zeit absolvieren zu können glaubte.

Fach.	Wochenzahl.	Honorar.	Fach.	Wochenzahl.	Honorar.
Drei Bücher Euklids.	10 Wochen.	6 Albus.	Proportiones.	3 Wochen.	1 Albus.
			Musica.	4 »	2 »
Planetentheorik.	8 »	3 »	Arithmetica.	4 «	2 »
Sphaera.	8 »	3 »			

libros totales mathematice et non solum plures parciales ejusdem et praesertim quod audiverint tractatum de sphera mundi in isto vel alio studio privilegiato, quodque per unam quadragesimam duodecim vicibus disputaverint diebus feriatis.« Ob dieses Disputieren sich gleichfalls auf Mathematik bezieht?

[1] Was man sich unter diesem mittelalterlichen Lehrgegenstand »Oekonomie«, der auch anderwärts vorkommt, eigentlich vorzustellen habe, scheint noch der Aufklärung zu bedürfen. An der Domschule von Münster pflegte Xenophons Traktat von der Landwirtschaft erläutert zu werden. Wahrscheinlich trug das Kolleg halb einen naturwissenschaftlichen halb einen volkswirtschaftlichen Character. Alberts des Grofsen Botanik, sagt Jessen (s. o. S. 191 N. 1) ward

Ein Novum bietet der Umstand, dafs eine zusammenfassende Vorlesung für »Spaera et Perspectiva communis« eingerichtet war; der betreffende Lehrer erledigte diesen Gegenstand in 10 Wochen und erhielt für seine Mühe 6 Albus. — Die sehr ausführliche, ja pedantische Darstellung v. Biancos läfst nirgendwo durchblicken, dafs irgendwann die Mathematik um ihrer selbst willen und nicht blos in ihrer Eigenschaft als Vorbereitungsdisziplin für die höheren Studien einer gewissen Pflege sich erfreut habe; im Gegenteil fehlt es nicht an Anhaltspunkten dafür, dafs der Stand der exakten Studien im alten Köln ein ungewöhnlich niedriger war[1], und erst gerade am

schon im XIV. Jahrhundert durch Petrus de Crescentiis die Grundlage einer verständigeren Lehre vom Ackerbau.

* v. Bianco, Die alte Universität Köln und die späteren Gelehrtenschulen dieser Stadt, 1. Teil, Köln 1855. S. 121 ff. Dafs die Einteilung der Wissenschaften nach Kölner Sitte von dem üblichen Trivium und Quadrivium abwich, sahen wir schon Seite 29.

[1] Der Humanist Celtes (oder Celtis) äufsert sich in diesem Punkte besonders hart über das seinen Tendenzen freilich vonvornherein abholde Köln (Hartfelder, Konrad Celtes und der Heidelberger Humanistenkreis, Histor. Zeitschr., (2) 11. Band. S. 15 ff., zumal S. 17); zum scherzhaften Vergleiche mögen seine tadelnden Verse (Oden, III, 21) neben den Überschwenglichkeiten des Buschius hier ihre Stelle finden:

»Nemo hic latinam grammaticam docet
Nec expolitis rhetoribus studet;
Mathesis ignota est, figuris
Quidque sacris numeris recludit.

Nemo hic per axem candida sidera
Inquirit, aut quae cardinibus vagis
Moventur, aut quid doctus alta
Contineat Ptolemaeus arte.«

Damit schiene freilich nicht recht vereinbar, dafs ein Gesinnungsgenosse des Celtes, Hermann Buschius, die Kölner Gelehrten auch als Astronomen feiert, allein man weifs, wie wenig Gewicht den Worten dieses seichten Humanisten zukommt, der sich wohl auch ab und zu einer recht gewöhnlichen Liebedienerei schuldig machte. Man sehe nur selbst zu, wie der Dichter (Liessem, Hermann van dem Busche, sein Leben und seine Schriften, 2. Teil, Köln 1885. S. 36) seine Weihrauchwolken emporqualmen läfst:

»Hic aeternorum divinorumque capaces
Et quicquid meminit scripturae pagina sacrae,
Hic qui jura sciunt legumque aenigmata solvunt,
Hic oratores, medici, stellasque professi,
Hic sophiae, hic habitant Phoebei fontis alumni
Castaliique laris, magni primordia mundi
Et veteres annos transactaque saecula docti . . .«

In den ersten Jahrzehnten des XVI. Jahrhunderts ist die Mathematik so gut wie erstorben; wenn nicht, wie Mosellanus erwähnt, Arnold von Dorth an der Montanerburse, also privatim, den Macrobius erklärt hätte, der doch

Ende des von uns betrachteten Zeitraums bahnt sich eine Besserung an. —

Die letzte noch dem XIV. Jahrhundert angehörige deutsche Hochschule ist Erfurt, dessen Privilegien dem Jahre 1392 entstammen. Der scholastische Geist war hier vor der Humanistenzeit ein äufserst reger, und es erschöpfte keine andere Universität so gründlich den ganzen Kreis der philosophischen Studien[1]. Nach Kampschulte sind in Prag 36, in Köln 25, in Wien 21, in Ingolstadt 23, in Erfurt aber 38 artistische Vorlesungsthemata verzeichnet. Doch mit dieser mehr äufserlichen Thatsache müssen wir uns auch genügen lassen. — Recht wenig wissen wir auch von der Anno 1402 geschaffenen und bald darauf durch die der Bergtheimer Schlacht folgenden Wirren wieder auf ein sehr niedriges Niveau herabgedrückten Universität Würzburg zu sagen[2]; die glänzende Neugestaltung des

nicht ganz geringe astronomische und physikalische Vorkenntnisse bedingt, so wäre wohl selbst die Notwendigkeit solchen Wissens verkannt worden. Vgl. K. Krafft, Mitteilungen aus der niederrheinischen Reformationsgeschichte, Zeitschr. d. Berg. Geschichtsvereins, 6. Band. S. 193 ff.; K. u. W. Krafft, Briefe und Dokumente aus der Zeit der Reformation im XVI. Jahrhundert nebst Mitteilungen über Kölnische Gelehrte und Studien im XIII. und XIV. Jahrhundert, Elberfeld 1875. S. 121). Und so kam es so weit, dafs 1525 die Studierenden der philosophischen Fakultät eine Eingabe an den Senat richten, welche dem ob solcher Eigenmächtigkeit erschreckten v. Bianco (a. a. O., S. 408 ff.) zwar als ein Sakrileg, uns Neueren aber als ein Zeichen sehr gesunder Denkart der jungen Leute erscheint. Zunächst erklären sie, dafs sie den reinen Aristoteles und nicht mehr die ihn entstellenden Kommentare haben wollten, und hiernächst fahren sie fort: »Ut etiam satisfaciamus titulo nostro, contendimus, quod nobis praelegatur in scholis Dialectica, Rhetorica, Musica, Arithmetica, Astronomia, Geometria, his adjungatur Physica cum Logica; et haec omnia a probatissimis composita, atque ab eruditissimis translata sunt.« Wenn solche Wünsche laut werden konnten, so mufs es doch vorher sehr übel ausgesehen haben. — Nachhaltige Abhilfe brachte aber erst später die Invasion der Jesuiten, denn diese Väter hatten einmal unleugbares Geschick darin, die mathematische Lehre in Aufnahme zu bringen; dafs sie nach Bufs (Die Reform der katholischen Gelehrtenbildung in Deutschland, Schaffhausen 1855) schon 1573 in die Poesie-Klasse ihres kölnischen Gymnasiums die »Elementa algebrae« einführten, ist gewifs ein Unikum in der pädagogischen Geschichte des fraglichen Jahrhunderts.

[1] Kampschulte, Die Universität Erfurt in ihrem Verhältnisse zu dem Humanismus und der Reformation, 1. Teil, Trier 1858. S. 10.

[2] Für unsere Wissenszweige war jedenfalls nicht besonders gesorgt, sonst wäre es wohl nicht für den vazierenden Mediziner Johannes Schwob ratsam gewesen, zu Beginn des XV. Jahrhunderts seine Dienste als Lehrer für alles — und auch für Mathematik — der jungen Hochschule in folgender marktschreierischer Empfehlung (Wegele, Geschichte der Universität Würzburg, 1. Teil, Würzburg 1882. S. 14) anzubieten: »Pateat, si quis vellet imbui in poesi, in arte componendi philosophoisces naturaliter, retorice, oratorie, rithmatice (sic!), metrice,

dortigen Studiums durch Bischof Julius Echter von Mespelbrunn, welche auch einen der tüchtigsten Mathematiker jener Zeit, Adrianus Romanus, dem deutschen Volke gewann, fällt schon zu tief ins XVI. Jahrhundert hinein, als dafs der Plan dieses Buches eine Beschäftigung mit ihr gestatten könnte.

Unsere Erzählung greift von nun an ins XV. Säkulum hinüber: 1409 entstand Leipzig, 1419 Rostock, 1456 Greifswald, 1457 Trier, 1459 Basel, 1472 Ingolstadt, 1477 Tübingen und Mainz. Satzungen und Sitten blieben an den neuen Anstalten wesentlich dieselben, die sie an den alten gewesen waren, denn wie bei der Besiedlung des slavischen Ostens eine neue Gemeinde erst dann sich als solche fühlte, wenn sie mit schwerem Gelde von einem bewährten Orte des alten Reiches, etwa von Soest oder Magdeburg, ein Stadtrecht erkauft hatte, so thaten sich auch die neuen Hochschulen etwas darauf zu gute, die Statuten einer berühmten Musterschule möglichst genau abgeschrieben zu haben; hinberufene ältere Professoren und zugewanderte junge Magister vollendeten die schon begonnene Nivellierung. So ist auch bis in die letzten Jahre des Jahrhunderts hinein der Betrieb des Quadriviums ein Abklatsch der analogen Wiener und Prager Einrichtungen. Von Trier und Mainz wissen wir überhaupt nichts zu berichten, von den übrigen genannten Hochschulen nicht allzuviel.

Leipzig unterschied sich, den von Drobisch gegebenen Mitteilungen[1] zufolge, in nichts von andern Wissensemporien; erst um

in libris Virgilii, Tullii, Terenti, Juvenalis, Tibini (?), Avicenne, Alani, Bezonis pliensis...« Die Art, wie dieser Wackere mit den Fremdwörtern umspringt, war doch auch schon um 1420 etwas zu stark. — Aus dem Generalstudium wurden später zwei Partikularstudien, das eine am Dom, das andere an der Neumünsterkirche; und über deren Verhältnisse sind wir durch eine in cod. lat. Mon. 18910 befindliche, neuerdings publizierte Handschrift (Magistri Petri Poponis Colloquia de scholis Herbipolensibus, herausgeg. von Schepfs, Würzburg 1882) ganz gut unterrichtet. Aus den Gesprächen der als handelnde Personen auftretenden Schüler erhellt, dafs es mit dem Studium der freien Künste um 1480 — bald nach diesem Jahre dürfte Popon geschrieben haben — nicht zum besten bestellt war. »M. Quid ad urbem Dianae profectus es? F. Ad septenas artes nanciscendas. M. Ludo me habes.« Doch beweist die Stelle immerhin, dafs man wenigstens auswärts ein besseres Zutrauen zu den Würzburgern hinsichtlich des Triviums und Quadriviums besafs, und noch deutlicher geht dies hervor aus der Unterredung eines Präzeptors der Domschule mit dem Schüler Clodius (a. a. O., S. 30): »Pr. Quo animo huc profectus sis dicas aut ad quid venisti? Cl. Ad Studium. Pr. Quarum rerum? Cl. Ad. studium bonarum arcium. Pr. Quas artes bonas nominas mi Clodi? Cl. Septenas artes, quas nostri liberales appellant.«

[1] Drobisch, a. a. O., S. 77 ff.

1500 begann das alte Verfahren der Austeilung der Kollegien unter die Magister aufser Kraft gesetzt zu werden. Nur das ist anzuerkennen, dafs das wichtige Euklid-Kollegium hier länger dauert, als anderwärts; »Pro methafisica et Euclede« (sic!) sind jetzt als Minimalfrist fünf Monate, als Maximalfrist drei Quartale angesetzt. Auch das Honorar ist für diese Vorlesung ein höheres, im übrigen gelten die Wiener Preise (s. o.), und Ökonomie wird sogar nur mit Einem Groschen entlohnt. Die Leipziger Tabelle ist diese[1]:

Fach.	Wochenzahl.	Honorar.	Fach.	Wochenzahl.	Honorar.
Pro Euclede.	20 bis 30 Wochen.	8 Groschen.	Pro theorica planetarum.	5 bis 6 Wochen.	3 Groschen.
Pro arismetica accurtata.	4 » 7 »	2 »	Pro spera materiali.	5 » 6 »	2 »
Pro musica Muris.	4 » 7 »	2 »	Pro perspectiva.	12 » 14 »	4 »

Zu Regiomontans Zeit scheint freilich dieses ganz schön ausgedachte Vorlesungssystem seinen Zweck bereits nur in sehr unvollkommener Weise erfüllt zu haben[2].

Rostock bietet vorläufig keinen Anlafs zu irgendwelchen Bemerkungen, wohl aber wird das nächste Kapitel uns Gelegenheit geben, seiner in nicht unvorteilhafter Weise zu gedenken. — Ein gleiches gilt für Greifswald, wenn man nicht daran erinnern will, dafs die dortigen mathematischen Vorlesebücher zwar im allgemeinen die gewöhnlichen sind, doch aber die auf allen übrigen Universitäten

[1] Ibid. S. 103.

[2] In seiner trefflichen Schrift »Georgii Peurbachii, et Joannis Mulleri Regiomontani Astronomorum celebrium vita« (Haag 1655), heute noch einer unserer besten biographischen Quellenschriften, schildert Gassendi (S. 345 ff.) die Laufbahn seines Helden, soweit sie uns hier angeht, folgendermafsen; »Grammaticam domi eductus, missus fuit Lipsiam a parentibus, circiter duodecennis. Ibi inter caetera Dialecticam addidicit, et Sphaerae doctrinam avide arripuit. Heinc flagrare maxime coepit amore Astronomiae; et quia necessariam ad illam agnovit Arithmeticae, Geometriaeque notitiam, ideo se utriusque elementis condiscendis ita addiscit, ut mora non longa ea perceperit. Cum non haberet autem illeic aut aemulos, aut quemquam etiam, qui subnascentes sibi scrupulos omnes eximeret, ac non modo quidem circa partem Astronomiae sphaericam, sed maxime etiam circa Theoricam, quam pernosse ardenter avebat . . . Viennam iter arripuit.« Dafs es 1448 noch keine »Studierende der Mathematik« in Leipzig gegeben, ist nicht wundersam, denn der junge Regiomontan war eben der erste seiner Art, aber auch die Lehrer können unmöglich etwas getaugt haben, die einem so strebsamen Jüngling nichts als den doch damals schon etwas abgedroschenen Sacrobosco zu bieten imstande waren.

längst durch besseres ersetzte Planetentheorie des Gerardus Cremonensis allzutief in das Reformjahrhundert hineinverschleppten[1] — mehr freilich wohl aus Gleichgiltigkeit, als aus bewufster Freude am unvollkommeneren. In Kosegartens langem Verzeichnis der Greifswalder Magister[2] ist kein Name zu finden, dessen Träger in der Geschichte der mathematischen Wissenschaft auch nur eine geringe Rolle gespielt hätte. — Ein langsames Fortschreiten der bezüglichen Unterrichtssatzungen ist dagegen in der Geschichte der Universität Basel zu konstatieren. Im Jahre 1465 galten als regelmäfsig zu haltende Vorträge nur erst diejenigen über Euklid und Sacrobosco[3], und zwar sollte derjenige über den zweitgenannten Schriftsteller sechs Wochen dauern. Aber 1492 ist es damit schon anders[4]; für das sphärische Kolleg werden jetzt drei Solidi entrichtet, und ausdrücklich heifst es: »Item legens lectionem aliquam tenetur eam continuare per tot menses, ad quot solidos lectio talis est taxata«. Damit ist also offenbar ausgesprochen, dafs der über elementare Astronomie lesende Magister zwölf Wochen, das doppelte der früher bestimmten Zeit, auf seinen Autor zu verwenden habe. Die grundsätzliche Änderung des alten Zustandes erfolgte allerdings (s. u. § Kap. IV) erst im Jahre 1520.

Besonders gute Information steht uns, dank den gründlichen archivalischen Forschungen Prantls, bezüglich der bayerischen Landesuniversität zur Seite. Hier griff man anfangs das Werk recht energisch an und forderte, in getreuer Nachbildung des Wiener Musters für das Bakkalariatsexamen Sphaera, Algorismus und die sechs ersten Bücher des Euklid, für das Magisterexamen auch noch Planetentheorik, und zwar durchweg mit den Wiener Gebühren[5]. Latitudines, Perspektive und Proportionenlehre wurden als nicht ver-

[1] Kosegarten, Geschichte der Universität Greifswald mit urkundlichen Beilagen, 1. Teil, Greifswald 1857. S. 84.

[2] Ibid. S. 143 ff.

[3] Vischer, Geschichte der Universität Basel von der Gründung bis zur Reformation, Basel 1860. S. 154. Für den Bakkalariatsgrad war vorgeschrieben »Tractatus spere materialis per mensem et dimidium«, für den Magistergrad »Primus Euclidis«, ferner »arismetica si legatur« und »musica si legatur.« Arithmetik und Musik wurden demgemäfs nur dann gelesen, wenn es gerade einem der Magister behagte.

[4] Ibid. S. 178 ff. Auch für die Magisterprüfung wird jetzt mehr verlangt, denn früher, nämlich Arithmetik, Theorik, Musik und entweder Euklid (6 Bücher) oder Perspektive. Letztere mufste also einen vollständigen geometrischen Lehrkurs ersetzen und konnte das auch bis zu einem gewissen Grade.

[5] Prantl, Gesch. d. Ludwig-Maximilians-Universität, 1. Band. S. 58.

bindlich erklärt[1], aber auch Euklid fällt bald weg, und die abgeänderten Statuten der Artistenfakultät räumen mit dem ganzen Ballast auf, nur der wahrhaft unverwüstliche Sacrobosco bleibt bestehen[2]. Der Lektionsplan von 1478 beweist, dafs man sich übereilt hatte, denn nunmehr wird eine »publica lectio« nicht nur der Sphärik, sondern auch des Algorismus und der »Musica Myris« als wünschenswert bezeichnet[3]. Anno 1487 wird das Kolleg über Sacrobosco in jedem Semester einmal für die »Waccalarii« (sic!) gehalten, im Winter vom 7. Februar bis 21. März, im Sommer vom 8. August bis 21. September[4]. Der sofort mitzuteilende Stundenplan des Jahres 1492 kennzeichnet offenbar einen gewissen Abschlufs; Prantl druckt ihn[5], wie er hier folgt, ab:

2 gr. Musica Muris, legatur ad tres ebdomadas.
2 gr. Theorice planetarum, legatur ad tres ebdomadas.
3 gr. Euclidis libri, per tres hebdomadas.
1 gr. Algorismus, ab epiphania usque conversionem Pauli (25. Jan.).
3 gr. Spera materialis, a festo Richardi usque ad festum Benedicti (21. Mart.).
2 gr. Musica Muris, a Gregorii usque ad ultimum Martii.
2 gr. Theorice planetarum, a primo Aprilis usque Georgii.
3 gr. Euclidis libri, per tres hebdomadas, dispositione decani.

Genau um die Wende des Jahrhunderts trat in Ingolstadt, leise zwar aber doch merkbar, jener Umschwung ein, den unser nächstfolgendes Kapitel zu schildern hat. Er wäre hier schon eher möglich gewesen, denn die Hochschule erfreute sich von je eines gewiegten Mathematikers[6], der aber der unglücklichen Zeitsitte

[1] Ibid. S. 77.

[2] Ibid. 2. Band. S. 75 ff. »Baccalarios vero non oportebit futuro ad gradum magisterii audire libros de Coelo et Mundo, Theoricas planetarum, Arithmeticam generalem . . . nec eorum solvere pastus.« Für die eigentlichen Studenten ist nachstehende Lektionsordnung mafsgebend: »Tertia vero et ultima hora legendi est hora 1 post meridiem, in qua legentur pro scolaribus primo libri Elenchorum per 2 septimanas, postea Obligatoria per 2 septimanas, deinde Algorismus per 2 septimanas, tum Euclidis primus per 2 septimanas, insuper Sphaera materialis per 6 septimanas, ultimo libellus de arte epistolandi per 4 septimanas.«

[3] Ibid. 1. Band. S. 83.

[4] Ibid. 2. Band. S. 94.

[5] Ibid. 2. Band. S. 110 ff.

[6] Dies war Johannes Tolhoph aus Kemnath, seit 1472 Professor in Ingolstadt, 1504 jedenfalls noch am Leben. Er soll unter dem Titel »Opuscula mathematica« einen sehr tüchtigen, leider aber in Verlust geratenen Kommentar zum Almagest hinterlassen haben (Prantl, a. a. O., 2. Band. S. 483).

gemäfs sich ausschliefslich auf die Gottesgelehrtheit, für die er berufen war, beschränken mufste. —

Die Schöpfung des trefflichen Herzogs Eberhard, sein vielgeliebtes Tübingen, war grundsätzlich ebenso dotiert und verwaltet, wie andere Hochschulen, allein ihm ward das Glück zuteil, unter seinen philosophischen Lehrern einen Mann zu besitzen, der sich gewaltig über das gewöhnliche Durchschnittsmafs der artistischen Dutzendmagister erhob. Man könnte zweifelhaft sein, ob er in Gemäfsheit unseres Arbeitsplanes im dritten oder vierten Kapitel seine Stelle zu erhalten hätte; wir ziehen vor, ihn hier zu behandeln, da ihm die staatliche Autorität noch gar keine Stütze für sein Vorgehen bot, er vielmehr ganz auf seine eigenen Kräfte angewiesen war. Paul Scriptoris, Guardian der Minoriten, hatte sich als Erklärer des Duns Scotus bereits einen guten Namen gemacht[1], als er um 1494 auch die Mathematik in den Kreis seiner Vorlesungen zu ziehen anfing[2]. Aufser Euklid behandelte er in anregendster Weise auch einen den allermeisten Universitäten noch ganz neuen Schriftsteller, den Ptolemaeus; bei dieser Vorlesung sollen fast sämtliche Professoren seinen Hörerkreis verstärkt haben. Er verliefs die Anstalt im Jahre 1502, um bald darauf (1504) sein an Enttäuschungen reiches Leben zu beschliefsen; jedenfalls hatte er aber nicht umsonst gelebt, denn nur neun Jahre nach seinem Wegzuge erhielt Tübingen von seiten des Staates, was er selbst ihm freiwillig gewesen war: einen ständigen und wirklichen Professor der Mathematik. —

Die Universitäten des XV. Jahrhunderts unterlagen fast ausnahmslos einem innern Gährungsprozefs, wozu nicht zum geringsten Teile ihre Heranziehung zu allerlei kirchen- und staatspolitischen Aktionen beitrug. Bressler hat diesen Abschnitt ihrer Geschichte sehr gut umschrieben[3]. Auch hat er Recht mit der Annahme[4],

[1] Klüpfel, Geschichte und Beschreibung der Universität Tübingen, Tübingen 1849. S. 12.

[2] Für Scriptoris' mathematische Thätigkeit ist neben Wolf (Biogr. z. Kulturgeschichte der Schweiz, 2. Cyklus, Zürich 1859. S. 1) besonders folgende Schrift nachzusehen: Moll, Johannes Stoeffler von Justingen, ein Charakterbild aus dem ersten Halbjahrhundert der Universität Tübingen, Lindau 1877. S. 24 ff.

[3] Bressler, Die Stellung der deutschen Universitäten zum Baseler Konzil und ihr Anteil an der Reformbewegung in Deutschland während des XVI. Jahrhunderts, Leipzig 1885. S. besonders S. 19. S. 36 ff.

[4] Ibid. S. 43. »Gerade um die Mitte des XV. Jahrhunderts begann sich auf den Universitäten in allen Disziplinen, welche überhaupt in der Folgezeit

dafs das zeitliche Zusammenfallen dieser Ereignisse mit den grofsen rationellen Erweiterungen des Wissens in exakten Dingen die grofsen Fortschritte mit vorbereiten half, welche das Reformationszeitalter uns gebracht hat.

Kap. IV.

Der Aufschwung der Mathematik zum selbständigen akademischen Nominalfach.

34

Die Fortentwicklung der nichtdeutschen Hochschulen.

Was im Auslande geschah, ist in der jetzt zur Besprechung gelangenden Periode mindestens ebenso wichtig für die vergleichende Betrachtung vaterländischer Vorgänge, als es in der vorigen gewesen ist. Läfst sich doch noch stets das Streben nachweisen, Einrichtungen fremder Länder auf deutschen Boden zu verpflanzen, und hat doch die Neigung deutscher Jünglinge, in Welschland wo nicht ausschliefslich zu studieren so doch der erworbenen gelehrten Bildung den letzten Schliff zu geben, eher zu- als abgenommen. Da nun noch dazu, wie wir gleich sehen werden, die hervorragenderen auswärtigen Hochschulen den deutschen in der hochbedeutsamen Angelegenheit der Kreierung selbständiger mathematischer Fachprofessuren teilweise mit gutem Beispiele vorangegangen sind, so ist wahrlich aller Anlafs vorhanden, um jenen ein achtungsvolles Andenken zu bewahren.

An der Spitze der die Führung zum Fortschritt übernehmenden Städte steht wiederum Bologna. Die »Rotoli« dieser Hochschule sind vollständig auf uns gekommen, und dadurch ward es Gherardi, einem gründlichen Kenner der Mathematik und ihrer Geschichte, ermöglicht, uns ein in allen Hauptpunkten klares Bild des Aufschwungs zu zeichnen, welchen unsere Wissenschaft

einen Aufschwung erleben sollten, eine lebhafte, erfolgreiche Thätigkeit zu regen, am deutlichsten erkennbar in der damals beginnenden Neubegründung der Mathematik und Mechanik, der Geographie und der Astronomie. Alle diese Bestrebungen aber gingen nicht von einzelnen Männern aus, deren Verbindung mit den hohen Schulen nur eine äufserliche war oder welche ihnen auch ganz fern blieben, sie stehen vielmehr in einem aus den Lektionsplänen deutlich erkennbaren Zusammenhang mit der allgemeinen Lehrthätigkeit und mit dem auf den deutschen Universitäten herrschenden letzten Systeme der Scholastik, dem Nominalismus.«

dortselbst im Laufe des XV. Jahrhunderts erlebte[1]. Mit bloßem Wiederabdruck der Rotoli war es nicht gethan, vielmehr bedurfte es eines Sachverständigen, um aus den anscheinend den starrsten Konservativismus atmenden Notizbüchern die thatsächlich sich vollziehenden Änderungen herauszulesen[2]. So wird denn festgestellt, daß 1383 zuerst in Bologna ein eigener Lehrer der Arithmetik erscheint, der — und darin liegt der Schwerpunkt im Gegensatze zum vorigen Kapitel — nichts anderes als eben nur die genannten Wissenszweige zu lehren hat; Mathematiker hatten schon früher (s. o.) gelegentlich daselbst doziert, darunter der wegen Ketzerei zum Tode gesandte Cecco d'Ascoli (1250 bis 1327), dessen physikalische Enzyklopädie »L'Acerba« im XIII. Jahrhundert ganz einzig dasteht[3], dessen Wirksamkeit als Lehrer aber auch durch ein handschriftlich hinterlassenes Werk »Praelectiones ordinariae Astrologiae habitae Bononiae« dokumentiert wird[4]. Laut Rotulus von 1466 liest Professor Fondi über den »Liber Algorismi de minutiis et integris[5]«.

[1] Gherardi, Einige Materialien zur Geschichte der mathematischen Fakultät der Universität Bologna, deutsch von Curtze, Berlin 1887.

[2] Ganz mit Recht deutet auf diese — wenn es erlaubt ist zu sagen — »Vis inertiae« der äußern Institutionen Gherardi mit folgenden Worten hin (a. a. O., S 13 ff.): »In den Rotoli sieht man fast dieselben Vorlesungskurse von Jahrhundert zu Jahrhundert unverändert sich erhalten, und erst sehr spät durch Errichtung neuer Lehrstühle oder durch größere Teilung des jeder Wissenschaft eigentümlichen Lehrstoffs den Fortschritten Rechnung tragen, die in diesen Wissenschaften schon eingetreten waren.« Exemplifiziert wird auf Galilei. Der Lehrauftrag, welcher ihm 1589 bei seiner Wahl zum Professor in Pisa statutengemäß erteilt ward, bezog sich auf Euklid, Theodosius, Sacrobosco und die Astrologie des Ptolemaeus. Wie gewaltig ging er aber über die engen Grenzen dieses seines Anstellungsdekretes hinaus!

[3] Indem Libri die Beweise aufzählt, welche sich aus der »Acerba« für das ungewöhnlich gründliche mathematische und physikalische Wissen Ceccos entnehmen lassen (Histoire des sciences mathématiques en Italie, Tome II., Paris 1838. S. 195 ff.), Beweise aller Art, unter denen als der vollgiltigste vielleicht die Zurückführung des Echos auf eine Wellenreflexion erscheinen möchte, fügt er zum Schlusse bei: »L'on voit que l'auteur ne devait pas au hasard ses connaissances, mais que l'observation et l'expérience, qu'il invoque souvent, l'avaient conduit à découvrir des faits nouveaux.«

[4] Gherardi, a. a. O., S. 20 ff.

[5] Mit diesem Buche hat es eine eigentümliche Bewandnis. Curtze macht nämlich in einer Note zu seiner Übersetzung darauf aufmerksam, daß dasselbe handschriftlich in Cod. F. II. 33 der Baseler Bibliothek enthalten ist und dort in zwei Teile zerfällt, in den »Algorismus de minutiis« und in den »Algorismus demonstratus.« Letzterer aber ist ein in der Geschichte der Mathematik viel genanntes Werk, erstlich weil darin eine Behandlung der Algebra in dem Sinne des Jordanus Nemorarius (s. o. S. 158 N. 2) enthalten ist, und dann,

Neuerdings hat Malagola in seinem Bestreben, über die ganze Umgebung des von ihm gefeierten Bologneser Linguisten Urceo Codro Licht zu verbreiten, die Namen sämtlicher dabei irgend in Frage kommender Universitätslehrer veröffentlicht[1]. Es bestanden demgemäfs gegen Ende des XV. Jahrhunderts zwei regelrechte Professuren der Mathematik, die eine speziell für Astronomie, die andere für Arithmetik und Geometrie. Die Angaben des Rotulus werden regel-

weil früher widerspruchslos Regiomontanus als Verfasser desselben bezeichnet zu werden pflegte. So thut u. a. auch Chasles und fügt die Bemerkung bei (Gesch. d. Geom., S. 622): »Wenn nicht ein zu frühzeitiger Tod den Regiomontanus in der ersten Periode seiner so glanzvollen Laufbahn dahingerafft hätte, so würden wir ihm die grofse Entdeckung Vietas zu danken haben.« Diese Autorschaft wurde dann von Stern und Cantor bestritten, und in der That reimt sie sich nicht gut zu dem im Texte erwähnten Umstande.

[1] Malagola, Della vita e delle opere di Antonio Urceo detto Codro; studi e ricerche, Bologna 1878. S. 567 ff. Vorher teilt derselbe (S. 572 ff.) auch den Wortlaut eines Kontraktes mit, welchen die Artisten Bolognas im Jahre 1404 mit dem zu berufenden Lehrer der »Astrologie« schlossen. Abgesehen davon, dafs wir hier eine alte und diesen Namen wirklich verdienende Bestallung eines Ordinarius der Mathematik vor uns haben, ist dieselbe auch in andern Beziehungen überaus interessant; wir ersehen aus ihr, dafs der Astrologie überhaupt alle mathematischen Disziplinen subsumiert waren, dafs dieser Lehrer auch zweimal im Jahre determinieren, d. h. Streitsätze stellen und vertreten mufste, dafs er den Studenten das Horoskop zu stellen gehalten war (»teneatur judicia dare gratis scolaribus dicte Universitatis«), und, was das bedeutsamste, dafs der mathematische Kurs auf vier volle Jahre verteilt war. »In astrologia in primo anno primo legantur algorismi de minutiis et integris. Quibus lectis, legatur primus geumetrie euclidis cum commento campani. Quo lecto, legantur tabule alfonsi cum canonibus. Quibus lectis, legatur theorica planetarum. In secundo anno primo legatur tractatus de spera. Quo lecto, legatur secundus geumetrie euclidis. Quo lecto, legantur canones super tabulis de lineriis. Quibus lectis, legatur tractatus astrolabii meschale« — es ist der Araber Messahalah gemeint. — »In tertio anno primo legatur alkabicius. Quo lecto, legatur Centiloquium ptolomei cum commento haly. Quo lecto, legatur tertius geumetrie. Quo lecto, legatur tractatus quadrantis. In quarto anno primo legatur quadripartitus totus, quo lecto, legatur liber de Urina non Visa. Quo lecto, legatur dictio tertia almagesti. Dictis annis completis, et completis dictis libris in dicto termino, fiat circulus et redeatur ad lecturam primi anni, postea ad lecturam secundi anni. Et sic per ordinem.« Das ist denn doch eine ganz andere Pädagogik, als die der zeitgenössischen deutschen Hochschulen. Dem Dozenten wird nicht vorgeschrieben, in wieviel Wochen er ein Fach abzufertigen habe, es ist vielmehr nur Sorge getragen, dafs die akademische Jugend im Verlaufe von vier Jahren im ganzen Bereiche der mathematischen Wissenschaften, wie man ihn eben damals auffafste, heimisch werden konnte. Wahrlich, die nach solchen Grundsätzen unterrichteten Bologneser Studenten waren in einem kaum richtig zu taxierenden Vorteil gegen ihre deutschen Kommilitonen, denen von wissenschaftlichen Taglöhnern spärliche Brocken vorgesetzt wurden.

mäfsig mit den Worten eingeleitet: »Ad astronomiam« — oder auch »ad lecturam astronomiae« — »de mane diebus continuis et ordinariis, et fiat judicium et tacuinum«, dann folgen unmittelbar die Namen der Lektoren. Es sind ziemlich viele Namen, die in diesem Verzeichnis vorkommen, darunter auch diejenigen von ein paar Spaniern, aber nur einer dieser Namen erscheint in hellem historischem Strahlenkranze, nämlich der des Domenico Maria von Ferrara[1]. Allerdings erscheint in den Jahren 1493 bis 1498 als regelmäfsiger Legent der Astronomie auch Scipio de Mantua, in dem man früher den bekannten Algebraiker hat entdecken wollen, allein dieser, Scipione dal Ferro, war ein geborener Bologneser und verwaltete von 1496 bis 1526 das Lehramt der reinen Mathematik. Von diesem weg zum astronomischen berufen zu werden, war damals noch nicht, wiewohl etwas später, in Bologna üblich[2]. Auch die auf

[1] Domenico Maria di Novara — so war der eigentliche Name des von novaresischen, aber nach Ferrara übergesiedelten Eltern abstammenden Gelehrten — war 1454 geboren. Wohl alle neueren Geschichtschreiber der exakten Wissenschaften sind ihm als einem der Totengräber des ptolemäischen Weltsystems näher getreten, nirgendwo anders aber findet man eine mit solcher Liebe durchgeführte Würdigung seines Wirkens, als in Prowes Biographie des Coppernicus (Nicolaus Coppernicus, 1. Band, 1. Teil, Berlin 1883. S. 236 ff.). Ist es doch urkundlich festgestellt, dafs der junge Preufse, der sich in Italien lediglich zum Studium des Kirchenrechts und der Medizin aufhielt und mit Mathematik sich nur in seinen Freistunden beschäftigen konnte, mit Domenico Maria in nahen persönlichen Beziehungen stand und sich als dessen Gehilfe in die astronomische Beobachtungskunst einführen liefs. Eine Bedeckung des Aldebaran durch den Mond, welche beide gemeinsam observierten, hat Coppernicus später (»De revolutionibus orbium caelestium, lib. IV., cap. 27) für die Begründung der neuen Weltordnung verwertet. Die Ansicht Domenico Marias allerdings, dafs die Polhöhen der Erdorte sich stetig veränderten, hat sich nicht aufrechterhalten lassen, während er mit seiner Behauptung, dafs die Ekliptik eine veränderliche Neigung gegen den Aequator habe, der Wahrheit wenigstens sehr nahe kam. Der Nachfolger des genannten auf der astronomischen Kathedra von Bologna hat die fast vergessenen Wahrnehmungen seines Vorgängers wieder aufgefrischt (s. den soeben von Favaro bei Zanichelli in Bologna mit Noten herausgegebenen Briefwechsel zwischen Magini einerseits und einer Anzahl berühmter Gelehrter seiner Zeit andererseits an mehreren Stellen, zumal S. 79 ff. S. 394 ff.). Sehr gründlich geht besonders Tycho Brahe in einem ausführlichen Schreiben an Magini auf die Frage der Änderung der geographischen Breiten ein.

[2] Zuerst ist es das Beispiel Niccolò Simos (Gherardi, a. a. O., S. 73), welches uns eine solche Beförderung vor Augen stellt. Im allgemeinen kann man in dem Gebrauche, die astronomische Lehrstelle als die der »höheren Mathematik« der arithmetisch-geometrischen als der Repräsentantin der »niederen Mathematik« gegenüberzustellen, einen Fortschritt nicht erkennen. Bekanntermafsen setzte Melanchthons Einflufs eine solche Zweiteilung in Wittenberg

Ferro bezüglichen Rotulus-Angaben, die einen ganz lehrreichen Einblick in die Gehaltsverhältnisse jener Zeit eröffnen, stehen uns jetzt zu gebote[1]. Die wissenschaftliche Bedeutung Ferros ist in weitesten Kreisen bekannt; man weifs, dafs er die kurz zuvor noch von einem Meister des Fachs, von Luca Pacioli, für unmöglich erklärte Auflösung der kubischen Gleichung

$$x^3 + ax = b$$

durch einen in seinen Einzelheiten unbekannten, jedenfalls aber auf die sogenannte cardanische Formel hinauslaufenden Gedankengang erbracht hat[2]. Coppernicus hat vielleicht auch bei Ferro gehört oder doch, da derselbe ihn im Alter nur unwesentlich überragte, persönlichen Verkehr mit ihm gepflogen[3]. Erwähnenswert erscheint, dafs auch Pacioli (Fra Luca di Borgo San Sepulchri) im Studienjahre 1501—2 mit dem Zusatz »Ad Mathematicam« als Lehrer in den Rotoli verzeichnet ist. Gegen Ende der neunziger Jahre des XV. Säkulums sieht man — und darin liegt wieder eine belangreiche Neuerung — den ordentlichen Professoren zwei bis drei jüngere Dozenten gewissermafsen als Assistenten beigeordnet, darunter mehrere Deutsche[4]. Auch jener Schwiegersohn Ferros, von dem soeben die Rede war, stand demselben als Gehilfe zur Seite.

Wie wir sahen, erhebt sich in Bologna die Mathematik, resp. die ihr vollständig gleichwertige und ja nicht mit gewerbsmäfsiger

durch; Rheticus und Reinhold waren die beiden ersten Vertreter der Teildisziplinen (Weidler, Historia astronomiae, seu de ortu et progressu astronomiae, Wittenberg 1741. § 33), und die Einrichtung erhielt sich, von den beteiligten Professoren selbst gelegentlich bespöttelt, bis zur Verschmelzung der Universität mit Halle. Wir finden, dafs nur noch Eine deutsche Hochschule es Wittenberg nachgemacht hat; nach dem Tode des Praetorius machte man (1624) in Altdorf den Saxonius zum Professor Mathematum superiorum, den Odontius zum Professor Mathematum inferiorum, allein der Versuch hatte wenig Erfolg, und schon 1628 finden wir Schwenter als Lehrer der Gesamtmathematik (Doppelmayr, Von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern, Nürnberg 1730. S. 93).

[1] Malagola, a. a. O., S. 574 ff.

[2] Früheren sehr unzuverlässigen Nachrichten über die Erfindungsgeschichte der Gleichungen dritten Grades ist neuerdings eine weit gründlichere Quellenuntersuchung gefolgt (Giordani, I sei cartelli di matematica disfida etc., Mailand 1876). Danach hat Ferro seinen Fund in einem handschriftlich an seinen Schwiegersohn Annibale dalla Nave übergegangenen Werke niedergelegt gehabt, zugleich aber einzelnen seiner Schüler Mitteilung davon gemacht, und durch einen dieser Schüler, namens Fiore, kam die Nachricht von der grofsen Erfindung unter die Leute.

[3] Prowe, a. a. O., S. 247.

[4] Gherardi, a. a. O., S. 35 ff.

Wahrsagerei zu verwechselnde Astrologie als selbständiges Lehrfach schon gegen Ende des XV. Jahrhunderts. Bald nachher treffen wir ähnliche Verhältnisse auch in Piacenza und Pavia an; von der erstgenannten Universität versichert es Denifle, von der andern Favaro[1]. Ein gleiches gilt für Padua, wo auch schon im XIV. Jahrhundert die Mathematik sich unter den schützenden Flügeln der Astrologie zu bergen gezwungen war. Allein schon in jener frühen Zeit hatte dieselbe recht tüchtige Lehrer in Padua[2]: Pietro d'Abano, Guglielmo di Montorso, Giovanni Dondi und Biagio da Parma. Die Mathematik als solche gegenüber einer allzu weitgehenden Bevorzugung der Astronomie zur Geltung zu bringen, war dem Prosdocimo de' Beldomandi (1422 bis 1428) vorbehalten[3]. Später gaben gelehrte Ausländer, wie Peurbach und Regiomontanus, Gastrollen in Padua (s. u. § 3). Allein mit dem neuen Jahrhundert begann der gute Ruf der alten Bildungsstätte etwas ins Wanken zu geraten: ein Senatsprotokoll von 1508 beweist, dafs die »lectio mathematicae et astrologiae« wegen Mangels einer tauglichen Lehrkraft eine zeitlang unbesetzt blieb, bis es gelang, eine solche in Benedictus Thiriaca mit einem Jahresgehalt

[1] Denifle, a. a. O., S. 571; Favaro, Le matematiche nello studio di Padova dal principio del secolo XIV alla fine del XV, Padua 1880. S. 23 ff. In Piacenza, das damals einer freilich rasch vergangenen Blüte sich zu erfreuen hatte, ward um 1400 Astrologie als besonderes Fach von einem fest angestellten Lehrer vorgetragen, und auch für Seneca gab es eine wesentlich naturwissenschaftlichen Zwecken dienende Vorlesung. Nach Favaro fand ein lebhafter Personalwechsel zwischen den bedeutenderen Hochschulen des damaligen Italien statt.

[2] Favaro, a. a. O., S. 5 ff.

[3] Vgl. über diesen Mann: Favaro, Intorno alla vita ed alle opere di Prosdocimo de' Beldomandi matematico padovano del secolo XV, Bonc. Bull. Tomo XI. S. 1 ff. Prosdocimo traf ein völlig unbeackertes Feld an, denn bis 1410 scheint die Geometrie an der paduanischen Hochschule so gut wie unbekannt gewesen zu sein, allein er griff sein Werk thatkräftig an und brachte es zu guten Früchten. Sein Traktat über den Algorismus, 1483 gedruckt, stimmt zwar vielfach mit demjenigen des Sacrobosco (s. o. § 28) überein, geht aber doch insbesondere in der Lehre von den Progressionen über diese Vorlage hinaus (a. a. O., S. 41 ff.). Die darin enthaltene Tabula Pythagorica reicht bis 22^2. Auch eine Geometrie in sechs Büchern besitzt man angeblich von Prosdocimo noch handschriftlich (a. a. O., S. 155 ff.), »dem Anscheine nach Euklids Elementen nachgebildet«; in Wirklichkeit ist, wie Favaro darthut, dieses Machwerk nichts als eine Abschrift der bekannten Euklid-Übersetzung von Campano (s. o. § 26). Als Autor ist dagegen der patavinische Mathematiker unbedingt anzuerkennen bei einer Schrift über Musik und bei den »Canones de motibus corporum coelestium«.

von 70 Gulden zu gewinnen[1]. Man hätte eine solche, so sollte man denken, weit leichter finden können, denn damals, als Coppernicus seine zweite Studienreise nach Italien antrat und sich in Padua der Medizin zu widmen anfing (1501), bekleidete die dortige Professur der Logik Girolamo Fracostoro[2], ein in den Annalen der Astronomie mit Auszeichnung genannter Mann[3].

Neben den drei berühmten und von Nordländern mit Vorliebe aufgesuchten Universitäten Bologna, Pavia, Padua ist hier noch eine vierte zu nennen, die ebenfalls für uns Deutsche eine gewisse eigenartige Bedeutung hat. Das war Ferrara, zur Zeit von Coppernics Geburt (1473) mit 23 juristischen und 29 artistischen Lehrern ausgestattet[4]. Wenn es den zur Erlangung der akademischen Würden reif gewordenen Jünglingen, wie häufig, vor den allerdings ungemein hohen Promotionstaxen Bolognas und Paduas graute, so wandten sie sich dem kleineren Ferrara zu, wo derselbe Zweck billiger erreicht werden konnte. So handelte auch unser Landsmann Coppernicus, denn sein durch den Fürsten Boncompagni wieder aufgefundenes Diplom eines Doktors der Dekretalen ist am 31. Mai 1503 in Ferrara ausgestellt[5]. Übrigens fehlte es dem jungen Juristen dort keineswegs an Personen, mit denen er sich über die sein Inneres damals schon bewegenden Fragen unterhalten konnte: es wohnten dort der hochbetagte Bianchini, ein würdiger Veteran der Sternkunde[6], und der jugendliche Celio Calcagnini, einer der wenigen, die im vollen Wortsinne zu den Vorbereitern der coppernicanischen Reform gezählt werden dürfen[7]. Dafs beide junge Männer damals

[1] Favaro, Le matematiche etc., S. 23 ff.

[2] Prowe, a. a. O., S. 306.

[3] Eine Inhaltsübersicht über die wesentlich auf eine Neubelebung und Vertiefung der eudoxisch-aristotelischen Ansichten über das Weltsystem hinauslaufende Theorie, welche Fracastoro in seinem mehrfach — u. auch wegen Erwähnung der Sonnenblendgläser — merkwürdigen Werke »Homocentrica« niedergelegt hat, gab der Verf. in seinen »Studien z. Gesch. d. math. u. phys. Geogr.« (S. 37 ff.).

[4] Prowe, a. a. O., S. 309.

[5] Ibid. S. 313 ff.

[6] Maedler, Geschichte der Himmelskunde von der ältesten bis auf die neueste Zeit, 1. Band, Braunschweig 1873. S. 101. S. 107. S. 120. S. 124. Bianchinis Bestreben ging vornämlich auf die Reinigung der alphonsinischen Tafeln von den mancherlei ihnen anhaftenden Inkorrektheiten.

[7] Hipler, Die Vorläufer des Nicolaus Coppernicus, insbesondere Celio Calcagnini, Mittheil. d. Coppernicus-Vereins zu Thorn, 4. Heft. S. 69 ff. Die Abhandlung Calcagninis »De perenni motu terrae« gab Schlüter deutsch in »Natur und Offenbarung« (1879, S. 575 ff.) heraus.

schon in lebhaften Meinungsaustausch getreten seien, ist nicht direkt zu erweisen, aus inneren Gründen aber gewifs recht wahrscheinlich. —

Hiermit ist abgeschlossen, was über Italien zu sagen war, und wir können uns nun unverzüglich Frankreich zuwenden oder, da dessen übrige Hochschulen nicht mehr ins Gewicht fallen, gleich der Zentrale Paris. Das Jahr 1378 sollte für diese Universität einen Wendepunkt bezeichnen oder, richtiger gesagt, es hätte einen solchen bezeichnen sollen. Denn damals stellte König Karl V. in der Burse St. Gervais zwei Magister der freien Künste als »königliche Scholaren« auf, welche die ausschliefsliche Verpflichtung hatten, Mathematik und Astronomie vorzutragen [1], und damit wäre also ein guter Anfang gemacht gewesen, die mathematischen Zufallslehrer durch Fachleute zu ersetzen. Weshalb die Sache nicht gedieh, wissen wir nicht zu sagen, allein dafs von einem Erfolg nicht die Rede sein kann, geht schon daraus hervor, dafs das Bedürfnis nach Privatlehrern und Privatkursen sich nach wie vor gleich fühlbar machte (s. o. § 32). Auch können wir uns auf ein noch weit beweiskräftigeres Zeugnis aus späterer Zeit berufen. Im Jahre 1534 gab der bekannte Faber Stapulensis den Sacrobosco zusammen mit der astrologischen Schrift des Bonatti »De compositione annuli astronomici« heraus[2]; die Ausgabe wird eingeleitet durch eine »Epistola nuncupatoria Jacobi Fabri Stapulensis... ad splendidum virum Carolum Borram, thesaurarium regium«. Da erzählt nun Faber: Er habe sich neulich mit einem gewissen Georgius Hermonymus Lacedaemonius — einem damals offenbar in Paris allseits bekannten Gelehrten — über den Zustand der Pariser Akademie unterhalten, und da habe jener sich sehr günstig ausgesprochen und nur das eine bedauert, dafs derselben so ganz die Mathematik fehle. Dadurch veranlafst, habe er, Faber, sich auf diese vernachlässigte Wissenschaft geworfen und biete nun eine Frucht seiner Bemühungen dar; den Sacrobosco aber habe er sich aus dem Grunde ausersehen, »quod is liber in hac alma Parisiorum Academia legi soleat.« Mit diesen wenigen Worten ist genug gesagt. König Karls wohlmeinende Anordnung geriet in Versumpfung, und man verfiel wieder in die alte Sitte, die Sphärik des britischen Meisters geschäftsmäfsig von mathematisch wenig ausgebildeten Lehrern herunterlesen zu lassen. Die Äufserung, Sacroboscos Sphärik sei ein regelmäfsiger Unterrichtsgegenstand, Mathematik aber sei an der Hochschule

[1] Thurot, a. a. O., S. 81.
[2] Kästner, a. a. O., 1. Band. S. 282 ff.

gar nicht vertreten, beleuchtet in ihrer scheinbaren Inkonsequenz die Verhältnisse vortrefflich. Paris kann demgemäfs nicht unter die Bildungsstätten gerechnet werden, auf denen für die Ausbildung der mathematischen Pädagogik etwas geschah. —

Auch von den niederländischen Hochschulen ist erst in einer über die Grenzen unseres Arbeitsplanes hinausgehenden Zeit besseres — dann freilich sogar sehr gutes — zu berichten. Wie kleine Universitäten wirkten allenfalls schon im XV. Jahrhundert die reich dotierten Kathedralschulen von Mecheln und Lüttich, und bei der leztern schuf Bischof David, ein Stiefbruder Karls des Kühnen, um 1460 die erste Prüfungsordnung für die Adspiranten geistlicher Würden [1]. Die Universität Loewen war im ersten Jahrhundert ihres Bestehens wesentlich eine Hochburg des reinen Glaubens und später, seit der Ankunft des Erasmus und der Eröffnung des »Collegium trilingue«, auch der Philologie [2], aber der Mathematik erschlossen sich ihre Pforten nur zögernd. Immerhin wirkte an ihr seit 1513, wie Quetelet uns berichtet [3], eine fortlaufende Reihe anscheinend ganz tüchtiger Dozenten dieses Faches.

[1] Cramer, dem wir diese von der Geschichte der Didaktik bisher wohl zu wenig beachtete Notiz entnehmen (Gesch. d. Erz. u. d. Unterr. in den Niederl., S. 226 ff.), und der auch erwähnt, dafs bei der ersten Prüfung dieser Art von 300 nur 3 bestanden, bemerkt weiter: »Überhaupt fangen die wissenschaftlichen Examina, die wir in der alten Welt, mit Ausnahme der Chinesen und der Zeit seit Aristoteles, gar nicht finden, namentlich seit der Zeit der Reformation an allgemeiner zu werden, wenn sie auch im Mittelalter schon hie und da gebräuchlich waren. Wie David, so gab auch der 49ste Bischof von Münster, Wilhelm II. von Kettler, ein allgemeines Prüfungsgesetz«.

[2] Paulsen, a. a. O., S. 84 ff.

[3] S. Quetelet, Hist. des sc. math. et phys. chez les Belges, S. 74 ff. »L'université de Louvain, créée en 1425, sous le règne de Jean IV, s'était plus spécialement occupée, dans ses commencements, de la culture des lettres; mais, plus tard, son attention se porta également vers les sciences et surtout vers les sciences mathématiques«. Den Beginn macht der gelehrte Dorpius, ihm folgen Stannifex und van Ringelbergh, der Verfasser geschätzter Schriften über Astronomie, Arithmetik, Optik und Kosmographie. Doch scheint die Teilnahme der Studierenden erst dann eine lebhaftere geworden zu sein, als der bekannte Cornelius Gemma die mathematische Professur übernahm. In einem 1543 an den Bischof Dantiscus von Ermeland geschriebenen Briefe (Curtze, Fünf ungedruckte Briefe des Gemma Frisius, Arch. d. Math. u. Phys., 55. Band. S. 321 ff.) führt derselbe an, dafs Loewens medizinische Fakultät sich von Tag zu Tag mehr hebe und knüpft daran die Bemerkung: »Nos quoque pro nostra tenuitate mathemata hic quadragesima cepimus declarare, ac in dies satis frequenti auditorio perficimus«.

35

Die deutsch-slavischen Universitäten.

Die alte deutsche Universität Prag hatte durch die hufsitische Bewegung und den Exodus dreier ihrer »Nationen« einen fast rein czechischen Charakter erhalten, der sich erst später wieder mehr verwischte, und so ziemt es sich wohl, ihrer in diesem Paragraphen neben Krakau zu gedenken. Auch der einzige Mathematiker von Ruf, dessen sich dieselbe im Laufe des XV. Jahrhunderts zu erfreuen hatte, und der wenigstens vorübergehend die Mifswirtschaft der für alles verwendbaren Magister durch geordnete mathematische Vorträge verdrängt zu haben scheint, war seinem Geburtsorte nach — Königsgrätz — wohl eher ein Czeche als ein Deutschböhme. Johannes Schindel oder Sczindel mufs nach den uns vorliegenden dürftigen Ausweisen über sein Leben[1] zwischen 1370 und 1375 das Licht der Welt erblickt haben; nachdem er in Prag studiert und dort auch einige Zeit gelehrt hatte, wandte er sich nach Wien, erklärte auch dort von 1407 bis 1409 vorwiegend mathematische Autoren und wird von 1410 an als »Doctor et lector ordinarius Universitatis studii Pragensis« aufgeführt. Für seine wissenschaftliche Bedeutung spricht, dafs Bianchini (s. o. § 34) seiner lobend gedenkt, und dafs in einem Schreiben »Aeneas Sylvius Poeta Joanni Scindel, singulari Astronomo viroque probatissimo« betitelt, dem letztern ob seiner astrologischen, d. h. wohl auch rein astronomischen Leistungen ehrende Worte gewidmet werden[2].

[1] Solche Nachrichten geben: Kalina v. Jäthenstein, Nachrichten über böhmische Schriftsteller und Gelehrte, Prag 1848; Schepfs, Der Mathematiker Joh. Schindel, Anz. f. Kunde deutscher Vorzeit, 1881, Sp. 262; Teige, Ein Beitrag zur Lebensgeschichte des Magister Joannes de Praga, Zeitschr. f. Math. u. Phys., Hist.-litter. Abteilung, 29. Band. S. 41 ff. Den im Texte zitierten Brief des Papstes fand Schepfs in einem Maihinger Kodex.

[2] Der Briefwechsel des kunstsinnigen Papstes aus dem Hause Piccolomini greift nach Günthner (Gesch. d. lit. Anst. in Bayern, 3. Band. S. 50, S. 85) noch zweimal in die Geschichte unsers Faches ein. Das einemal (Nr. 112 der Briefsammlung) empfiehlt Enea Silvio dem kaiserlichen Kanzler Schlick den soeben nach Wien berufenen Soginus mit den Worten: »Philosophiae tam scius quam Plato, Geometer (sic!) quasi Boetius, in numeris Macrobio similis, nullum instrumentum ignorat musicum«. Ein belehrendes Zeugnis dafür, wie hoch gewisse Autoritäten dritten Ranges selbst noch gegen den Ausgang des Mittelalters hin verehrt wurden. Und ein andermal (Nr. 170 der Briefsammlung) findet sich nachstehende, für unser Nationalgefühl schmeichelhafte Stelle: »Sunt meo judicio Teutonici mirabiles mathematici, omnesque gentes in architectura superant«.

Ganz unvergleichlich einflufsreicher für die Fortentwicklung von Wissenschaft und Lehre als Prag wurde Krakau, schon deshalb, weil hier eines der gröfsten Genies aller Zeiten die Anregung empfangen hat, welche für sein ganzes späteres Geistesleben sich als nachhaltig und mafsgebend erwies. Gewöhnlich nimmt man an, dafs Krakaus mathematische Blüte derjenigen Wiens zeitlich nachstehe oder doch wenigstens nicht vorausgehe[1], allein vor der gründlichen Forschung Prowes[2] konnte dieses Vorrecht der berühmten deutschen Hochschule nicht bestehen. Bald nach Gründung (1364) der in bezug auf deutsches und polnisches Wesen wahrhaft paritätischen Anstalt, welche von einem polnischen Könige in einer fast rein deutschen Handelsstadt ins Leben gerufen war, ward daselbst, wie in Bologna, ein stabiler Lehrstuhl für Mathematik und Astronomie erstellt und auf denselben ein Deutscher, Johannes Stobner, berufen, der im Jahre 1379 in Prag Bakkalarius der Künste geworden war[3], und 1450 schuf Martin Król noch eine eigene Kathedra für Astrologie. Wir besitzen die Statuten für ersteres Lehramt aus den Jahren 1449 und 1475. Nach dem erstgenannten war über Euklid, Arithmetik, Perspektive, Musik und Theorie der Planeten zu lesen; der Umfang des Studiums war also ziemlich derselbe, wie an andern Universitäten auch, allein darin machte sich ein tiefgreifender Unterschied geltend, dafs einfürallemal der nämliche Lehrer, und nicht in jedem Semester ein anderer Neuling, mit den Vorträgen betraut war. Die Redaktion von 1475 geht schon weiter; sie fordert einen Kurs über Regiomontans »Tabulae resolutae«, über Finsternisrechnung (ein wichtiger Fortschritt) und über Verfertigung des Almanachs. Und der richtige Mann, diesen Unterricht fruchtbringend zu gestalten, war ebenfalls vorhanden. Albertus Blar de Brudzewo, irrtümlich aber gewöhnlich Brudzewski[4] genannt, hatte in Krakau selber studiert, 1470 den Grad des Bakkalarius, 1474 den des Magisters erlangt und bekleidete, nachdem er 1476 zum Mitgliede des »kleinen Kollegiums« erwählt war, die vorgenannte Profefsur* (Siehe Seite 230, Note *), ohne allerdings dabei

[1] So sagt z. B. Denifle (a. a. O., S. 629): »Grofsen Aufschwung nahm die Universität Krakau gegen Ende des XV. Jahrhunderts infolge der an ihr gepflegten astronomischen und humanistischen Studien«.

[2] Prowe, Nicolaus Coppernicus auf der Universität Krakau, Thorn 1874.

[3] Ibid. S. 9. Vgl. auch Prowes biographisches Werk, a. a. O., S. 125.

[4] Näheres über Brudzewski bei Prowe (am zuletzt angeführten Orte, S. 137 ff.).

gänzlich auf Vorlesungen anderer Art zu verzichten[1]. Doch nehmen mathematische Kollegien ihn vorzugsweise in Anspruch: 1484 tradiert er Arithmetik, 1488 Planetentheorik, 1488/89 »scientiam motus orbis Mefsahalae«, 1489 Optik, 1489/90 und 1493 das aristotelische Buch vom Himmel, 1492 kündigt er ein »Exercitium meteororum« an. Fünf Handschriften mathematischen Inhalts verwahrt von ihm die Universitätsbibliothek zu Krakau[2]. Im Jahre 1484 trat Brud-

* Unter den teilweise schon mit recht hübscher Semesterzahl bedachten Hörern, welche Brudzewskis Ruhm nach Krakau zog, ragt hervor Konrad Celtes, der niemals sefshafte Humanist, der damals schon dreifsig Jahre alt und mit dem Dichterlorbeer gekrönt war. Dafs Celtes wirklich bei Brudzewski hörte, ist konstatiert, am sichersten wohl durch einen Privatbrief des letzern an jenen, welcher »mi fili« anhebt. Auch besagt die von der rheinischen Sodalität herausgegebene »Vita Conradis Celtis«: »Cracoviae astrorum studio vacavit praeceptore Alberto Bruto«; so hatte der Poet den harten slavischen Namen sich für seine Verskunst mundgerecht gemacht. Nach Celtes kam ein zweiter berühmt gewordener Deutscher nach Krakau zu dem ausgesprochenen Zwecke, sich in der Mathematik weiter auszubilden, als es das heimische Ingolstadt ermöglichte: Anno 1501 wird »Johannes Petri de Habensberg«, d. i. Aventin, der »Vater der bayerischen Geschichte«, immatrikuliert (Prowe, a. a. O., S. 137). Der dritte im Bunde aber war der bedeutendste von allen, Nicolaus Kopperlingk de Thorunia. Angesichts solcher praktischer Belege kann es nicht wundernehmen, dafs der vielseitig gebildete Nürnberger Arzt Hartmann Schedel 1493 in seinen »Commentarioli de Sarmatia« schreibt: »Astronomiae studium Cracoviae maxime viret. Nec in tota Germania, ut et multorum relatione satis mihi cognitum est, illo clarius reperitur.«

[1] Man würde sehr irren, wenn man glauben wollte, die mathematische Lehrthätigkeit habe sich völlig in dem staatlicherseits begründeten Lehrstuhl konzentriert gehabt. Dieser bildete nur sozusagen den »ruhenden Pol in der Erscheinungen Flucht«, und um ihn her trieben die jungen Magister ihr Wesen wie anderswo auch, allein es war doch durch jene Einrichtung zweifellos auch eine Art von Kontrolle geschaffen, und Höherstrebende wufsten ohnehin, an wen sie sich zu halten hatten. »16 Lehrer«, sagt Prowe (a. a. O., S. 141) hatten in den Jahren 1491 bis 1495 mathematisch-astronomische Vorlesungen angekündigt; ‚Arismetrica' und ‚Musica' wurde von sechs Dozenten vorgetragen; vier interpretierten den Euklid; je fünf lasen über ‚Perspectiva communis' und über die Planetentheorie Peurbachs; vier kommentierten die ‚Tabulae resolutae' des Regiomontanus; je zwei behandelten das Kalendarium Regiomontans, die ‚scientia motus orbis' und die ‚sphaera materialis', je ein Dozent endlich las über die ‚Eclipses' und über den ‚Computus chirometralis'«. Die Lehrer sind mit Einer Ausnahme durchweg Polen, sämtlich Krakauer Scholaren und demnach von Brudzewski vorgebildet; nur einer von ihnen, Albertus de Pniewy, steht jenem im Alter zu nahe, um als dessen eigentlicher Schüler gelten zu können.

[2] Diese Schriften tragen ihre didaktische Bestimmung schon äufserlich an der Stirne. Es sind folgende: Introductorium astronomorum Cracovensium; Tabulae resolutae astronomicae pro supputandis motibus corporum coelestium; De constructione astrolabii; Tractatus et canones ad reducendum motum pro meridiano Cracoviensi; Commentarium super theoricis novis Georgii Purbacii in

zewski in das »größere Kollegium« über und mufste infolge dessen auch, wie es die unvernünftige akademische Sitte erheischte, seinem bisherigen Lehrberufe untreu werden. Er las von da ab blofs noch über Philosophie, und nur diese, keinesfalls aber Mathematik, kann auch der junge Coppernicus bei ihm gehört haben[1].

Es kann keinem Zweifel unterliegen, dafs mit Brudzewskis Rücktritt die Bedeutung Krakaus für unsere Studien einen argen Stofs erlitt, mochte es auch noch Jahre lang von seinem Ruhme zehren. Im XVI. Jahrhundert begann die bis dahin ziemlich brach liegende Astrologie, die sich trotz Króls Stiftung nur kümmerlich behauptet zu haben scheint, die mathematisch-astronomische Thätigkeit im Lehrkörper zu überwuchern[2], und wenn auch diese immer mehr auf Abwege geratende Wissenschaft in zwei Zeitgenossen Coppernics, in Johannes von Glogau und Michael von Breslau, zwei in ihrer Art berühmte Krakauer Vertreter hatte, so war doch

Studio Generali Cracoviensi. Das zuletzt genannte Werkchen ward 1495 durch einen Schüler Brudzewskis, Otto Germanus, in Mailand zum Drucke befördert (Prowe, a. a. O., S. 144) und gilt als eine der seltensten Inkunabeln.

[1] Gegen die von Starowolski und andern polnischen Biographen des Coppernicus vertretene Behauptung, dafs letzterer ein unmittelbarer Schüler des Brudzewski gewesen sei, ist zuerst Karlinski mit urkundlichen Nachweisen aufgetreten (s. Zeissberg, zu Albert v. Brudzewo, dem Lehrer des Coppernicus, Altpreufs. Monatsschrift, 10. Band. S. 377). In persönlichen Verkehr mag der Jüngling aber immerhin mit dem berühmten Gelehrten getreten sein. Noch irriger als die soeben widerlegte Ansicht ist diejenige, dafs Coppernicus durch Brudzewski auf die heliozentrische Auffassung hingelenkt worden sei, denn einige von Karlinski mitgeteilte Auszüge aus einem bei jenem nachgeschriebenen Kollegienhefte des Michael de Proszowice (Prowe, a. a. O., S. 145) beweisen unwiderleglich, dafs der Lehrer ganz unentwegt am ptolemäischen Standpunkt festhielt. Allein dessen bedurfte es auch nicht; es genügt, dafs Coppernicus in Krakau die beste Gelegenheit hatte, Vorlesungen über alle Teile der Mathematik zu hören und dafs er namentlich auch, wie Rheticus bezeugt, daselbst gründlich in die Kunst der Handhabung astronomischer Instrumente eingeführt wurde (Prowe, a. a. O., S. 147 ff.). Seit 1440 besafs die Hochschule, wie Johannes von Olkusz berichtet, eine Sammlung von Beobachtungswerkzeugen; einige davon, darunter ein arabisches Astrolabium, sind noch vorhanden und von Karlinski (Rys dziejow obserwatoryum Astronomicznego uniwersytetu Krakowskiego, Krakau 1864. S. 64 ff.) beschrieben worden.

[2] Nähere Angaben über das Emporkommen der Astrologie macht Prowe (a. a. O., S. 142). Es trug hiezu bei, dafs ein in der Geschichte der Geographie mit Ehren zu nennender Krakauer Kanonikus, Mathias de Myechow (s. Michow, das Bekanntwerden Rufslands in vor-Herbersteinscher Zeit, Verhandl. d. IV. d. Geographentags, Berlin 1885. S. 123 ff.) ein Kapital zur Verbesserung der Einkünfte der astrologischen Professur stiftete.

damit kein Ersatz gegeben für die Abkehr Brudzewskis und das allmähliche Aussterben seiner Schule[1].

36

Die ältere mathematische Schule in Wien.

Während in den ersten Jahrzehnten des XV. Jahrhunderts das oben geschilderte Treiben beim Abhalten der philosophischen Vorlesungen sich in ungeänderter Weise fortsetzte[2], bahnte sich schon in aller Stille die wohlthätige Revolution an, mit deren Vollendung Wien zum Emporium der mathematischen Wissenschaften im ganzen deutschen Reiche, und zwar für ein volles Jahrhundert, erhoben wurde[3]. Johann von Gmunden, gestorben 1442 in Wien, mag

[1] Auch Streitigkeiten zwischen den durch Ramus aufgehetzten Antiaristotelikern und den strengen Peripatetikern, sowie ein nicht näher bekannter Wegzug vieler Studenten scheinen zersetzend auf die Universität gewirkt zu haben. Zeuge dessen ist der Grund, welchen der treffliche polnische Mathematiker Broscius — man sehe seine Würdigung in des Verf. »Verm. Untersuch. z. Gesch. d. math. Wissensch.«, S. 86 ff. — in seiner »Apologia pro Aristotele et Euclide contra Petrum Ramum et alios« (Amsterdam 1699. S. 3) für die Abfassung dieser polemischen Schrift namhaft macht. Gegen Ende des XVI. Jahrhunderts niedergeschrieben, lauten die bezüglichen Sätze, wie folgt: »Octoginta anni abierunt, et aliquot, cum Petrus Ramus ex Academia Parisiensi ad Academiam Cracoviensem, de periodis tum acriter disputantem animadversiones suas in Aristotelem transmisit. Servantur adhuc ipsius authoris manusubscripta apud Decanum inclytae Facultatis artium ingenuarum. Id ego, cum a Praeceptoribus meis Excellentissimis Stanislao Jacobeio et Valentino Fontano cognovissem, saepe mecum cogitavi, quonam consilio id Ramus fecerit. An ut aliquem ex Academia ad examen suarum rationum provocaret? An potius ut Aristotelis contemptum persuaderet?« Wahrscheinlich hat Ramus dieses Ziel doch erreicht. Die »Dispersio studiosorum», von der Broscius weiterhin redet, soll sich im Jahre 1549 ereignet haben. Jedenfalls hat derselbe sich in Ansetzung des Zeitpunktes, da Ramus' Schriftensendung nach Krakau stattfand, ziemlich stark vergriffen.

[2] Mit besonderer Betonung der Wiener Verhältnisse sagt Kink (a. a. O., 1. Band, 1. Teil. S. 44) von den jungen Lehrern der Artistenkörperschaft: »Die Bachalarien waren ein ungemein nützliches nnd thätiges Volk. Gelang es einem Doktor, ihrer soviele als möglich für sich und seine Lehrkanzel zu gewinnen, so war sein Beruf sehr angenehm und leicht. Er gab nur in wenigen Vorlesungen die Hauptrichtung des Gegenstandes an, brachte ihn in Flufs, und alles übrige übernahmen die Bachalarien».

[3] Der Verf. erlaubt sich hier auf seine Abhandlung. »Die Wiener mathematische Schule im XV. und XVI. Jahrhundert« (Oesterreich. Literaturzeitung, 1. Jahrgang.) hinzuweisen, worin mancher hier nur gestreifte Punkt ausführlicher behandelt ist.

ums Jahr 1380 geboren sein[1]. Er begegnet uns 1406 unter den artistischen Magistern, beginnt jedoch seine didaktisch-mathematische Thätigkeit erst 1412 mit dem Algorismus, nachdem er vorher philosophische Themen zu lehren gehabt hatte[2], und geht 1414 zur Optik, 1416 und 1417 zum Algorismus de minutiis über. Im Jahre 1418 tritt bereits bei Gelegenheit eines an sich ganz unwesentlichen Vorfalls die hohe Achtung deutlich hervor, deren sich Johanns mathematische Vorlesungsthätigkeit bei der Fakultät erfreute; man erlaubte ihm nämlich ganz gegen alle Regel, während einer länger anhaltenden Unpäßlichkeit zu Hause zu lesen. Das Jahr 1420 kann als der Übergang von der alten zur neuen Sitte angesehen werden, denn seitdem las Johann von Gmunden über alle Teile der Mathematik und nur über diese: es war also auf dem Wege natürlicher Entwicklung aus dem jedweder Verwendung im Artisten-Gebiete gewärtigen Lehrer der Schul-Philosophie der erste mathematische Fachprofessor an einer rein-deutschen Hochschule erwachsen. Wenn Aschbach[3] mit Recht bemerkt, daſs man Johann »als den Vater der mathe-

[1] Die biographischen Verhältnisse Johanns behandelt besonders eingehend Aschbach (a. a. O., S. 455 ff.), doch ist auch die ältere Darstellung in v. Khautzs »Versuch einer Geschichte der Oesterreichischen Gelehrten« (Frankfurt a. M. und Leipzig 1755. S. 27 ff.) nicht zu verachten. Man war bis vor kurzem einig darüber, daſs Johann aus dem lieblichen Städtchen am Traunsee stamme, allein unlängst ist diese Einhelligkeit bedenklich erschüttert worden. Es fand nämlich Joh. Müller in einem Kodex der Maihinger, von uns schon des öftern rühmlich erwähnten Bibliothek einen Computus, welcher nach seiner Angabe (der Astronom Johann von Gmunden, Anz. f. Kunde deutscher Vorzeit, 25. Band. Sp. 1 ff.) von Johannes Wifsbier de Gamundia 1404 verfaſst ist. Der Autor lebte damals in Ulm, wo sich Gelegenheit zu höheren Studien dargeboten haben muſs (s. o. § 23), denn die Schlufsworte lauten in etwas zweifelhaftem Latein: »Anno Domini 1404 scriptus ulme tunc tempore studens ibi«. Wenn aber dieser Wifsbier wirklich unser Johann von Gmunden ist, so legt der Umstand, daſs er in einer schwäbischen Stadt den Lehrgang durchmachte, die Vermutung nahe, nicht Gmunden im Salzkammergut, sondern Schwäbisch Gmünd im Remsthal sei dessen eigentlicher Heimatsort gewesen.

[2] Kurz vorher war nach Kink (a. a. O., 1. Band, 2. Teil. S. 11) bei der üblichen Verteilung der Lehrfächer am Jahresanfang, die wohl nicht viel besser als eine Verlosung gewesen sein mag, dem Johann von Gmunden die Vorlesung »De sensu et sensato« zugefallen, während Sachs den Algorismus de integris und Jakob von Rüdling die Sphaera materialis zugewiesen erhalten hatten. Daſs unser Mathematiker, wie v. Khautz annimmt, auch einen theologischen Grad erworben und über den Petrus Lombardus gelesen habe, ist höchst unwahrscheinlich. Daſs er aber Priester war und über Theologisches schrieb, ist richtig.

[3] Aschbach, a. a. O., S. 458.

matischen und astronomischen Wissenschaft in Deutschland« zu bezeichnen habe, so möchten wir diesen Ausspruch mehr in dem oben gekennzeichneten Sinne gelten lassen, als dafs wir zugeben würden, er habe der exakten Forschung selbst neue Wege gewiesen.

Denn als Schriftsteller geht Johann über das, was zu seiner Zeit bereits vorlag, nicht erheblich hinaus, und immer sind es Unterrichtszwecke, die seine Bestrebungen leiten. Viel sicheres ist uns überhaupt über seine litterarische Thätigkeit nicht bekannt; »neben verschiedenen astronomischen Traktaten und Tafeln, die aber nie gedruckt wurden und seither gröfstenteils verloren gegangen sein sollen, verdankte man ihm ein Kalendarium«[1]. v. Khautz zählt (a. a. O.) neun solcher Schriften auf; davon sollen die »Tabulae de planetarum motibus et luminarium eclipsibus verissimae ad Meridianum Viennensem« sowie die »Practica tabularum astronomicarum« sich noch heute in Wien befinden[2]. Das Kalendarium Johanns ist freilich, wie oben auf Seite 187 und anderwärts gezeigt ward, nicht die erste derartige Arbeit auf deutschem Boden, wohl aber die erste vollkommenere, indem sie sich über vier Mondzirkel erstreckt[3]. Jedenfalls hat dasselbe anderen ähnlichen Versuchen zum nachahmenswerten Muster gedient[4].

Um wieder auf Johann von Gmunden als akademischen Lehrer zurückzukommen, so ist ihm zunächst nachzurühmen, dafs er die Lehre vom Astrolabium in den Kreis der ständigen Lehrgegenstände eingeführt hat (1434). Dafs sein Wirken ein »schulebildendes« gewesen sei, kann man kaum sagen, denn dazu waren doch die unerläfslichen Vorbedingungen noch nicht gegeben, allein wir wissen immerhin, dafs er in einem gewissen Pruner (nach Aschbach) sich einen tüchtigen und auch litterarisch nicht unthätigen Schüler herangebildet hat. Anderwärts wird derselbe Pruneck ge-

[1] Wolf, Geschichte der Astronomie, S. 86.

[2] Ein ganz vergessenes Fragment aus Johanns Feder hat der Verf. in einer Münchener Handschrift entdeckt und veröffentlicht (Studien z. Gesch. d. math. u. phys. Geogr., S.267 ff.); es ist dies eine in kindlich-naivem Deutsch abgefafste kurze Schilderung des Kosmos im Sinne der christlichen Aristoteliker.

[3] Ibid. S. 94 ff. Die festen Holztafeln, welche zur Herstellung des Kalendariums verwendet wurden, erwiesen noch zu Anfang dieses Jahrhunderts sich kräftig genug, um nach ihnen den dem 18. Bande der »Monatl. Korrespondenz zur Beförd. d. Erd- und Himmelskunde« v. Zachs beigegebenen Abklatsch anfertigen zu können.

[4] Ein ganz ähnliches, von 1434 bis 1457 reichendes Opus beschreibt Flemming (Ein Beitrag zur Geschichte des Kalenders, Altenburg 1869).

nannt[1]). Den Schluſs eines an Verdiensten reichen Lebens bildete das groſsartige Vermächtnis an Büchern und Geräten, mit welchem er die Universität bedachte[2]; die Bücher sollten in der Bibliothek gesondert aufgestellt und für eine an die Fakultätskasse abzuführende Taxe ausgeliehen werden.

Was Johann von Gmunden begonnen hatte, das führte in seinem Geiste, jedoch mit weit mehr in die Augen fallendem Erfolge Georg von Peurbach (Burbach, Peyerbach) durch, der am 30. Mai 1423 in dem oberösterreichischen Dorfe gleichen Namens geboren wurde. Die häufig zu findende Angabe, er sei ein Schüler des erstgenannten gewesen, ist Aschbachs zuverlässigen Aufschlüssen zufolge ebenso wenig richtig[3], wie (s. o.) die analoge Angabe über das Verhältnis Coppernics zu Brudzewski. 1440, also im Alter von 17 Jahren, zum Magister aufgestiegen, ging Peurbach behufs weiterer Studien nach Italien, wo er die Freundschaft Cusas und Bianchinis sich erwarb und an dem Aufenthaltsorte des letztern, in Ferrara, auch einige Gastvorträge hielt. Um 1450 kehrte er nach Wien zurück und begann daselbst seine Lehrthätigkeit auszuüben, freilich nur als einer der vielen lesenden Magister und nicht als Verwalter eines besonderen Lehrstuhls, den es ja, wie wir wissen, noch nicht gab[4]. Ja es muſs sogar hervorgehoben werden, daſs sich Peurbach mit öffentlichen mathematischen Vorlesungen weit weniger abgab als sein Vorgänger; strenge genommen las er als Mathematiker nur ein paarmal über das »Kalendarium« oder »Horarium« und bemühte sich, im Hinblick auf die in Italien empfangenen humanistischen Anregungen, um Einbürgerung der klassischen Philologie an der heimischen Hochschule[5]. Was er aber in der

[1] Geschichte der Astronomie von den ältesten bis auf gegenwärtige Zeiten, S. 137.

[2] Aschbach, a. a. O., S. 460 ff. Im Inventar wird auch ein »Instrumentum Albion« erwähnt; soll das vielleicht schon das geometrische Quadrat gewesen sein?

[3] Aschbach, a. a. O., S. 479 ff. Auf Peurbachs Biographie gehen übrigens, von jener Quelle abgesehen, ausnahmslos alle Geschichtschreiber der Astronomie näher ein.

[4] Es entspricht somit nicht ganz den Thatsachen, wenn Wolf (a. a. O., S. 87) schreibt: »Etwa 1450 nach Wien zurückgekehrt, erhielt Purbach sofort den Lehrstuhl der Mathematik und Astronomie«.

[5] Peurbach las mit Vorliebe über die vergilischen Bukolika. Seine und Regiomontans Verdienste um die Hebung der klassischen Studien werden auch anerkannt in Bursians »Gesch. d. klass. Philol. in Deutschland« (1. Hälfte. S. 107).

Öffentlichkeit versäumte, das ergänzte Peurbach reichlich durch private und durch litterarische Lehrthätigkeit. Zwei seiner Schüler sind uns durch urkundliche Belege als solche bekannt: der eine durch das Matrikelbuch der rheinischen Nation, Johannes Reibel von Kupferberg, der andere durch eine Fülle der wichtigsten Zeugnisse, Johannes Müller von Königsberg in Franken. Geradezu hervorragend ist Peurbach als Schriftsteller gewesen; das deutsche Volk hat von ihm eine Reihe hervorragender Lehrbücher erhalten, deren gleich nachher eingehender zu gedenken sein wird[1], und auch als Beobachter zeichnete er sich aus. Mit seinem Namen und mit demjenigen seines Lieblingsschülers verknüpft sich in der Universitätsgeschichte das erste Vorkommen eines jener wissenschaftlichen Attribute oder Institute, ohne welche wir uns heutzutage eine richtige Hochschule überhaupt nicht vorstellen können, nämlich einer Sternwarte[2]. So kam es, dafs als er im Jahre 1461 das zeitliche

[1] Die sämtlichen Schriften aus Peurbachs Feder hat v. Khautz (a. a. O., S. 33 ff.) zusammenzustellen versucht, ohne dafs die angestrebte Vollständigkeit von ihm erreicht worden wäre. An erster Stelle erscheinen die »Theoricae planetarum«, von welchen, die Kommentare des Schreckenfuchs, Nuñez und Wursteisen nicht einmal mit gerechnet, vierzehn Druckausgaben aufgezählt werden (Wien 1460, Mailand 1495, Paris 1515, Wien 1518, Ingolstadt 1528, Venedig 1531, Wittenberg 1535, Wittenberg 1542, Paris 1543, Rom 1566, Basel 1569, Basel 1573, Köln 1581). Nicht berücksichtigt ist in diesem Verzeichnis das von Ratdolt (Venedig 1482) herausgegebene Sammelwerk, welches aufser Peurbachs Buch noch den Sacrobosco und die Streitschrift Regiomontans wider Gerhard von Cremona enthält (Denis, Merkwürdigk. d. garellischen Bibliothek, S. 90 ff.). Die weitere Liste bei v. Khautz ist folgende: II. Sex primi libri Epitomatis Almagesti; III. Tabulae Eclypsium super meridiano Viennensi; IV. Collectio tabularum primi mobilis; V. Canones Astrolabii; VI. Introductorium in Arithmeticam; VII. Extensio organi Ptolemaei pro usu horarum Germanicarum ad omnia climata cum demonstratione; VIII. Canones Gnomonis cum nova tabula pulcherrima; IX. Compositio Compasti cum regula ad omnia climata; X. Compositio novae virgae visoriae cum lineis et tabula nova; XI. Instrumentum pro veris conjunctionibus Solis et Lunae; XII. Nova Tabula Sinus de decem minutis in decem; XIII. Modus componendi et demonstrandi tabulam altitudinis Solis cum tabula ipsa; XIV. Modus describendi horas in pariete; XV. Tabulae aequationum motuum planetarum novae; XVI. Tabula nova proportionis parallelorum ad gradus aequinoctialis cum compositione ejusdem; XVII. Tabula nova Stellarum fixarum; XVIII. Almanach perpetuum cum canonibus. XIX. Plura de quadrantibus; XX. dürfte mit XVIII. identisch sein. Das vergessene Werk ist das »Quadratum geometricum«, um 1450 von Peurbach dem Wiener Erzbischof Johannes gewidmet, aber erst 1516 in Nürnberg gedruckt. Möglicherweise wollte v. Khautz dasselbe in seiner Nummer VIII. rubrizieren, denn das Beobachtungswerkzeug heifst nebenher auch »Gnomon geometricus«.

[2] Ein staatlicherseits zu diesem Zwecke eingerichtetes Observatorium konnte Peurbach natürlich noch nicht benützen, wohl aber scheint man ihm (Asch-

segnete[1], sein Andenken ein weithin gesegnetes ward, und dafs allseitig das viel zu früh eingetretene Ereignis beklagt wurde; unter den mannigfachen ihm gewidmeten Nachrufen sei hier nur der des Wittenberger Professors Reinhold (S. 221 N. 2) wiedergegeben, der besonders die Darstellungsweise Peurbachs zu rühmen wufste: »Incredibile dictu est, quam clariores reddidit sententias, dividens eas Geometrarum more, ut et apertius intelligerentur et facilius commendarentur memoriae et tenacius haberentur.« Ein günstigeres Urteil läfst sich über Unterrichtswerke überhaupt nicht fällen.

Das kleine arithmetische Lehrbuch Peurbachs, dessen Verfasser mehrere pädagogische Schriftsteller der Neuzeit in einen Leunbach (sic!) umgemodelt haben, beherrschte für längere Zeit den Büchermarkt. Es ist unter drei Titeln bekannt, die jedoch unserer Überzeugung nach sich insgesamt nur auf die nämliche Schrift beziehen. v. Khautz (a. a. O.) spricht von einem »Introductorium in arithmeticam«, zu Wittenberg gab man dieselbe 1536 als »Elementa arithmetices« heraus, für gewöhnlich führt sie die Bezeichnung »Algorismus«[2]. Der Inhalt, der sich in der von uns zu Rate gezogenen Ausgabe auf acht Quartblätter verteilt, zeichnet sich nun freilich durch eine für ein Lehrbuch überraschende Gedrängtheit und Bescheidenheit aus; er besteht aus den zwölf Hauptabteilungen Numeratio, Additio, Subtractio, Mediatio, Duplatio, Multiplicatio, Divisio, Progressio, Radicum extractio quadrata, Radicum extractio cubica, Regula aurea sive de tre, Regula Societatis, wozu dann noch

bach, S. 540) den an das »Collegium ducale« angebauten Turm für die im Verein mit seinen Schülern anzustellenden Beobachtungen überlassen zu haben. Übrigens ist sichergestellt, dafs Peurbach und Regiomontan auch in dem bekannten Kloster Mölk beobachteten, so u. a. eine Mondfinsternis am 9. September 1457. Bose (Oratio metrica in memoriam G. Peurbachii et J. Regiomontani habita, Wittenberg 1757) will von jenem Tage die Auferstehung der Astronomie datiert wissen.

[1] Über Peurbachs Todesjahr herrschte früher vollständige Unklarheit. Tannstätter, Reinhold, Vossius, Riccioli gaben 1462, Tritheim gab in seiner leider häufigen Kritiklosigkeit 1470 an, und erst v. Khautz entschied sich (a. a. O.) für 1461.

[2] Die uns vorliegende Ausgabe ist 1503 durch einen Würzburger Bakkalarius Martin zum Drucke befördert und führt folgende Aufschrift: Opus Algorithmi jucundissimum Magistri Georgii Peurbachii wiennensis (preceptoris singularis Magistri Joannis de Monteregio) sacreque Mathematice inquisitoris subtilissimi summa cum utilitate exemplis ac cubice radicis extractione alleviatoque procedendi modo nuper digestum. Die Vergleichung dieser älteren Ausgabe mit jener, welche Vadian 1511 als »Institutiones in arithmeticam« erscheinen liefs (Denis, Wiens Buchdruckergeschicht, S. 59), scheint uns eben für die oben für wahrscheinlich erklärte Identität zu sprechen.

drei »Enigma« hinzutreten, welche die Lösung von Aufgaben aus dem kaufmännischen Rechnungsverkehr bezwecken und vielleicht erst von späteren Herausgebern hinzugefügt worden sind. Peurbach steht durchweg auf dem im § 28 gekennzeichneten Standpunkte, sogar von dem Gepäck der beiden überflüssigen Spezies des Halbierens und Duplierens vermag er sich noch nicht zu befreien, allein offenbar entsprach die klare Darlegung der Hauptpunkte den Wünschen des Publikums in hohem Grade. Wir sehen ja auch heute noch, dafs dünnleibige und mit pädagogischem Geschick angefertigte Lehrbücher eine weit günstigere Aufnahme finden, als gehaltvollere, dabei aber minder leicht zu durchdringende Werke.

Noch bei weitem einflufsreicher als die arithmetische gestaltete sich die astronomische Lehrthätigkeit Peurbachs, und man mufs auch gestehen, dafs er in seiner Planetentheorik es ganz vortrefflich verstanden hat, den für eine ebenso lernbegierige als mangelhaft vorbereitete Leserschaft passenden Ton zu treffen. Schon die zahlreichen Auflagen (s. Seite 236, Note 1) beweisen, dafs das Werkchen[1] ein würdiger Konkurrent der Sphärik Sacroboscos gewesen ist. Was zunächst bei der Fachwelt diese Beliebtheit bewirkte, das war ein nach modernen Begriffen freilich etwas sonderbarer, von den zeitgenössischen Astronomen dagegen sehr freundlich aufgenommener Versuch, zwischen der Theorie der homozentrischen Sphären des Eudoxos und der Epizyklenlehre ein Kompromifs anzubahnen[2]. Die Studenten da-

[1] Unserer Analyse liegt zugrunde die Ausgabe: Novae theoricae planetarum Georgii Peurbachii Astronomi celeberrimi; temporis importunitate et hominum injuria locis compluribus conspurcatae, a Petro Apiano Mathematicae rei Ordinario Ingolstadiano jam ad omnem veritatem redactae, et eruditis figuris illustratae, Ingolstadt 1527.

[2] Wenn R. Wolf (a. a. O., S. 212) die charakteristische Neuerung mit den Worten illustriert, »Purbach hatte die gloriose Idee, die dem Mittelpunkte der Welt entsprechenden sog. homozentrischen Sphären der Physiker so weit auszuhöhlen, dafs in der Höhlung die einem andern Zentrum entsprechenden exzentrischen Kreise der Astronomen samt den Epizykeln Platz finden konnten«, so ist dies sachlich völlig zutreffend, allein den leisen Spott, der darin liegt, möchten wir uns nicht aneignen. Die sogenannte zweite Ungleichheit des Planetenlaufs (Stillstände, Rückgänge) kann, wie wir von Schiaparelli (s. o. Seite 6, Note 1) erfuhren, durch die Sphärentheorie so ausgiebig erklärt werden, dafs wir Peurbach wegen seiner Neigung für dieselbe nicht tadeln können, allein da letztere der ersten Ungleichheit (Veränderlichkeit der scheinbaren Durchmesser) gegenüber vollständig machtlos ist, so mufste ein denkender Astronom auch bei Ptolemaeus seine Anleihe machen und nur darauf bedacht sein, beide Bezugsquellen möglichst mit einander zu versöhnen. — Nachfolger in diesem seinem Streben hatte Peurbach übrigens nicht; ein von Wolf zitiertes, 1528 erschienenes Werk »La théorique des cielz mouvemens et termes

gegen mufsten einen Leitfaden freudig begrüfsen, an dessen Hand sie unschwer in eine Disziplin eingeführt werden konnten, die noch vor kurzem für die grofse Mehrzahl ein Buch mit sieben Siegeln gewesen und doch für das Verständnis sowohl wie noch mehr für die Verbesserung der astronomischen Tafeln notwendigste Vorbedingung war. Peurbach beginnt damit, Hipparchs Ansichten vom Sonnenlaufe auseinanderzusetzen; festzulegen ist hiernach zuerst die »aux solis«, d. h. der vom Weltzentrum entfernteste Punkt, welchen die Sonne in ihrer exzentrischen Kreisbahn erreichen kann, und deren Gegenpunkt »oppositum solis.« Eine durch den Erdmittelpunkt auf dieser Verbindungslinie vom Apogaeum und Perigaeum senkrecht gezogene Grade trifft den Exzenter in den »longitudines mediae.« Alsdann wird die »linea medii motus« und die »linea veri motus« gezogen; der von diesen Linien gebildete Winkel, welcher für Aux und Oppositum zu null wird, ist die vielgenannte

Aequatio Solis = Wahrer Anomalie minus mittlerer Anomalie.

Auf die Sonne, deren Bewegungsverhältnisse die relativ einfachsten sind, folgt der Mond mit vier Kreisen und einer »Sphaerula«; was letztere bedeuten soll, wird durch den folgenden Satz aufgehellt: »Ultimo habet sphaerulam, quae vocatur epiciclus perfundati orbis tertii immersam, in quo quidem epiciclo corpus lunare figitur.« Zu der vorigen Gleichung kommt also jetzt noch eine »Aequatio Epicicli« hinzu. Jedem der oberen Planeten — und ebenso der Venus — sind drei Kreise und ein Epizykel zugeteilt; die »Theoria axium et polorum« zeigt, welche Lage die Pole der einzelnen Sphären bei der Projektion auf die Fixsternsphäre zu erhalten hätten. Der verwickelte Merkurlauf kann nur durch die Verbindung von fünf Kreisen mit einem Epizykel bezwungen werden. Von geometrischem Interesse ist der Abschnitt »De passionibus Planetarum diversis«[1], in welchem auch Aspekten und Verfinsterungen ihre Erklärung finden. Zuletzt wird »De motu octavae sphaerae« gehandelt, welcher angeblich eine dreifache Bewegung zukommt, nämlich die bekannte Achsendrehung, die in entgegengesetztem Sinne

pratiques des sept planetes, nouvellement et très clairement redigée en langue françoise« ist bereits wieder rein ptolemäisch, und Coppernics allgemach sich anbahnende Reform machte alle weiteren Bestrebungen dieser Art überflüssig.

[1] Unsere Fig. 19 stellt uns die Lösung des Problems vor Augen, die Punkte des Stationärwerdens eines Planeten zu finden (a. a. O., S. 46 ff.). Aus dem Weltzentrum werden an den Epizykel die beiden Tangenten gezogen; die beiden

langsam vor sich gehende Praezession und endlich die sogenannte Trepidationsbewegung[1]. Die Irrlehre, dafs es eine solche gebe, ist Peurbach noch sehr ans Herz gewachsen; er verteidigt die Theorie des Thabit ben Korrah ausdrücklich gegen den Ptolemaeus, der sich in dem täuschenden Glauben an einen festen Zodiakus befunden habe.

Die Trigonometrie und Geodäsie hat Peurbach in seinen Sinustafeln (Nr. 12 des Katalogs bei v. Khautz) und in der bereits erwähnten Schrift über das geometrische Quadrat gefördert. Die erstern waren damals im Abendlande noch etwas völlig neues; Peurbach wagte es deshalb auch noch nicht, direkt mit dem in der griechischen Trigonometrie herrschend gewordenen Sexagesimalsystem zu brechen, sondern liefs seine Tafel von einem Sechsteil des Grades zum andern (von 10 zu 10 Minuten) fortschreiten und setzte auch den Sinustotus = 60000, somit sin 30^0 = 30000 Längeneinheiten. Ihre erste Verwendung fanden diese geometrischen Tabellen bei Berechnung

Fig. 19.

Berührungspunkte ergeben »Statio prima« und »Statio secunda«. Im übrigen spricht die Zeichnung für sich selbst.

[1] Genauere Angaben über die »Trepidation des Fixsternhimmels« siehe in des Verf. »Studien z. Gesch. d. math. u. phys. Geogr.« (S. 76 ff.), sowie in dessen Abhandlung »Der Wapowski — Brief des Coppernicus und Werners Traktat über die Praezession« (Mitteil. d. Coppernicus-Vereins zu Thorn, 2. Heft. S. 3 ff.). Die feinste wissenschaftliche Ausbildung, wenn man sich so ausdrücken darf, fand nämlich die genannte Irrlehre in der Abhandlung »De motu octavae sphaerae« des noch später zu nennenden Nürnberger Mathematikers Werner, und gegen diese Künsteleien hatte eben Coppernicus in einem Schreiben an seinen Krakauer Freund Bernhard Wapowski energisch Front gemacht, ohne die Sache als solche zu beanstanden. Diese Trepidation oder Nutation (s. o. Seite 6 Note 1), ja nicht zu verwechseln mit der heute durch das gleiche Wort bezeichneten astronomischen Erscheinung, sollte darin be-

der mit dem geometrischen Quadrat[1] — nach v. Bauernfeind[2] dem ersten wenn auch primitven so doch rationellen Distanzmesser — angestellten Beobachtungen. —

Peurbachs grofser Schüler wird uns an dieser Stelle weniger eingehend beschäftigen, als vielleicht mancher Leser erwartet, allein es wird uns ein Blick auf Regiomontans Lebensgang[3] den Be-

stehen, dafs der Anfangspunkt der Längenzählung nicht mit gleicher Geschwindigkeit auf der Ekliptik fortrückte, sondern die Peripherie eines an und für sich gleichförmig fortschreitenden Kreises zurückzulegen hatte. Die Neigung der Ekliptik gegen den Aequator galt somit als variabel, aber freilich in einem ganz anderen Sinne, als in jenem, welcher den Domenico Maria (s. o.) bei seinen Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Ekliptikschiefe geleitet hatte.

[1] Das »geometrische Quadrat« ABCD konnte am besten für die Bestimmung der Winkeldistanz zweier der nämlichen Vertikalebene angehöriger Punkte verwendet werden. Um A drehte sich eine Alhidade mit Dioptern, die Seiten BC und CD waren je in 1200 gleiche Teile geteilt. Bei der Höhenmessung waren zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die nach den anzuvisierenden Punkten B und C_1, resp. C_2 gezogenen Richtungen blofs die Seite BC oder einerseits BC und andrerseits auch DC schnitten. Sind E, F_1 und F_2 diese Schnittpunkte, und wird $BE = m$, $BF_1 = n_1$, $DF_2 = n_2$, ferner $\sphericalangle BAC_1 = \alpha_1$ und $\sphericalangle BAC_2 = \alpha_2$ gesetzt, so hat man $\alpha_1 = \varphi_1 - \psi$, $\alpha_2 = \varphi_2 - \psi$ oder in unseren Zeichen

$$\alpha_1 = \text{arc tang } \frac{n_1}{1200} - \text{arc tang } \frac{m}{1200}; \quad \alpha_2 = \text{arc tang } \frac{1200}{n_2} - \text{arc tang } \frac{m}{1200}.$$

Mit Tangenten verstand Peurbach noch nicht umzugehen und berechnete deshalb mit Hilfe der erwähnten Sinustabelle

$$\sin \varphi_1 = \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + 1200^2}}, \quad \sin \varphi_2 = \frac{1200}{\sqrt{n_2^2 + 1200^2}}, \quad \sin \psi = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1200^2}}.$$

[2] v. Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde, 1. Band, Stuttgart 1880. S. 391. Die Münchener Bibliothek bezeichnet als Math. A. 41⁰ 2 einen Sammelband, der ausschliefslich geometrische Zeichnungen des bekannten Nürnberger Mathematikers Georg Hartmann, des Entdeckers der magnetischen Inklination, enthält. Dort ist klar und deutlich abgebildet, wie man sich des Quadrats als eines Diastimeters bediente; das Verfahren erinnert lebhaft an jenes, welches der Überlieferung nach (Cantor, Vorlesungen, S. 122) Thales im Hafen von Milet zur Anwendung gebracht haben soll.

[3] Die für Regiomontans Leben mustergiltigen litterarischen Hilfsmittel sind aufser den uns bereits bekannten (Gassendi und Doppelmayr) der Artikel »Joannes de Monteregio« von Stern in Ersch und Grubers Enzyklopädie und die Darstellung Aschbachs (a. a. O., S. 537 ff.). In der »Allg. d. Biogr.« suchte der Verf. das Lebensbild des unsterblichen Mannes zu zeichnen. Sehr inhaltsreich, aber hie und da nur mit Vorsicht zu gebrauchen ist Zieglers Monographie »Regiomontanus, ein geistiger Vorläufer des Columbus« (Dresden 1874); vgl. Cantors treffliche Rezension im 19. Bande der »Zeitschr. f. Math. u. Phys.«, Literaturz. S. 41 ff.

weis liefern, dafs — im Gegensatze zu Johann von Gmunden — bei ihm die Thätigkeit des Forschers, die für uns hier blofs sekundär in betracht kommt — die Thätigkeit des Lehrers ungemein überragt. Auf der Reise, welche der junge Müller als Begleiter des gelehrten Kardinals Bessarion nach Italien unternahm, hatte er allerdings mehrfach Gelegenheit, sich auch als geschickten Lehrer zu bethätigen; unverbürgt ist zwar, dafs er in Rom öffentliche Vorträge gehalten habe, dagegen aufser Zweifel, dafs er im Jahre 1463 einen kürzeren Aufenthalt in Padua nahm und den dortigen Studierenden auf mehrfachen Wunsch öffentlich den kleinen astronomischen Lehrbegriff des Arabers Al Fergani[1] erläuterte. Streitigkeiten mit dem Translator Georg von Trapezunt, dem er eine Reihe von Mifsverständnissen des ptolemäischen Textes nachgewiesen hatte, veranlafsten Regiomontan, 1468 mit den gesammelten litterarischen Schätzen Italien wieder zu verlassen und nach Wien zurückzukehren. Daselbst nahm er für kurze Zeit die schon früher begonnene Lehrthätigkeit wieder auf[2], folgte aber schon sehr bald einem Ruf als Hofbibliothekar nach Ofen und schied damit für immer vom eigentlichen Lehramte aus. Denn dafs auch jene öffentlichen Vorträge, welche er nachmals, da ihn Kriegswirren zur Verlegung seines Wohnsitzes nach Nürnberg gezwungen hatten, in dieser Stadt gehalten haben soll, mutmafslich nur der Phantasie des wackern Ramus entsprungen sind, davon haben wir uns schon in § 23 überzeugt.

Als aktiver Lehrer kann nach all diesem Regiomontanus mithin kaum für uns in betracht kommen, dafür aber sichert ihm seine gewaltige Leistung als didaktischer Schriftsteller einen

[1] Ziemlich dürftigen Inhalts, bot das genannte Werkchen doch in einzelnen Punkten, so z. B. hinsichtlich der Erdmessung, etwas mehr Anregung als Sacrobosco, weshalb es im späteren Mittelalter häufig neben jenem zur Einführung in die Astronomie verwendet wurde. Noch 1534 erschien in Nürnberg davon eine lateinische Bearbeitung: Brevis ac perutilis compilatio Alfragani Astronomorum peritissimi, totum id continens, quod ad rudimenta Astronomica est opportunum.

[2] Neben den klassischen Autoren hatte Regiomontan als sehr junger Dozent (1452 war er Bakkalarius, 1457 Magister geworden) 1458 die Optik des Pekkam, 1460 die euklidischen Elemente behandelt (Aschbach, a. a. O., S. 539). Von einer mathematischen Professur konnte, wie wir wissen, damals noch keine Rede sein, und es erledigt sich also von selbst Doppelmayrs irrtümliche und in mehrere andere Werke übergegangene Behauptung (a. a. O., S. 5): »Daselbsten« — in Wien — »wurde ihm bei seiner Ankunfft viele Ehre angethan, und zugleich die Professio Mathematica seines ehemaligen Praeceptoris, des Purbachii, die man inzwischen vacant gelassen, mit Freuden conferiert.«

um so unvergänglicheren Platz in der Geschichte der Pädagogik. Ihm gebührt vor allem der Ruhm, das Auflösen mathematischer Aufgaben zuerst in seiner ganzen Bedeutung erkannt und gewürdigt zu haben. Allerdings hat er nicht im modernen Sinne Aufgabensammlungen geschrieben, die unter den an eine noch weit magerere geistige Kost gewöhnten Studierenden wenig Anklang gefunden haben würden, allein er hat den Sinn für diese geistbildende Beschäftigung geweckt und in seinem Briefwechsel[1] mit drei gleichgesinnten Freunden, mit Magister Christian Roder in Erfurt, mit dem uns schon bekannten Bianchini in Ferrara und mit dem damals in Urbino wohnhaften deutschen Mathematiker Jakob von Speier eine Fülle reichster Anregung nach dieser Seite hin niedergelegt. Da finden wir planimetrische Konstruktionsaufgaben, die noch heute zum eisernen Bestande jedes Beispielbuches gehören; andere Aufgaben dieser Art nahm er in sein gleich nachher zu besprechendes Lehrbuch der Trigonometrie auf. Wenden wir die jetzt allgemein übliche Bezeichnungsweise an, so scheinen namentlich die folgenden drei Probleme Interesse zu bieten: Es soll ein Dreieck verzeichnet werden, wenn resp. gegeben sind:

$$a + b + c = u,\ \alpha, \beta;\ a,\ h_a,\ b : c;\ a - b,\ h_c,\ s_a - s_b.$$

Wenn Regiomontan mit der reinen Geometrie nicht zurechtkommt, so nimmt er zur »Ars rei et census«, d. h. zur Algebra seine Zuflucht und berechnet unbekannte Strecken behufs nachfolgender Konstruktion[2]. Bei der Behandlung der damals schon be-

[1] Theophil v. Murr hat diese Korrespondenz im ersten Bande seiner »Memorabilia bibliothecarum publicarum Norimbergensium et universitatis Altdorfinae« (Nürnberg 1786) veröffentlicht. Auf eine höchst merkwürdige Stelle dieses Briefwechsels finden wir in einer sonst keineswegs inhaltsreichen Abhandlung Mayrs (Über das Studium der Mathematik in Süddeutschland im Verlaufe des XV. Jahrhunderts, Bayrische Annalen für Vaterlandskunde und Litteratur, 3. Jahrgang, I. S. 262) hingewiesen. Roder wird gebeten, seinem Freunde junge Mathematiker namhaft zu machen, welche dieser, wenn sich bei denselben ein hervorragendes Talent zeige, bei sich aufnehmen und unterstützen zu wollen erklärt.

[2] Veranlassung zu belehrenden Wahrnehmungen bietet, wie Chasles (Gesch. d. Geom. S. 619 ff.) näher ausführt, vorzugsweise die zweite der genannten drei Aufgaben. Regiomontan kennt nämlich keine konstruktive Lösung derselben, und damit ist bewiesen, dafs er nicht den geometrischen Ort derjenigen Punkte zu finden wufste, deren Verbindungsstrecken zu zwei gegebenen Punkten ein gleichfalls gegebenes Verhältnis haben; Pappos und Hassan ben Haitham hatten allerdings diese Ortskurve bereits als Kreis erkannt, allein von den zum Beweise jener Eigenschaft notwendigen harmonischen Beziehungen hatte man eben im XV. Jahrhundert gar keine Kenntnis. Bei der Berechnung mufs sich

rühmten Aufgabe[1], welche die Herstellung eines Sehnenvierecks aus seinen vier Seiten verlangt, wendet der stets gewandte Geometer die goniometrischen Funktionen an. Auch ein Maximumproblem begegnet uns einmal, zu dessen Formulierung unseres Erachtens die Praxis des Höhenmessens mit dem geometrischen Quadrat den Anlafs gegeben haben dürfte[2]. Algebraische Übungen kommen auch losgelöst vom geometrischen Substrat vor; die Doppelwurzel einer Gleichung zweiten Grades scheint Regiomontan noch nicht er-

Regiomontan übrigens geirrt haben, denn indem er $a = 20$, $h_a = 5$, $b:c = 5:3$ setzt, findet er für die als Unbekannte angenommene Differenz der Höhensegmente ($s_b - s_c = x$) die Gleichung

20 census plus 2000 aequales 680 rebus, d. h. $x^2 - 34x = -100$.

Da jedoch $s_b = \frac{20 + x}{2}$, $s_c = \frac{20 - x}{2}$ ist, so liefert der pythagoreische Lehrsatz, in Verbindung mit den Bedingungen, die Gleichung:

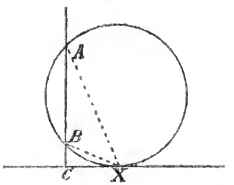
$$\frac{\left(\frac{20 + x}{2}\right)^2 + 25}{\left(\frac{20 - x}{2}\right)^2 + 25} = \frac{25}{9},$$

welche vereinfacht in $x^2 - 85x = -500$ übergeht.

[1] Hundert Jahre später konnte schon der Altdorfer Professor Praetorius in einer schönen Monographie »Problema, quod jubet ex quatuor lineis rectis datis quadrilaterum fieri, quod sit in circulo« (Nürnberg 1598) eine förmliche Geschichte der Lösungsbestrebungen schreiben, in der auch J. Müller seine Stelle findet.

[2] Cantor hat (in der Seite 241 Note 3 zitierten Rezension) zuerst auf dieses Problem aufmerksam gemacht, und Lorsch (Über eine Maximumaufgabe, Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-litter. Abteil., 21. Band. S. 120) teilte eine einfache Lösung derselben mit. Auf einer horizontalen Graden ist in C eine vertikale (Fig. 20) errichtet, auf welch letzterer eine Strecke AB abgegrenzt ist;

Fig. 20.



man soll nun auf ersterer einen Punkt X derart bestimmen, dafs $\sphericalangle$ AXB ein gröfster wird. Vielleicht, so denken wir, stellte Regiomontan die folgende Betrachtung an. Zu jedem Punkt X_1 auf der horizontalen läfst sich im allgemeinen ein zweiter Punkt X_2 so finden, dafs $\sphericalangle AX_1B = \sphericalangle AX_2B$ wird; man braucht dazu nur durch die drei Punkte A, B und X_1 eine Kreislinie zu legen. Nur zwei Punkte auf der horizontalen — von der nur die Eine Richtung in betracht kommt — machen hiervon eine Ausnahme, jener Punkt X und der

kannt zu haben, aber über kubische Gleichungen hatte er ganz richtige Ansichten[1]. Ganz besonderen Reiz scheinen aber auf ihn wie auf seine Korrespondenten Fragen der unbestimmten Analytik ausgeübt zu haben; so schwierig einzelne derselben sind[2], so mufs man aus den darauf bezüglichen Andeutungen doch schliefsen, dafs

Punkt C, für den $\sphericalangle$ ACB ein Minimum, nämlich 0 wird. Damit also X ohne Genossen bleibe, mufs der durch AB und X gelegte Kreis die CX berühren, d. h. es mufs

$$CX = \sqrt{CA \cdot CB}$$

sein. Es wäre nicht undenkbar, dafs in ähnlicher Weise die Eigenschaft der Wurfkurve, für eine Elevation von 45° ein Maximum der Wurfweite zu liefern, erkannt ward, und wirklich kannte z. B. Tartaglia diese Thatsache lange, bevor man durch Galilei die Identität von Wurflinie und Parabel erfahren hatte. — Unter den mancherlei interessanten Bemerkungen, welche Regiomontans Briefwechsel, freilich zumeist nur in sehr aphoristischer Form, für die Geschichte der Mathematik bietet, seien nur noch zwei angeführt. S. 198 heifst es: »Habeo tres angulos rectilineos, quorum est unus 24 partium, quarum quatuor recti sunt 360, alius autem 35 et tercius 46 ex iis constituo angulum solidum pyramidalem. Quero proporcionem anguli conici, qui dicto pyramidali angulo inscribi potest, ad angulum conicum eidem circumscriptibilem.« Es sollen also aus den drei ebenen Winkeln eines Dreikants die Achsenöffnungen des ein- und umbeschriebenen Rotationskegels oder — anders ausgedrückt — aus den drei Seiten eines Kugeldreiecks die Radien des ein- und umbeschriebenen Kreises berechnet werden. Müller scheint im Besitze der bezüglichen Formeln gewesen zu sein. Ferner mag auf S. 202 die nachfolgende statische Aufgabe notiert sein: »In statera sive bilancie ponuntur dua pondera in proporcione horum numerorum. 35. et. 32. Quero quantitatem anguli acuti, quem continet perpendicularis sive alterum brachiorum cum ipso suspensorio.«

[1] In einem Briefe an Bianchini kommt die Stelle vor: »Si dabitis lineam, dabo cordam unius gradus«; der Briefsteller wufste also, dafs die Probleme der Trisektion und der Auflösung einer kubischen Gleichung ($ax^3 - 3ab^2x = b^2c^2 - a^2b^2 - b^4$) sich wechelseitig bedingen.

[2] Folgende zehn Aufgaben werden in dem Briefwechsel gestellt und teilweise gelöst. Es sollen ganzzahlig befriedigt werden die Gleichungssysteme:

I. $x + y + z = 240$; $97x + 56y + 3z = 16047$;

II. $17x + 15 = 13y + 11 = 10z + 3$;

III. $23x + 12 = 17y + 7 = 10z + 3$;

IV. $x + y + z = 116$; $x^2 + y^2 + z^2 = 4624$;

V. $\frac{x}{z} = \frac{x - y}{y - z}$ $(x < y < z,\ x > 500000)$;

VI. $\frac{x^2}{z^2} = \frac{x^2 - y^2}{y^2 - z^2}$;

VII. $x^2 - y^2 = y^2 - z^3$ $(x < y < z,\ x > 20000)$;

VIII. $x^3 - y^2 = y^2 - z^2$; $x + y + z = 214$;

IX. $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = v^2$;

X. $\sum_{i=1}^{i=20} x_i^2 = y^2$ $(y^2 > 300000)$.

die Freunde sich im Besitze wirklicher Lösungen befunden haben müssen[1].

Wenn wir von Regiomontans Lehrbüchern sprechen, so ist der »Algorithmus demonstratus« nach den weiter oben erteilten Aufschlüssen vonvornherein auszuschliefsen. Dagegen ist er es gewesen, der beiden Trigonometrien, der ebenen sowohl wie der sphärischen, eine Form erteilte, an welcher die zwei Jahrhunderte, die bis zu der von Euler durchgeführten innigen Vereinigung von Trigonometrie und Analysis verstrichen, nichts wesentliches zu ändern fanden[2]. Die Tangente als selbständige trigonometrische Funktion war, wie wir oben sahen, von Peurbach noch vermieden und umschrieben worden, Regiomontan vollzog bewufst ihre Einführung in die Wissenschaft und berechnete für sie die durch das Manipulieren mit geometrischem Quadrat und Baculus astronomicus ohnehin gebieterisch geforderten Tabellen[3]. Dafs er die erste zusammenfassende Theorie

Dafs Jacobus Spirensis die neunte Aufgabe richtig gelöst hat, ist durch Regiomontans Antwortschreiben erhärtet.

[1] Cantor, Rezension zu Ziegler, S. 52.

[2] Das Werk »De triangulis omnimodis libri quinque« ward erst 1533 von Schoener zu Nürnberg herausgegeben, allein fertig geworden war es schon im Jahre 1464. Was die Behandlung anlangt, so geht namentlich diejenige der sphärischen Trigonometrie im dritten, vierten und fünften Buche weit über das griechische Vorbild hinaus, so wie wir es bei Ptolemaeus und Menelaus verkörpert sehen. Insbesondere ist hervorzuheben, dafs Regiomontan nicht mehr, wie alle seine Vorgänger, die Raumtrigonometrie als blofse Hilfswissenschaft der Astronomie, sondern als selbständigen Wissenschaftszweig auffafst. Lediglich unter diesem Gesichtspunkt ist es möglich gewesen, Aufgaben wie diejenige, welche die Berechnung der drei Winkel aus den drei Seiten fordert, zu lösen oder Sätze zu beweisen, wie der folgende einer ist: Teilt die Halbierende des Winkels α die Gegenseite a in die beiden Segmente m_b und m_c, so mufs die Proportion bestehen:

$$\sin m_b : \sin m_c = \sin b : \sin c.$$

Denn die rechnende Astronomie kommt wohl niemals in die Lage, sich auf diesen Satz als Lemma zu beziehen. — Angefügt sind dieser Ausgabe vom Herausgeber Schoener einige Aufsätze über Kreisquadratur von Nicolaus Cusanus, Paolo Toscanelli (Paulus, physicus Florentinus) und Müller selbst. Die Prüfung des letzteren wird immer mit Hilfe der Algebra angestellt, und es zeigt sich dabei, dafs sämtliche Vorschläge ziemlich weit von der Wahrheit abweichen. Regiomontan hat auch hier neue Pfade betreten; dafs ihm dieselben etwas dornenvoll erschienen, geht aus den griechischen Worten hervor, mit denen er sein Manuskript beschlofs, und die verdeutscht lauten: »Ende dieser sehr schweren Arbeit«.

[3] Im Drucke sind Peurbachs und Regiomontans Sinustafeln vereint 1541 zu Nürnberg herausgekommen. In dieser Sammlung findet sich die Tangententafel nicht, wohl aber in einer andern, welche 1606 zu Wittenberg erschien. Diese Tabelle führt den Namen »tabula foecunda« und gibt die trigonometrischen

der sternförmigen Vielecke gab, sei nur mehr beiläufig bemerkt[1]. Als ein in seiner beschränkten Art vortreffliches Buch der astronomischen Beobachtungskunst mufs ferner die freilich erst lange nach ihres Verfassers Tode ans Licht getretene Schrift über die Kometen gelten[2]. In ihr verwertet der Autor mit trefflichem Erfolge die Erfahrungen, welche er bei langjährigem Gebrauche des Baculus astronomicus[3] sich

Tangenten der Winkel für alle ganzen Grade. Man bedarf dieser Funktionen hauptsächlich zu dem Zwecke, eine Tafel der »Aszensionaldifferenzen« zu berechnen. Die Aszensionaldifferenz ist gleich dem halben Tagebogen eines Sterns weniger 90^0; bezeichnet man erstern mit s, die Deklination mit d und die Polhöhe mit φ, so ist bekanntlich

$$\text{tang d tang } \varphi = -\cos s = \sin (s - 90^0);$$

die Notwendigkeit, Tangenten einzuführen, liegt also vor Augen.

[1] Vgl. Günther-Sparagna, Lo sviluppo storico della teoria dei poligoni stellati nell' antichità e nel medio evo, Bonc. Bull., Tomo VI. S. 333 ff. Es darf neuerdings als gesichert gelten, dafs der hier gemeinte Anhang zu der Nürnberger Handschrift der Atelhartschen Euklid-Übersetzung nicht dem Atelhart, wie ursprünglich gemutmafst war, sondern dem späteren Besitzer des Manuskripts, dem Regiomontanus, zugeschrieben werden mufs.

[2] Auch diese Schrift ist erst verhältnismäfsig spät bekannt geworden; Schoener publizierte 1531 zu Nürnberg »Joannis de Monte Regio Germani, Viri undecunque doctissimi, de Cometae magnitudine longitudineque ac de loco ejus vero problemata XVI«. Hier sehen wir zuerst den Versuch gemacht, einen Schweifstern, ohne jede Rücksicht auf dessen Besonderheit, wie jeden andern Himmelskörper zu behandeln. Namentlich sucht Regiomontan die Parallaxe und aus ihr die Entfernung des Kometen von der Erde aufzufinden, und da erstere zu klein ausfällt, um gemessen werden zu können, so bleibt nur übrig, jene Distanz als eine sehr grofse und damit den Kometen als einen nicht mehr den aristotelischen Elementarregionen angehörigen Weltkörper gelten zu lassen.

[3] Der Baculus astronomicus, auch »Gradstock« und »Jakobsstab« zubenannt, besteht aus einem Querholze von der Länge 2p, welches auf einem in gleiche Teile von der Länge n geteilten Längsstabe so hinundhergeschoben werden kann, dafs er durch letzteren stets halbiert wird. Hält der Beobachter, welcher den Winkelabstand φ zweier Punkte ermitteln will, den Längsstab (Regula) an die Nasenwurzel und verschiebt alsdann den Querstab (Regulella, Volvella) solange, bis dieser sich gerade mit jener Distanz deckt, so braucht er blofs noch abzulesen, am wievielten (mten) Teilstriche der Transversalstab steht, denn es ist

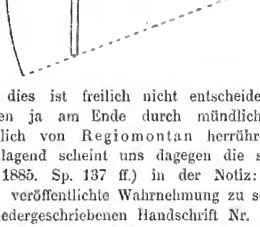
$$\text{tang } \frac{\varphi}{2} = \frac{p}{mn}.$$

Die sorgfältigen Forschungen Breusings (zur Geschichte der Geographie, Zeitschr. d. Gesellsch. f. Erdkunde zu Berlin, 4. Band. S. 97 ff.; Über die Hilfsmittel der Ortsbestimmung zur Zeit der grofsen Entdeckungen, Verhandl. d. III. d. Geographentages, Berlin 1883. S. 174 ff.) schienen es zur Gewifsheit erhoben zu haben, dafs die Ehre auch dieser Erfindung unserm J. Müller gebühre, allein neuerdings sind doch recht schwerwiegende Bedenken gegen diese Annahme in den Vordergrund getreten. So machte Eneström (Questions, Bibliotheca mathematica, 1885. Sp. 48) auf eine von dem schwedischen Bischof Peder Månsson (gest. 1534) im Jahre 1514 zu Rom verfafste Schrift mathematischen

erworben hatte. Die Astrologie, die nun einmal in damaliger Zeit den Rang einer Schulwissenschaft hatte, wurde von Regiomontan zuerst trigonometrisch behandelt[1]. Die Ephemeriden für die Jahre 1475—1506, welche man unserm Helden verdankt, können an dieser Stelle nur kurz Erwähnung finden[2], und auch seine Wirksamkeit als Kalendariograph (s. Seite 249 Note*) berührt uns hier nicht näher, da die bezüglichen Werke sich an ein fachmännisches und nicht an ein lernendes Publikum richten. Das grofsartigste Unternehmen Müllers, die Herausgabe aller bedeutenden mathematischen, physikalischen und geographischen Werke des Altertums und Mittelalters in kritisch gereinigten Texten, gedieh leider nicht über die ersten Anfänge hinaus, da der

Inhalts aufmerksam, worin die Regel de tri, das »Instrumentum Euclidis« — anscheinend das geometrische Quadrat —, und eben der Jakobsstab behandelt werden. Auch die uns bekannte »Margaritha Philosophica«, von welcher es bereits Ausgaben aus dem XV. Jahrhundert geben soll, macht ihre Leser in Lib. VI, Tract. 2 (»Geometrie practice«) mit dem »baculus jacob« in einer primitiveren Form als der bekannt, welche man in unserer Fig. 21

Fig. 21.



vor sich sieht. All dies ist freilich nicht entscheidend, denn Månsson und Reysch konnten ja am Ende durch mündliche Überlieferung zur Kenntnis der angeblich von Regiomontan herrührenden Erfindung gelangt sein. Durchschlagend scheint uns dagegen die schon früher von uns (s. Biblioth. math., 1885. Sp. 137 ff.) in der Notiz: »Die Erfindung des Baculus Geometricus« veröffentlichte Wahrnehmung zu sein, dafs in der nachweislich um 1450 niedergeschriebenen Handschrift Nr. 11067 der Münchener Hof- und Staatsbibliothek ein Instrument dieser Art beschrieben wird. Zum Beweise dafür genügt es, den einleitenden Satz der kleinen Abhandlung hier wiederzugeben: »Ad conficiendum baculum geometricum alias baculum Jacob recipe baculum planatum quadratum deinde accipe aliud lignum ad modum crucis et istud lignum erit volvella in baculo«. Damals diente jedoch das Werkzeug mit Ausschliefslichkeit dem geodätischen Gebrauche; gegen den Sternenhimmel hat dasselbe zweifellos Regiomontanus zuerst gerichtet.

[1] Die »Tabulae directionum«, das Grundbuch der rechnenden Astrologie, gaben Melanchthon und Leovitius 1552 zu Wittenberg heraus.

[2] Die Müllerschen Ephemeriden begleiteten Martin Behaim und Amerigo Vespucci auf deren Entdeckungsreisen und ermöglichten die ersten, freilich noch durchaus nicht durch Schärfe ausgezeichneten Längenbestimmungen (Wolf, a. a. O., S. 98).

Unternehmer schon mit vierzig Jahren den Miasmen des römischen Klimas erlag[1]; wäre dieses Riesenwerk vollendet worden, so hätte die Entwicklung der mathematischen Wissenschaften vielleicht in noch rascherem Tempo sich vollzogen, als es ohnehin geschah.

37

Die jüngere mathematische Schule in Wien.

Nach Peurbachs Tode war, da ja auch Regiomontanus nur eine sehr vorübergehende Lehrthätigkeit entfaltete, im Betrieb unserer Wissenschaft an der Wiener Hochschule eine Unterbrechung eingetreten, die bis zum Schlusse des Jahrhunderts anhielt. Ein halbes Hundert von Magistern behandelte in althergebrachter Weise die in den Kreis der Artistenfakultät einschlagenden Fächer, und es ist gar nicht unwahrscheinlich, dafs darunter mancher tüchtige Mathematiker, mancher von Peurbach und dessen grofsem Schüler herangebildete junge Lehrer sich befand[2], allein davon ist keine Rede, dafs einer derselben die Mathematik zu seinem eigentlichen Lebensberufe sich erwählt hätte. Dagegen beginnt eine glänzende Zeit mit dem Eingreifen Kaiser Maximilians I., des ersten deutschen Regenten, der die Notwendigkeit einer streng beruflichen Vorbildung erkannt und seiner Überzeugung auch den richtigen Ausdruck zu verleihen verstanden hat[3].

* »Es gelang Regiomontan, die Konstruktion des Kalenders zuerst soweit zu vervollkommnen, dafs sie mustergiltig blieb und seither, abgesehen natürlich von viel genauern Daten, nicht erheblich verbessert werden konnte« (Wolf, a. a. O., S. 95).

[1] Eine genaue Wiedergabe der Ankündigung, welche das gelehrte Publikum mit Regiomontans grofsartigem Verlagsunternehmen bekannt machen sollte, findet man bei Doppelmayr (a. a. O., S. 12 ff.). Die Liste umfafst 20 Nummern; als erster und leider auch letzter Bestandteil erschien das astronomische Lehrgedicht des Manilius (s. o. Seite 125, Note 2).

[2] Von einem Magister Paul Leubmann (gest. 1479) wird auffallenderweise berichtet (Aschbach, a. a. O., S. 599), er habe zwar keine mathematischen Vorlesungen gehalten, sein Interesse für diese Wissenschaft aber durch eine heute noch in Wien handschriftlich aufbewahrte Schrift: »De planetis et constellationibus« an den Tag gelegt. Dem Regiomontanschen Kreise scheinen näher gestanden zu haben der spätere Züricher Arzt Schleusinger, der aus der berühmten Klosterdruckerei von Beromünster die wahrscheinlich älteste gedruckte Kometenschrift hervorgehen liefs (Wolf, a. a. O., S. 182), Johannes von Pforzheim, Johannes Dorn, ein geschickter Instrumentenmacher, Christian Molitor, (gest. 1495), Johannes Muntz aus Blaubeuren, (gest. 1503) und Johannes Engel aus Aichach. Vgl. wegen dieser Männer Kästner, Gesch. d. Math., 2. Band. S. 530 ff.

[3] Eine in jeder Hinsicht mustergiltige Darstellung hat die uns in diesem

Nächst Maximilian ist als die treibende Kraft bei den damals inaugurierten Neuerungen Andreas Stöberl aus Öttingen im Ries zu bezeichnen, nicht zu verwechseln mit einem den gleichen Namen tragenden und ebenfalls in der Gelehrtengeschichte jener Zeit mehrfach genannten Olmützer Kanonikus[1]. Derselbe studierte aller Wahrscheinlichkeit nach in Ingolstadt, begleitete seinen Freund Celtes auf mehreren seiner humanistischen Wanderungen und ward mit ihm vom Kaiser 1497 nach Wien gezogen. Beide Männer entfalteten an diesem Orte eine ersprießliche Thätigkeit[2], doch war die-

Paragraphen beschäftigende Periode erfahren in dem Werke Aschbachs: Die Wiener Universität und ihre Humanisten im Zeitalter Kaiser Maximilian I., Wien 1877. Auch Denis schaltet bei seiner bibliographischen Beschreibung des »Usus Almanach seu Ephemeridum« in seinen Denkwürdigkeiten der Garelli-Bibliothek (S. 269 ff.) eine kurze aber lesenswerte Schilderung dieser mathematischen Epoche Wiens ein. Wir besitzen auch noch das Lobgedicht eines gewissen Poppenheuser auf die Wiener Gelehrten, dessen Wortlaut (Aschbach, a. a. O., S. 342), zum teil folgender ist:

»Magnus Joannes Gmundanus, nobilis arte,
Ingenio praestans et pietate gravis.
Carus et Aoniis Purbachius ille Deabus,
Cujus sat laudes dicere nemo queat.
Quique sua patria duxit cognomen Janus (sic! = Joannes)
Fama doctrinae notus ad astra suae.
Clarus Joannes Phorcensis, clarus et alter
Cuperspergensis, lumina magna duo.
Et Stabius nullas non ingeniosus ad artes
Plurima declarant ut monumenta viri.
Praeterea ingenii non dote Stiborii una
Effulgens, Boii gloria magna soli.
Quique suo studio divinae profuit arti
Angelus, eximiae dexteritatis homo.
Et Tannstetterus tantos non ultimus inter,
Quem sua praeclarum scripta fuisse docent.
Tum Vogelinus vir solertissimus atque
Senfthamer studii sedulitate bonus.
Andreasque potens sancta Perlachius arte,
Invida quem nuper fata tulere senem.«

Poppenheuser schöpfte sehr wahrscheinlich aus der besten Quelle seiner Zeit, nämlich aus dem Prooemium, welches Stiborius der von seinem Freunde Tannstätter besorgten Ausgabe der Hauptwerke Peurbachs und Regiomontans vorgesetzt hatte, und welches als eine Lobschrift auf die Wiener mathematische Schule gelten kann. Es ist zu vermuten, dafs die von Nesselmann (a. a. O., S. 8) angeführte, ihm unzugängliche Schrift des Stiborius nichts anderes ist als eben diese Einleitung.

[1] Aschbach, a. a. O., S. 374 ff.

[2] Die Vorlesungen des Celtes scheinen nach Aschbachs Bericht (a. a O., S. 62) namentlich in Einem Punkte einer reformierenden Methodologie die Bahn gebrochen zu haben. In der mathematischen Geographie legte er seinen

jenige des Stöberl, der sich im Sinne des Zeitgeschmacks in Stiborius umgetauft hatte, jedenfalls die nachhaltigere. Um Maximilian bildete sich damals unter dem Namen »Donaubruderschaft« ein gelehrter Kreis, der für Kundige manche Ähnlichkeit mit der Tafelrunde des grofsen Karl (s. o. § 4) aufweisen mag; Geschichte, Mathematik und Musik, namentlich auch theoretische[1], wurden in diesem Hofzirkel lebhaft gepflegt. Celtes und Stiborius waren neben Cuspinian die hervorragendsten Mitglieder des Vereins; der zweitgenannte »versammelte« — nach Aschbach — »zahlreiche Schüler um sich und trug wesentlich dazu bei, den Ruf der Universität Wien in bezug auf die mathematischen Disziplinen in ganz Europa zu verbreiten.« Unter dem Einflusse dieser Männer reifte der Entschlufs des Landesherrn, ein besonders den »neuen« Wissenschaften gewidmetes Institut für Lehre und Lernen zu schaffen: am 31. October 1501 ward Celtes' Entwurf für das neue »Collegium poetarum et mathematicorum« angenommen, und am 4. Februar 1502 fand dessen feierliche Eröffnung statt[2]. Das Kollegium zerfiel in zwei Abteilungen, deren erste die Mathematik und — nach damaligem Zuschnitt — die gesamte Naturwissenschaft umfafste; diese Sektion war der

Schülern einen guten Text des Ptolemaeus vor, übertrug ihn sofort ins Lateinische, interpretierte ihn deutsch und erläuterte die vorgetragenen Sätze an der künstlichen Erd- und Himmelskugel. Gerade der Umstand, dafs letzteres als etwas besonderes hervorgehoben wird, möchte beweisen, dafs man vorher auf dieses wichtige Mittel, den Unterricht zu beleben, verzichtet hatte. Celtes war überhaupt ein Freund von exaktem Wissen, dem zuliebe er ja eigens nach Krakau gegangen war. In seinem interessanten Essay (Konrad Celtis, »der deutsche Erzhumanist«, Hist. Zeitschr., (2) 13. Band. S. 198 ff.) erinnert v. Bezold an ein Gedicht, welches der Odysseus der Humanistenzeit an Georg den Reichen von Bayern richtete, und in welchem viele naturwissenschaftliche Fragen erörtert werden. Zeigt sich der Dichter auch vielfach gröfser im Stellen als im Lösen von Problemen, so bewährt sich doch auch zum öftern seine Sachkunde. Richtig erkennt er z. B. die Analogie zwischen dem Bernstein und dem Erdöl von Tegernsee (Quirinus-Öl), richtig führt er die Gezeiten auf den vereinigten Einflufs von Mond und Sonne zurück, wenn er auch dabei das bekannte Kepler-Goethe'sche Phantasiegebilde von der Atmung des belebten Erdkörpers nicht gänzlich von sich fernzuhalten im stande ist.

[1] Der Studiosus Franz Sforza, designierter Herzog von Mailand, hatte von dort seinen Musiklehrer Simon van der Eicke mit an die deutsche Universität gebracht, und dieser verfafste in der anregenden Umgebung sein berühmtes musiktheoretisches Werk: »Opusculum Musices de Gregoriana et figuratione atque contrapuncto simplici tractatus per Simonem Brabantinum de Quercu, Cantorem Ducum Mediolanensium.« S. Aschbach, a. a. O., S. 81.

[2] Aschbach, a. a. O., S. 65 ff. Die Stiftungsurkunde des Kollegiums kann man ebendort (S. 439 ff.) abgedruckt lesen. Was die für uns Neuere etwas befremdlich klingende Vereinigung von Dichtern und Mathematikern in der näm-

Leitung des kaiserlichen Hofmathematikers Johannes Stabius unterstellt, während Celtes das ganze dirigierte. Stabius war allerdings ein für seine Zeit sehr tüchtiger und insbesondere auch ein in allen Sätteln gerechter Gelehrter[1], allein da er die Verpflichtung hatte, den Kaiser auf dessen häufigen Reisen und Kriegszügen zu begleiten, so entbehrte die mathematische Abteilung nur allzu häufig ihres Vorstandes und sah sich hierdurch in ihrem Wirken beeinträchtigt. Auch konnte das Kollegium als solches zu der Universität, mit welcher es in organischen Zusammenhang zu bringen man versäumt hatte, keine

lichen Anstalt betrifft, so ist zu bemerken, dafs diese Zusammenstellung ganz und gar der Denkweise des Zeitalters der Renaissance entspricht. Poeten, d. h. zugleich auch Altertumskundige und Linguisten, waren ebenso wie die Vertreter der exakten Wissenschaft zwei Kategorien von Gelehrten, welche in bewufstem Gegensatze gegen die scholastische Richtung standen. Die »Mathematiker« betrieben mit Eifer das rein philologische Geschäft des Verbesserns und Kommentierens alter Texte, und die »Dichter« waren mehr lateinische Verskünstler als etwa schöpferische Geister im Sinne der Neuzeit.

[1] Stabius stammte aus Steyr (sein Geburtsjahr ist unbekannt) und starb am 1. Januar 1522 zu Graz. Ehe er nach Wien kam, hatte er bereits in Ingolstadt gelehrt (s. den nächsten Paragraph). Seine Schriften sind grofsenteils philosophischer oder historischer Natur; einige andere von mathematischem Inhalt nahm Tannstätter in seine Ausgabe der »Finsternistafeln« von Peurbach auf. Tüchtige Leistungen an sich, geben sie doch kaum dem Historiker Spiegel (Aschbach, a. a. O., S. 363 ff.) Recht, wenn er den Autor »magni saeculo nostro nominis mathematicus« nennt. Das Zeitalter bewunderte an ihm seine Findigkeit und Fertigkeit in der Verfertigung von mathematischen Instrumenten. So gab er u. a. eine Monduhr an (»modus faciendi horologium lunae ad quamque elevationem et superficiem in lineis helicis«). Zu einiger Berühmtheit gelangte die Sonnenuhr, welche er im Jahre 1502 auf Betreiben seines Freundes, des Nürnberger Pfarrherrn Werner, am Chor der St. Lorenz-Kirche dortselbst verzeichnete. Dieselbe ermöglichte mit Hilfe eines geistvoll ausgedachten Hyperbelnsystems die graphische Bestimmung der sogenannten »grofsen« aus der »kleinen«, d. h. der wahren (astronomischen) Sonnenzeit; in der Reichsstadt Nürnberg herrschte nämlich bis ins XIX. Jahrhundert herein die auf alte orientalische Überlieferung zurückweisende Sitte, stets die Zeit von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang in zwölf gleiche Teile zu teilen, so dafs diese »Stunden« in den verschiedenen Jahreszeiten natürlich auch eine verschiedene Länge hatten. Vom Zahne der Zeit arg benagt, ist Stabs Kunstwerk in jüngster Zeit unter der technischen Leitung des Schreibers dieser Zeilen und unter der künstlerischen von Prof. Wanderer in Nürnberg restauriert worden. — Die originellste Leistung des Stabius ist jedenfalls die Erfindung einer neuen Landkartenprojektion, der ältesten bekannten, welcher der Charakter der Äquivalenz oder Flächentreue beiwohnt (Steinhauser, Stabius Redivivus, eine Reliquie aus dem XVI. Jahrhundert, Zeitschr. f. wissensch. Geogr., 5. Jahrgang. S. 314 ff.) Da die erste Beschreibung dieser Abbildungsmethode in dem kleinen »Libellus Joannis Verneri Nurenbergensis de quatuor aliis planis orbis terrarum descriptionibus« enthalten ist, so hielt man zuerst Werner für den Erfinder; offenbar aber hatte dieser die bezügliche Nachricht von dem, wie wir schon wissen, ihm nahe be-

rechte Stellung gewinnen, und es blieb mithin auch der von ihm seitens seines Stifters erhoffte Nutzen einigermafsen hinter den Erwartungen zurück. Umso besser bewährte sich eine zweite Gründung Maximilians, die ziemlich gleichzeitig sich vollzog, nämlich diejenige zweier ordentlicher und ständiger Lehrstühle der Mathematik und Astronomie, für deren jeden die zwar nicht eben grofse, nach den damaligen Verhältnissen aber immerhin auskömmliche Besoldungssumme von fünfzig Gulden ausgesetzt war[1]. Ganz wie in Krakau (s. o.), war auch in Wien durch die Begründung und Dotierung dieser Professuren in keiner Weise der Lehrthätigkeit der Magister ein Riegel vorgeschoben. Dieselben teilten nach wie vor die Fächer unter sich aus, und dafs manche tüchtige Kraft unter ihnen auch Zuhörer zu werben wufste, haben wir keinen Grund zu bezweifeln[2]; allein mit der Zeit mufste sich doch das

befreundeten Stab erhalten, der selbst vielleicht wieder durch eine 1511 von Bernhard de Sylva veröffentlichte herzförmige Karte des Erdganzen zu seinem Versuche angeregt worden sein mag (D'Avezac, Coup d'oeil historique sur la projection des cartes de géographie, Bull. de la soc. de géogr., (6) vol. V. S. 302 ff.). Praktisch angewandt ist Stabs Manier nur selten worden, und dann ausschliefslich für die Nordhalbkugel, da die südlichen Länder, wenn auch dem Konstruktionsprinzip gemäfs inhaltsgleiche Stücke der Kugelfläche diese ihre Eigenschaft in der Kopie niemals verlieren, doch allzustarke Verzerrungen erleiden würden.

[1] Aschbach, a. a. O., S. 87 ff.

[2] Ein solcher lesender Magister war Joachim v. Watt (Vadianus) aus St. Gallen, bezüglich dessen näheres bei Aschbach (a. a. O., S. 392 ff.) und bei Geilfufs (Joachim von Watt, genannt Vadianus, als geographischer Schriftsteller, Winterthur 1865) zu erfahren ist. Derselbe las an der Wiener Universität über die Sphäre, scheint aber damals schon sich nicht ausschliefsend an den trockenen Sacrobosco gehalten, sondern daneben zugleich die geographische Seite betont zu haben. An diese Periode seiner Wirksamkeit erinnert die »Epitome trium terrae partium cum commentario Jo. Hofleis in Procli Sphaeram.« Vadian beteiligte sich im Vereine mit Jacob Ziegler eifrig bei der Herstellung einer zum Unterrichte brauchbaren Ausgabe des zweiten Buchs von Plinius' Naturgeschichte (Denis, Wiens Buchdruckergesch., S. 139) und lieferte später einen verdienstlichen Text von den »De orbis situ libri tres« des Pomponius Mela. Eine etwas sonderbare Hypothese vertritt Vadian in einem Sendschreiben an Rudolf Agricola (s. d. Verf. Lehrbuch der Geophysik, 1. Band, München 1864. S. 142 ff.), woselbst er der Erde eine gröfsere Ausdehnung in der Ostwestrichtung als in der Nordsüdrichtung zuschreibt. Ein Schüler Vadians war Valentin Tschudi, später Pfarrer in Glarus und in der schweizerischen Reformationsgeschichte oft genannt (Wolf, Biogr. z. Kulturgesch. d. Schweiz, 1. Cyklus, S. 3). — Jener Agricola war ebenfalls ein Glied des Wiener Humanistenbundes, er gab 1515 das uns aus § 36 bekannte arithmetische Lehrbuch Peurbachs mit einigen einführenden Distichen heraus (Denis, a. a. O., S. 123).

natürliche Übergewicht der staatlich berufenen Lehrer geltend machen, und in der That sehen wir jenes unzünftige Dozententum sich mehr und mehr in bescheidene Grenzen zurückziehen.

Die beiden ersten Verwalter der mathematischen Doppelkathedra waren Stiborius und Rosinus. Der erstere ist uns bereits bekannt[1]; Rosinus (eigentlich Stephan Rösel aus Augsburg) hatte sich in Krakau die wissenschaftlichen Sporen verdient und hatte 1501 als Krakauer Magister der Artes seine Zulassung an der Wiener Hochschule erwirkt[2]. Bald nachher war er vom Kaiser zum Ersatzmann für die Leitung der mathematischen Sektion des neuen Kollegiums an Stelle des häufig behinderten Stabius ausersehen worden, allein er zog es vor, 1503 die eine der beiden neuen Professuren zu übernehmen, denn in diesem Jahre erscheint er im Matrikelbuche als »Mag. Stephanus Rosinus lector in Mathematica regie Majestatis«. Da er erst nach 1583 verstarb, so hat er sein Lehramt wohl ziemlich lange bekleidet; dafs er auch litterarisch nicht unthätig war, beweisen ein von ihm nachgelassener Fixsternkatalog und eine deutsche Praktik.

Stiborius scheint sich von der innegehabten Stellung ziemlich früh zurückgezogen zu haben, denn seit 1503 erblicken wir in dieser seinen vertrauten Freund Georg Tannstätter oder Collimitius[3], wohl den geistig bedeutendsten Vertreter der jüngeren Wiener mathematischen Schule. Geboren um 1482, war derselbe in Ingolstadt zum Magister promoviert worden und nahm in dem schon genannten Jahre den an ihn aus Wien ergangenen Ruf an. Viele Jahre hindurch war seine Lehrthätigkeit eine ebenso vielseitige als gesegnete; nachmals jedoch wurde er derselben durch eine sich immer ernster gestaltende Beschäftigung mit der Medizin entfremdet. Unter dem Namen Tannstätter von Thannau geadelt, war er von da an als Leibarzt unausgesetzt in der Umgebung des Kaisers, wie denn auch in seinen Armen Maximilian 1519 im Schlosse zu Wels verschied. Rühmlich gedenken seiner verschiedene Gelehrte, wie Grammateus,

[1] Die Schriften Stöberls zählt Weidler (a. a. O., S. 133) auf. Wir nennen davon einen »Libellus de variis horologiis sphaericis« und einen »Libellus de variis compascis«.

[2] Aschbach, a. a. O., S. 348 ff.

[3] Ibid. S. 270 ff. Tannstätter war aus Rain am Lech gebürtig; der Ursprung seines lateinischen Beinamens ist auf diese Stadt zurückzuführen, indem »Rain« in mehreren süddeutschen Dialekten einen Grenzpfad zwischen benachbarten Grundstücken bedeutet.

Ursinius Velius, Voegelin, Vadian, Camers[1] und sein Schüler Perlacher in seinen »Ephemeriden«[2]. Tannstätters Werke wurden 1536 zu Strafsburg herausgegeben, allein diese angebliche Gesamtausgabe verdient ihren Namen nicht. Angeführt sei die Ausgabe der »Sphaera« des Proclus Diadochus (Wien 1510), welcher der Herausgeber nicht nur den Kommentar des Linacer, sondern auch eine selbständige Abhandlung »De ortu et occasu siderum« beifügte, ferner die vereinte Ausgabe von Sacroboscos Sphaere und Peurbachs Theorik, welche 1518 erschien und namentlich in formeller Hinsicht einen Fortschritt angebahnt zu haben scheint[3]. Eine Sammlung bekannter Lehrbücher der reinen Mathematik, die auch von Tannstätter besorgt ward, hat bereits Seite 182 Note 1 ihre Besprechung gefunden; ebenso gedachten wir der Sammlung astronomischer Tafeln mit der lokalgeschichtlichen Vorrede des Stiborius bei früherer Gelgenheit. Der Astrologie stand Collimitius schon in seiner Eigenschaft als medizinischer Fachmann nicht ferne; man hat von ihm ein »Artificium de applicatione Astrologiae ad Medicinam et de ratione dierum criticorum«, aber auch eine ganz vernünftige Trostschrift für die vielen, die durch Stöfflers Prophezeiung einer neuen Sintflut (s. u.) in Schrecken gesetzt worden waren[4]. Auch in der Geschichte der kalendarischen Reformbestrebungen wird des

[1] Die Bemerkungen des Camers über Tannstätter sind nach Denis (a. a. O., S. 233) in einer zu gunsten des Solinus gegen Vadian geschriebenen Schrift enthalten. Camers ist geneigt, jenem unter den Mathematikern der Gegenwart den Preis zuzuerkennen. Als geistiger Mittelpunkt begegnet uns auch Tannstätter in der alle Wiener Mathematiker zu geistigem Schaffen zusammenfassenden »Sodalitas Collimitiana« (Aschbach, a. a. O., S. 79 ff.).

[2] Andreas Perlacher hielt von 1515 an durch längere Zeit mathematische Vorlesungen und gab 1517 einen Almanach für das Jahr 1518 heraus (Aschbach, a. a. O., S. 339 ff.; Denis, a. a. O., S. 172). Unter seiner Leitung bildete sich Voegelin heran, und gewifs würde er auf seinem Gebiete noch mehr geleistet haben, hätte nicht auch er später, der leidigen Sitte gemäfs, die Mathematik mit der Heilkunde vertauscht.

[3] Der Herausgeber, in dem allerdings nur mit Wahrscheinlichkeit, nicht mit völliger Gewifsheit Tannstätter zu erkennen ist, sagt (Denis, a. a. O., S. 183) in der Einleitung: »Figurae item summa diligentia suis ubique locis appositae, ex quibus perfacile sensus utrobique intelligi potest«. Das Werkchen bildete die Grundlage einer über das ganze Gebiet der Astronomie sich erstreckenden Vorlesung.

[4] Libellus consolatorius, in quo opinionem jamdudum animis hominum ex quorundam astrologorum divinatione insidentem de futuro diluvio et multis aliis horrendis periculis 1524 anni a fundamentis exstirpare conatur Georgius Collimitius, Wien 1523.

Collimitius ehrende Erwähnung gethan[1]. Das aber, was wir Tannstätter besonders hoch anrechnen, ist die durch ihn bewirkte Einführung eines ganz neuen Faches, der physikalischen Geographie, in den Kreis der akademischen Lehrgegenstände[2]. Gelesen hat derselbe wohl über alle überhaupt zulässigen Disziplinen; urkundlich bezeugt ist von ihm u. a. ein im Jahre 1511 gehaltenes Kolleg über die Planetentheorik Peurbachs.

Tannstätters Nachfolger[3] war Johannes Voegelin aus Heilbronn (vgl. Kap. II. Seite 58), der aus Augsburg zunächst an die Stephansschule berufen worden war, sich in dieser Stellung durch Herausgabe eines recht schätzbaren Auszugs aus dem Euklid (»Elementale geometricum ex Euclidis geometria«) Ansehen erworben hatte und Ende 1528 die erledigte Mathematikprofessur der Universität erlangte[4]. Seine Lehrbestallung (ausgestellt von den Kura-

[1] In Note 1 Seite 188 ward diese Vorgeschichte des Gregorianischen Kalenders an der Hand der gleichnamigen Monographie Kaltenbrunners bis zum Ende des XV. Jahrhunderts verfolgt. Nachdem Regiomontan in Rom gestorben war, ohne über seine Auffassung des Reformwerks, wegen dessen ihn eben Sixtus IV. dorthin berufen hatte, das geringste öffentlich haben verlauten zu lassen, ruhte die Angelegenheit vorerst, bis Kaiser Maximilian durch seine Anordnung, dafs die Hochschulen Wien, Tübingen und Loewen um Gutachten angegangen werden sollten, wieder einiges Leben erweckte (Kaltenbrunner, a. a. O., S. 88 ff.). Tübingen betraute seinen Mathematikus Stoeffler mit dieser Aufgabe, Loewen liefs sich durch den Utrechter Propst Albertus Pighius vertreten, der aber durch seine Anempfehlung der zyklischen Berechnungsweise wieder auf einen bereits längst überwundenen Standpunkt zurückkehrte, und Wien führte seine beiden Autoritäten Collimitius und Stiborius ins Treffen. Beide begegneten sich mit dem Tübinger Kommissär in dem Wunsche, dafs der neunzehnjährige Zyklus aus dem Kalender gänzlich entfernt werden und dafs für den an seine Stelle tretenden astronomischen Kalkul der Meridian von Rom mafsgebend sein solle.

[2] »Nicht unerwähnt ist zu lassen«, sagt Aschbach (a. a. O., S. 277), »dafs Tannstetter, durch seine Beschäftigung mit Albertus Magnus und seine Beachtung klimatischer Verhältnisse in bezug auf die menschliche Gesundheit veranlafst, der physikalischen Geographie seine Studien zuwandte. Als für jene Zeit wohl auch wirklich bestes litterarisches Hilfsmittel zur Betreibung solcher Studien galt ihm das Werk des grofsen Albert »De natura locorum« (s. o. Seite 152), und er liefs es daher mit erläuternden Noten aufs neue abdrucken (Denis, Denkw. d. gar. Bibl., S. 271). Auch zu Zieglers Plinius-Ausgabe liefert er Scholien aus dem Bereich der mathematischen und physischen Erdkunde (Aschbach, a. a. O., S. 404); mehreres hierher gehörige soll sich noch auf den Wiener Bibliotheken vorfinden.

[3] Nach Denis (a. a. O., S. 268 ff.) hatte Tannstätter, als ihm seine neuen Pflichten häufige Unterbrechung seiner Vorlesungen auferlegten, den Voegelin zu seinem Substituten gemacht; er versah den Posten also schon länger aushilfsweise, ehe er etatsmäfsiger Lehrer wurde.

[4] Kink, a. a. O., S. 266. Zahlreiche Nachdrucke sprechen für die päda-

toren der Hochschule unterm 11. Dezember genannten Jahres) bezeichnet ihn als Lehrer »Astronomie, theoretice et apotelesmatice, nec non Geographie«, und zwar schrieb ihm seine Instruktion in erster Linie ein Pflichtkolleg über die Sphärik des Theodosius vor[1]. Neben ihm hat wahrscheinlich Rosinus (s. o.) mehr die reine Mathematik in Vorlesungen gepflegt. Voegelin war der letzte unter den kaiserlichen Professoren, die der Hochschule durch wissenschaftliche und didaktische Regsamkeit zur Zierde gereichten, denn seit seinem Tode ging es mit der Blüte der altberühmten Universität reifsend abwärts. Von einer dritten mathematischen Schule Wiens kann kaum mehr vor Beginn des XIX. Jahrhunderts die Rede sein. —

Nachdem wir die Wiener Lehrer und auch einen Teil der durch ihre Initiative entstandenen litterarischen Leistungen kennen gelernt haben, übrigt uns noch, einen Blick auf den inneren Betrieb des mathematisch-naturwissenschaftlichen Studiums zu werfen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, dafs derselbe ein weit intensiverer geworden war als in früheren Zeiten[2]. Methode und Ausdehnung des Unterrichts waren im wesentlichen die uns bereits bekannten, allein mehrfach fing man doch schon an, die engen Grenzen, welche Tradition und Bequemlichkeit gezogen hatten, zu überschreiten. Für Arithmetik und Rechnen bedient man sich nicht mehr ausschliefslich der alten Kompendien von Sacrobosco und Peurbach, wiewohl dieselben noch keineswegs von der Tagesordnung abgesetzt sind[3];

gogische Brauchbarkeit von Voegelins geometrischem Lehrbüchlein, welches somit der Absicht des Verfassers, es solle »ad omnium mathematices candidatorum utilitatem« dienen, Genüge geleistet hat.

[1] Denis, a. a. O., S. 284 ff. Um seiner Hauptaufgabe zu genügen, trat Voegelin 1529 mit dem folgenden Werke hervor: Theodosii de Sphaericis Libri tres, a Joanne Voegelin Haylpronnensi, Astronomie in Viennensi Gymnasio ordinario Professore, Civilisque Collegii collega, restituti et Scholiis non improbandis illustrati. Das »bürgerliche Kollegium« ist eben die Stadtschule zu St. Stephan, und es belehrt uns so obiger Buchtikel darüber, dafs Voegelin beide Lehrstellen, die städtische und die akademisch-kaiserliche, in jenem Jahre noch neben einander bekleidete.

[2] So wird von Kink bezeugt (a. a. O., S. 297), dafs nach der Reform in den ersten Jahren des XVI. Jahrhunderts die Mathematik auch in die üblichen Repetitionen einbezogen wurde, welche die Vorsteher der Bursen mit ihren Zöglingen abhielten. Arithmetischer, geometrischer und auch astronomischer Unterricht erscheint da ganz plötzlich in diesen Studentenhäusern.

[3] Im Jahre 1517 noch erschien (Denis, Wiens Buchdruckergesch., S. 161) eine Neuauflage Sacroboscos: Algorismus magistri Johannis de sacro busto ex vetustissimis computantium exemplaribus collectus et castigatus, adjun-

sehr beliebt war auch bei den Studierenden der »Algorismus linealis« des Heinrich Stromer, der infolge dessen rasch nacheinander dreimal (1512, 1514, 1520) zu Wien aufgelegt wurde[1]. Einen Bruch mit der alten abazistischen Auffassung des Rechnens bedeutet jedoch erst das Erscheinen der Werke des Heinrich Schreiber oder Grammateus aus Erfurt, den man doch auch als einen Angehörigen der zweiten Mathematikerschule Wiens betrachten mufs[2]. Grammateus wirft die Rechnungsoperationen des Duplierens und Mediorens kurzer Hand über Bord, definiert die Multiplikation korrekt als wiederholte Addition ganz in der seitdem in alle Lehrbücher über-

cta quoque est opusculi calce perutilis ingenuosa ac summe necessaria Linealis seu projectilium practica. Kurz vorher hatte ein gewisser Johannes Cusanus (Denis, a. a. O. S. 117) gleichfalls einen »Algorithmus projectilium de integris« herausgegeben.

[1] Denis, a. a. O., S. 78; Aschbach, a. a. O., S. 89. Vgl. hiezu des Verf. Abhandlung: »Der »Algorismus linealis« des Heinrich Stromer (in den Denkschriften d. k. böhm. Gesellsch. d. Wissensch., 1880). Es ward dort eine möglichst vollständige Biographie des Autors zu entwerfen gesucht; derselbe entstammte dem oberpfälzischen Städtchen Auerbach, nach welchem er auch mitunter benannt wurde, so dafs z. B. ein Gebäudekomplex zu Leipzig heute noch den Namen des Auerbachs-Hofes (darunter der berühmte Keller) führt. Stromer war dazumal Professor der Medizin in Leipzig, von wo er später als Leibarzt an den kurfürstlichen Hof zu Mainz berufen wurde; mit Erasmus und Luther stand er in lebhaftem Verkehr und bekannte sich frühzeitig zur Reformation des letztern. Capito nennt in einem Briefe an Luther den Stromer »hominem pium tuoque nomini deditissimum« (K. u. W. Krafft, Briefe und Dokumente etc., S. 37). Der Inhalt von Stromers Anleitung zur Rechenkunst weicht von demjenigen anderer Lehrbücher aus derselben Zeit so wenig ab, dafs auch für ihn die allgemeinen Erörterungen des nächsten Kapitels zutreffen.

[2] Die Jugendjahre Schreibers sind in Dunkel gehüllt; was wir sicheres über ihn wissen, beschränkt sich auf die spärlichen Notizen bei Denis (a. a. O., S. 181 ff.). Hiernach hatte jener in Krakau studiert und auch dort seine Erstlingsschrift (Algorismus proportionum una cum monochordi generis Dyatonici compositione, 1514) zustande gebracht; von da siedelte er nach Wien über, ward 1518 Prokurator der sächsischen Nation und verfafste gleich im nämlichen Jahre seine Visierkunst (Libellus de compositione regularum pro vasorum mensuratione). Die Pestgefahr vertrieb ihn von Wien, eine zeitlang verweilte er in Nürnberg, wo er sein gleich nachher zu besprechendes astronomisches Werkchen ausarbeitete, und kehrte sodann in seine Vaterstadt zurück, wo er seinen, durch Eobanus Hessus mit einem Prooemium gezierten »Algorismus in integris et fractis« (ohne Druckort, 1523) erscheinen liefs. Diesen Angaben gemäfs sind diejenigen zu berichtigen, welche man in Gerhardts »Gesch. d. Math. in Deutschland« (S. 36) antrifft. — Der Titel des neuen Rechenbuchs ist lang, aber in dieser seiner ungefügen Gestalt so belehrend für die Kenntnis des Zeitgeschmacks, dafs wir ihn hier in extenso folgen lassen: Ayn new künstlich Buech, welches gar gewifs und behend lernet nach der gemainen regel Detre, welschen practic, regeln falsi und etlichen regeln Cosse mancherlay schöne und zuwifsen

gegangenen Weise und behandelt neben der gleichfalls nicht vernachlässigten instrumentalen Arithmetik die Spezies auch ganz im Sinne der fortgeschrittensten Algorithmiker. Aber er thut noch mehr, indem er auch von der Rechenkunst zur Algebra übergeht und wenigstens die Grundregeln dieser damals in Deutschland noch wenig bekannten Wissenschaft herleitet. Diese Thatsache nötigt uns jedoch, etwas weiter auszuholen.

Neuere Untersuchungen Gerhardts (Zur Gesch. d. Algebra in Deutschland, S. 143 ff.) zwingen uns zu der Annahme, dafs die Algebra schon ziemlich frühzeitig in den Kreisen der Wiener Mathematiker des maximilianischen Zeitalters bekannt gewesen sein mufs. Gerhardt fand in Wien ein Manuskript des XV. Säkulums auf, welches sich früher nachweislich im Privatbesitze des Stiborius befunden hatte, und welches ebenso nachweislich von den späteren Wiener Schriftstellern über »Cofs« tüchtig ausgebeutet worden ist. Dieser Fundamentalkodex der Algebra erhebt sich schon weit über jenes Niveau, auf welchem sich Regiomontan, der »Algorithmus demonstratus« und das im § 22 erwähnte Manuskript von St. Emmeram bewegen; hier treten zuerst die Rechnungszeichen (+) und (—) auf, welche man früher erst bei Stifel nachweisen zu können geglaubt hatte, hier begegnen wir zuerst klarer Einsicht in das Wesen der negativen Zahl[1]. Auch für das Wurzelzeichen ist ein eigenes Symbol im Gebrauche[2]. Da wir im übernächsten Paragraphen

notürfftig rechnung auff kauffmanschaft. Auch nach den proportion der kunst des gesanngs jm diatonischen geschlecht aufs zutaylen monochordum, orgelpfeyffen und ander jnstrument aufs der erfindung Pythagore. Weytter ist hierjnnen begriffen buechhalten durch das zornal (sic!), Kaps, und schuldbuech, Visier zu machen durch den Quadrat und triangel mit vil andern lustigen stücken der Geometrey. Gemacht auff der löblichen hoen schul zu Wienn in Osterreich durch Henricum Grammateum, oder schreyber von Erffurdt der sieben freyen künsten Maister. Charakteristisch für den weitreichenden Einflufs der Wiener Bildungsbestrebungen ist es, dafs diese Schrift keinem Akademiker, sondern dem bürgerlichen Ratsherrn Tzscherte gewidmet ist, den das Mathematikerverzeichnis des Stiborius allerdings als einen in Wissenschaft und Kunst gleich wohlbewanderten Mann preist. Schreibers Buch erlebte zahlreiche Nachdrucke; Villicus kennt sogar einen solchen aus sehr später Zeit, den 1572 die bekannte Frankfurter Verlagsfirma Egenolff veranstaltete (Das Zahlenwesen der Völker im Altertume und die Entwickelung des Zifferrechnens, Wien 1880. S. 33).

[1] »Si fuerit $\left(\begin{matrix}+ \text{ et } - \\ - \text{ et } +\end{matrix}\right)$ simpliciter subtrahatur minor numerus a majori et residuo sua adscribatur nota.«

[2] Jener Punkt, dessen sich indische und arabische Mathematiker statt des

ohnehin eine kurze Entwicklungsgeschichte der Algebra zu geben haben, so enthalten wir uns vorläufig weiteren sachlichen Eingehens und konstatieren nur wiederholt, dafs diese Handschrift sowohl auf Grammateus einen bedeutenden Einflufs ausgeübt hat, als auch auf einen andern Mathematiker, der ebenfalls in Wien einen schwerwiegenden Beitrag zur Förderung der jungen Disziplin geliefert hat.

Dies ist Christoph Rudolf von Jauer, der Verfasser der ersten Algebra in deutscher Sprache, der aber aufser diesem bedeutenden Werke auch zwei recht wackere Rechenbücher verfafste[1]. Von den Lebensumständen des Mannes weifs man fast nichts, und nur das ist sicher, dafs er durch Grammateus, der allem Anscheine nach privatissime gereiftere Schüler in das Verständnis der neuen Kunst einführte, mit den Anfangsgründen der Algebra bekannt geworden war[2]. Daraus, dafs er sich nur als Liebhaber der freien Künste in seinem Dedikationsschreiben einführt, schliefst Gerhardt wohl mit Recht, dafs Rudolf niemals die eigentliche Dozentenlaufbahn betrat; hätten doch auch in diesem Falle die Universitätshistoriker Kink und Aschbach seiner erwähnen müssen. Jedenfalls — und das mufs an dieser Stelle besonders betont werden — war damals, als Rudolf seine Algebra schrieb, die Universitätsbibliothek bereits in der Lage, ihm zahlreiche und brauchbare Hilfsmittel für seine Zwecke zur Verfügung zu stellen[3]. —

modernen Abteilungsstriches beim Quadratwurzelausziehen bedienten, ist in der Wiener Handschrift zum Wurzelzeichen selbst geworden.

[1] Von den Rechenbüchern Rudolfs (erschienen 1526 und 1529, also streng genommen nicht mehr von dem Rahmen dieses Buches umschlossen) gibt Gerhardt (Gesch. d. Math.. S. 38 ff.) eine gute Übersicht. Besonders erwähnenswert ist der Gebrauch des Wortes »Million« und des Dezimalstrichs (»Virgel«), sowie die praktische Anordnung des Stoffs im »Exempelbüchlin«. Gerhardt sagt deshalb von Rudolf (a. a. O., S. 41): »Er verwandte besondern Fleifs auf die methodische Behandlung des Gegenstandes, die wissenschaftlichen Grundlagen für die Rechnungsregeln zu schaffen und als gewandter Rechner überall auf die Rechnungsvorteile aufmerksam zu machen. Er verliefs die bisherige Weise, lediglich solche Beispiele zu wählen, die den Vorkommnissen des Lebens entsprachen; er gab auch solche ‚zu erhebung des verstandts'. Die Einrichtung der Rechenbücher ist wesentlich dieselbe geblieben, wie Rudolf das seinige angelegt hatte.«

[2] Auf der vierletzten Seite seines Lehrbuchs der Algebra äufsert sich Rudolf über seinen Bildungsgang: »Ich hab von meister Heinrichen, so grammateus genannt, der Cofs anfengklichen bericht emphangen. Sag ihm darumb danck. Was ich weyters, über empfangnen bericht, durch embsigen vleifs zu gemeynem nutz, geschaffen, wil ich im (als meinem preceptor) zu indiciren heimgesetzt haben«. — S. auch Pringsheim in Bibl. Math. 1886, IV.

[3] Anno 1571 liefs Michael Stifel zu Königsberg i. Pr. eine neue und

Die Geometrie anlangend, bewegte sich der akademische Unterricht jedenfalls in den alterprobten Gleisen, wie sie durch Euklid, Bradwardin und Oresme vorgezeichnet waren. Als astronomische Lehrmittel waren Proclus und Sacrobosco, Peurbach und Regiomontan dauernd im Gebrauche. Dafs über gnomonische und praktisch-geometrische Dinge in Wien andauernd Privatkollegien gelesen wurden, halten wir für sehr wahrscheinlich, obschon wir einen überzeugenden Beweis dafür zu erbringen nicht in der Lage sind. Unsere Ansicht findet neben andern in dem schon mehrfach zitierten cod. lat. Mon. Nr. 11067 eine gute Begründung, denn die darin enthaltene systematische und geordnete Behandlung solcher Fragen[1]

vermehrte Auflage von Rudolfs Cofs erscheinen. In der Vorrede erzählt der Herausgeber, er habe einmal auf Rudolf »gräulich fluchen« hören, weil derselbe nicht auch die Beweise seiner Regeln mitgeteilt und zudem seine sämtlichen Beispiele »aus der Liberey zu Wien« gestohlen habe. Stifel bemerkt treffend, dazu seien eben öffentliche Büchersammlungen da, um den Schriftstellern Material für neue Werke zu liefern; jedenfalls mufs also die Wiener Universitätsbibliothek einem Algebristen genügendes Material dargeboten haben.

[1] Der bezügliche Inhalt des Kodex, beginnend mit Spalte 176, II, wird nachstehend kurz analysiert.

I. Canon pro horologiis in plano vel in pariete. An schön gezeichneten Figuren wird gezeigt, wie man Sonnenuhren auf Wänden zu verzeichnen habe, die mit der Mittagslinie einen beliebigen Winkel bilden.

II. Canones de compositione equatorii. Tabelle der Bestimmungsstücke für die Deferenz- und Beikreise aller Planeten.

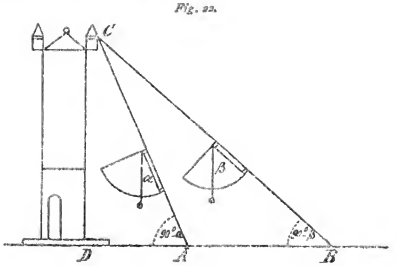
III. Compositio quadrantis et de ejus utilitatibus. Der Quadrant mit Bleilot dient in gleich nachher zu erörternder Weise zu astronomischen und geodätischen Winkelmessungen.

IV. Compositio spere. Ein Räderwerk zur Nachahmung der himmlischen Bewegungen.

V. Tractatus de compositione chilindri. Sonnenuhr auf einer Walze.

VI. Arismetrica de arte mensurandi altitudines et profunditates et latitudines seu longitudines. Um z. B. die Höhe CD = h

Fig. 22.



mufs den Eindruck erwecken, dafs der Verfasser dieser zusammenhängenden Aufsätze den darin verarbeiteten Stoff in einem regelrechten Unterricht zugeführt erhalten haben mufs. Der Kodex entstand um 1450, wo also schon für einen Mathematiker in Wien etwas zu holen war; wie viel besser mufste es fünfzig und sechzig Jahre später aussehen! Auch der Komputus fand eifrige Pflege von seiten der astronomischen Lehrer[1]; nicht minder gehörte, wie früher, so auch jetzt die Astrologie zu den vorgeschriebenen Themen[2]. Ist doch jene »apotelesmatische Astronomie«, deren Vortrag in dem Bestallungsbriefe des Voegelin (s. o.) diesem zur Pflicht gemacht wird, nichts anderes als eben die Kunst, in den Sternen zu lesen. Einen erfreulichen Aufschwung nahm auch, wie die neu auftauchenden Vorlesebücher ausweisen, der höhere naturwissenschaftliche Unterricht unter dem Einflusse der jüngeren mathematischen Schule. Für die Meteorologie bediente man sich eines umfänglichen Kompilations-

zu bestimmen, mifst man in einer durch den Fufspunkt D gehenden Horizontalen zuerst die Strecke AB = c und dann in deren Endpunkten die Elevationswinkel CAD = $\alpha_1 = 90^0 - \alpha$ und CBD = $\beta_1 = 90^0 - \beta$. Es ist

$$h = \frac{c \sin \alpha_1 \sin \beta_1}{\sin (\alpha_1 - \beta_1)} = \frac{c \cos \alpha \cos \beta}{\sin (\beta - \alpha)}.$$

VII. Compositio scale alchimetra (?). Geometrisches Quadrat mit eingezeichnetem konzentrischem Kreisquadranten. Die Winkel werden graphisch resp. durch ihre Tangenten und Kotangenten bestimmt. Das Quadrat wird in der geometrischen Praxis, so z. B. zur Auffindung der Breite eines Flusses, verwandt; andererseits wird dieselbe Aufgabe auch mit Hilfe eines Spiegels gelöst, ganz so, wie es Köbel in seiner »Geometrey« befürwortet (Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band. S. 657).

VIII. De baculo geometrico. Von dieser Pièce ward in § 36 das nötige gesagt.

IX. De arte visoria. Beschreibung einer Visierrute. Das damals und noch lange nachher übliche Verfahren, durch eine Art graphischen Kalkuls den Inhalt eines Hohlraums zu ermitteln, wird gründlich gelehrt in der »Stereometria« des Mithobius (Frankfurt a. M. 1544).

[1] Speziell zu Vorlesungszwecken erschien 1508 in Wien ein Nachdruck eines neun Jahre vorher zu Leipzig erstmalig ans Licht getretenen Handbuchs der Kalenderrechnung unter dem Titel (Denis, a. a. O., S. 20): Computus novus et ecclesiasticus tocius fere astronomie fundamentum pulcherrimum continens, admodum utilis clerico, cum figuris denique textum lucide declarantibus. Beigegeben sind Tabellen, darunter solche zur Bestimmung des Sonnenaufgangs. Wie der Titel ausweist, wurden komputistische Vorlesungen besonders auch für die angehenden Theologen gehalten.

[2] Ein Wiener Litteraturprodukt dieser Gattung ist Grünpecks »Prognostikon«. Das Mathematikerverzeichnis kennt zwei Männer des Namens Joseph Grünpeck, beide Mathematiker und Ärzte; welcher von ihnen obige Schrift schrieb, mufs unentschieden bleiben.

werkes des Kardinals Pierre d'Ailly[1], wozu noch Pontans »Meteororum liber« hinzutrat, nach Denis[2] »merkwürdig über die Verbindung der Sachkenntnis und des Ausdrucks«. Dazu kam noch das kleine Schulbuch des Bartholomäus Arnoldi aus Usingen[3], dessen rein didaktische Bestimmung schon durch die Titelworte gekennzeichnet wird.

Nicht minder günstig erwies sich der Wiener Boden für das Gedeihen der wissenschaftlichen Erdkunde. So ziemlich alle die uns bereits bekannten Mathematiker, vorab Celtes und Vadian, waren nebenher Geographen, aber auch Vertreter anderer Fächer beteiligten sich an dem Wettstreite, so z. B. der gelehrte Cuspinian durch eine Ausgabe der »Periegesis« des Dionysius[4]. Seit 1497 lebte in Wien der Minorit Johannes Ricutius aus Camerino, gewöhnlich Camers genannt[5], und durch die Anwesenheit dieses thätigen Mannes, mag auch sein Verhältnis zur Universität ein wenig in die Augen fallendes gewesen sein, konnte die Geographie nur gewinnen. Sowohl als Herausgeber des Solinus wie auch als dessen Verteidiger gegen Vadian (s. o.) genofs er die Achtung seiner Zeit. Für diese Solinus-Ausgabe ward eine Erdkarte von einem jungen Manne aus Sachsen gezeichnet, der sich nachher einen Weltruf erwerben und zugleich durch seine eigenen Thaten von dem Ruhme der Wiener Schule zeugen sollte; die genannte Karte Peter Apians hielt sich an ein in Wien bereits vorhandenes Vorbild, auf welchem zuerst der Vorschlag des Hylacomilus, die neue Welt als »Amerika« zu bezeichnen, kartographisch realisiert war[6]. Neben Vadian, Grammateus und Rudolf stellt sich somit als vierter im Bunde derer, die in Wien sich für eigene wissenschaftliche Leistungen vorgebildet haben, der berühmte Apian, dessen Thätigkeit sowohl für die Arithmetik als auch für die kometarische Astronomie unvergäng-

[1] Petri de Aliaco Tractatus super libros Meteororum de impressionibus aeris, ac de iis, quae in prima, secunda atque tertia regionibus aeris fiunt, sicut sunt sydera cadentia, stellae, cometae, pluvia, ros, pruina, grando, ventus, terrae motus, deque generatis infra terram, Wien 1509.

[2] Denis, a. a. O., S. 167.

[3] Ibid, S. 27. Die Aufschrift ist: Parvulus Philosophiae naturalis; Juvenilibus Ingeniis Physicen desiderantibus necessarius, Wien 1510.

[4] Denis, a. a. O., S. 19.

[5] Kink, a. a. O., S. 206 ff.

[6] Die einzelnen Phasen in der Aufnahme des Namens Amerika bei den zeitgenössischen Geographen verzeichnet sehr sorgfältig Ruge (Gesch. d. Zeitalters d. Entdeckungen, S. 338 ff.).

liche Früchte gebracht hat[1]. Aus Wien brachte auch Grammateus die Verbesserungen des Planisphärs mit, welche er demnächst in einem zu Nürnberg gedruckten Schriftchen auseinandersetzte[2], und welche wesentlich darauf hinausliefen, die erwähnte stereographische Abbildung des Himmels ohne Rücksicht auf eine bestimmte Polhöhe zur manuellen und deskriptiven Lösung sphärisch-astronomischer und geographischer Aufgaben geschickt zu machen.

38

Begründung mathematischer Lehrstühle an den übrigen deutschen Hochschulen.

Nächst Wien ist es Ingolstadt, das jetzt unsere Blicke auf sich zieht, die zweite Donau-Universität und in jeder Hinsicht ein getreues, wenn schon verkleinertes Abbild der berühmten älteren Schwester. Wir sahen oben in § 33, dafs während des ganzen fünfzehnten Jahrhunderts der mathematische Unterricht dortselbst sich in den altgewohnten Bahnen bewegte, doch kann er immerhin nicht ganz schlecht gewesen sein, weil tüchtige Leute, wie Stab, Stiborius, Collimitius und, wie wir gleich nachher sehen werden, auch Stoeffler in Ingolstadt ihre Vorbildun ggenossen hatten. Jedenfalls ist auch Stab der erste eigentliche Lehrer der Mathematik alldort gewesen. Es vollzog sich hier der Übergang zur besseren Einrichtung in der Weise, dafs plötzlich im Jahre 1498 neben den andern lesenden Magistern ein »Astronomus« erscheint, der 32 fl. Gehalt bezieht. Ob zuerst Stabius diese Stelle bekleidete, mufs dahingestellt bleiben; jedenfalls that er dies in den Jahren 1501 und 1503, und es folgten ihm in seiner Stellung mehrere andere Universitätsangehörige, deren Beziehungen zur Universität allerdings ziemlich unsichere gewesen zu sein scheinen[3]. Die Vorlesungsgegenstände hatten noch keinen grofsen Umfang, denn der Bibliothekskatalog aus dem Anfange des XVI. Jahrhunderts führt von mathematischen Schriften nur Euklid, Ptolemaeus, Sacrobosco und »Practica Astronomiae« (Astrologie)

[1] Vgl. hiezu des Verf. Monographie: Peter und Philipp Apian, zwei deutsche Mathematiker und Kartographen, Prag 1882.

[2] Vgl. hierzu des Verf. Abhandlung: Die Kosmographie des Heinrich Schreiber von Erfurt, Zeitschr. f. wissensch. Geogr., 2. Jahrgang, S. 49 ff.

[3] Prantl, Gesch. d. Ludwig-Maximiliansuniversität, 1. Band. S. 107. Auf Stabius folgte Rud, auf diesen ein gewisser Ostermair, und nach dessen Tod hielt 1513 bis 1519 Johannes Würzburger mathematische Vorlesungen, die den Akten zufolge hauptsächlich in die Ferien fielen. Der Durchschnitts-

auf[1]. Der Übergangszustand, welchen wir schildern, erreichte sein Ende erst durch einen Rezefs Herzogs Wilhelms IV. vom Jahre 1518, welcher sechs Kollegiaturen für das »alte« Kollegium stiftete und darauf Bedacht nahm, dafs einer dieser neuen Beamten für eine regelrechte Vertretung der Mathematik sorgen sollte[2]. Jetzt kam es also nunmehr nur noch darauf an, den geeigneten Mann zu finden. Mehrere Jahre lang fand sich ein solcher nicht; Veltmiller, der 1524 mit der üblichen Besoldung von 16 fl. und mit der Verpflichtung, an Vakanztagen zu lesen, angenommen wurde, ging später zur medizinischen Fakultät über. Aber im gleichen Jahre begannen bereits die Verhandlungen mit Peter Apian, die denn auch die erfreuliche Folge hatten, dafs dieser rastlose Forscher drei Jahre später endgiltig an die Hochschule berufen wurde[3]. Schon der ganz ungewöhnliche Soldbezug von 100 fl., den ihm Senat und Herzog gewährten, beweist zwar einerseits, dafs man von der Tüchtigkeit des Berufenen die richtige hohe Vorstellung hatte, andererseits aber auch, dafs nunmehr in der Wertschätzung des ganzes Lehrfachs eine andere Auffassung Platz gegriffen hatte. Mit einigem Stolze nennt sich Apian, bezüglich dessen hier auf die S. 264, N. 1 angeführte Spezialschrift verwiesen werden mufs, auf den Titelblättern einiger seiner Bücher »der Astronomei an der hohen Schul zu Ingolstadt Ordinarius«; mit dieser Titulatur ist ein neues und rationelleres System an den deutschen Hochschulen begonnen. Wir sahen oben, dafs ziemlich zur gleichen Zeit auch Voegelin sich ordentlichen Professor des Wiener Gymnasiums nennt, und in einer gleichfalls synchronen Eingabe an die württembergische Regierung unterzeichnet sich der erste Tübinger Vertreter des Faches: »Maister Hanns Stoeffler ordinarius uff der

gehalt dieser Dozenten belief sich auf 16 fl. Geprüfte Magister brauchten dieselben nicht zu sein, dafür aber durften sie auch in den Fakultätssitzungen erst zuletzt stimmen — dafs man sie zuzog, erhellt aus den Verhandlungen über die Statutenänderung von 1507, an denen sich Ostermair beteiligte (a. a. O., S. 105) — und durften ferner ohne Genehmigung des Senats keine Horoskope stellen. Mit Einem Worte: es gab schon besondere Lehrer der Mathematik, aber es waren dies akademische Lehrer zweiter Klasse.

[1] Prantl, a. a. O., S. 140.

[2] Prantl, a. a. O., 2. Band, S. 154. »Verner sollen zu der fünften und sechsten collegiaturen angenomen und uns obgemelter massen presentirt werden zween geschickte magistri, dieselbigen sollen alle gewondlich und ordinari lefstag einer in mathematica, der ander in oratoria oder dergleichen künsten, es sey in lateinischer oder kriechischer sprach lesen«.

[3] Prantl, a. a. O. 1. Band, S. 209 ff.

wirdigen Hohenschul zu Tuwingen«[1]. Man darf es mithin aussprechen: Das dritte Jahrzehnt des XVI. Jahrhunderts ist es, in welchem Ordinarien für Mathematik an den deutschen Hochschulen nicht nur bestellt werden — das geschah zum Teile schon früher —, sondern sich auch als solche im Gegensatze zu andern akademischen Lehrern zu fühlen anfangen. —

Minder entschieden als in Ingolstadt vollzieht sich die nicht mehr abzuweisende Neuerung in Basel, umso entschiedener und bestimmter dagegen in Tübingen. Bis 1520 scheinen an ersterem Orte untergeordnete Magister den laufenden Unterricht in Arithmetik, Geometrie und Astronomie schlecht und recht nach bekannten Mustern besorgt zu haben[2], da ein in der Stadt lebender und an der Universität thätiger Gelehrter, der sich sehr wohl zum Vertreter des Faches geeignet hätte, dasselbe damals nur erst litterarisch gefördert zu haben scheint. Heinrich Loriti aus Mollis, nach seiner Glarner Heimat gewöhnlich Glareanus zubenannt, lebte seit 1514 in Basel und hatte hier ein Institut für Lernende begründet, das jedoch der Universität als solcher nicht eigentlich eingegliedert war, vielmehr von den auf ihr Lehrmonopol eifersüchtigen artistischen Professoren mit ziemlich scheelem Auge angesehen wurde[3]. Er vertauschte nachher seinen Baseler Aufenthalt mit einem solchen in Paris, da er die Ehre hatte, französischer Staatspensionär zu sein, kehrte aber doch 1522 wieder nach Basel zurück, um teils sein Schüleralumnat wieder in Gang zu bringen, teils auch Vorlesungen an der Universität zu halten. Den allerdings nicht ganz zuverlässigen »Athenae Rauricae« von 1578 zufolge las er über Poesie, Mathematik und Geographie und bekleidete auch im Jahre 1526 die Würde des philosophischen Dekans. Unzufriedenheit mit der mehr und mehr Boden gewinnenden kirchlichen Reformation bewog Glarean, 1529 in das benachbarte, aber zäh am alten Glauben festhaltende Freiburg i. B. überzusiedeln, und erst hier entfaltete er eine ausgiebigere Thätigkeit als mathematischer Lehrer[4]. In Basel selbst war dies auch freilich

[1] Moll, Johannes Stoeffler von Justingen, S. 59.

[2] Vischer, a. a. O., S. 180 ff.

[3] Diese, sowie mehrere andere hier eingestreute Nachrichten über Glarean sind der Biographie entnommen, welche R. Wolf in seinem schon mehrfach erwähnten Werke (1. Zyklus, S. 1 ff.) gegeben hat.

[4] Erst von dem Jahre der Übersiedlung Glareans an spielt auch die Universität Freiburg, welche uns bisher noch gar keinen Anlafs zur Nennung ihres Namens bot, eine gewisse Rolle. Noch in Basel hatte jener ein musikalisches Werkchen und seinen »De geographia liber unus« (Basel 1527) vollendet, in

minder notwendig gewesen, denn mit dem Jahre 1520 war alldort auch die didaktische Reform zum Siege gelangt; der von Glarean privatim herangebildete Wolfgang Wyfsenburger erhielt damals den bestimmten Lehrauftrag, »in margarita physica et in mathematica« zu lesen, und wiewohl der Genannte weniger als Mathematiker denn als Geograph bezeichnet werden mufs, so war doch nunmehr das Eis gebrochen, und die Reihe der ständigen öffentlichen Professoren der Mathematik an der Baseler Hochschule ist von da ab eine ununterbrochene[1]. —

Die Fundation des ersten mathematischen Ordinariats an der Universität Tübingen fällt in das Jahr 1510, nachdem, wie wir oben in § 33 erfuhren, die Gemüter durch Paul Scriptoris für eine solche Neuerung trefflich vorbereitet worden waren. Johannes Stoeffler hatte bisher auf seiner Landpfarre ein gelehrtes Stillleben

Freiburg schlossen sich hieran die Schrift »De ponderibus et mensuris« (Basel 1550) und das arithmetische Lehrbuch »De VI Arithmeticae practicae speciebus« (Freiburg 1539, 1543, 1550, 1551), letzteres auch hie und da unter andern Titeln aufgeführt. Vgl. hiezu auch: Schreiber, Heinrich Loriti Glareanus, seine Freunde und seine Zeit, Freiburg 1837. Sein didaktisch bedeutendstes Werk war jedenfalls die obengenannte Geographie, von welcher Wolf (a. a. O., S. 8 ff.) nachstehendes zu berichten weifs: »Es werden in demselben die geometrischen und astronomischen Prinzipien der mathematischen Geographie klar und bündig vorgetragen, die Einteilung der Erde in Zonen, die Bestimmung der geographischen Lage, die Tageslänge unter verschiedenen Polhöhen u. s. w. abgehandelt, die Europa, Afrika und Asien bildenden Länder, nebst den wichtigsten Flüssen, Städten u. s. w. kurz aufgeführt, endlich zum Schlusse die neuen Entdeckungen durch Columbus und Amerigo Vesputius erwähnt«. Auch eine Abänderung der zenitalen Projektion findet sich hier vor, wegen deren Loritis Name noch heute in den Lehrbüchern der Kartenentwurfslehre eine Stelle zu finden pflegt. Wegen Glareans Bildungsgang am Niederrhein ist nachzusehen in der häufig zitierten Schrift von K. und W. Krafft (Briefe und Dokumente etc., S. 191).

[1] Die Reihenfolge der Baseler Mathematikprofessoren ist nach Wolf (Biographien, 2. Zyklus, S. 35 ff.) im Laufe des XVI. Säkulums diese: Morfius, Picellius, Ardisaeus, Acronius, Wursteisen (Urstisius), Roff. Letzterer bethätigte sich als selbstdenkender geometrischer Schriftsteller (Quaestiones geometricae in Euclidis et P. Rami Stoicheiosin, Frankfurt 1600), während Acronius und Wursteisen, einer der frühesten Anhänger der coppernicanischen Weltordnung, sich mehr mit Astronomie beschäftigten. Aber auch von ihnen abgesehen gab es in Basel viele tüchtige Mathematiker, so Grynaeus, der den Euklid und den Almagest sowie — erstmalig — den Kommentar des Proklos herausgab, Sebastian Münster, den Wolf (a. a. O., S. 11) den »Vater der ausgedehnten Sonnenuhren-Litteratur im XVI. und XVII. Jahrhundert« nennt, und Schreckenfuchs, der als Freiburger Professor häufig in der nahen Metropole des Buchdrucks verweilte, wo seine sämtlichen astronomischen Schriften (7 an der Zahl) verlegt wurden.

geführt und auch bereits sein achtundfünfzigstes Lebensjahr erreicht[1], als der Wunsch seines Landesherrn seinem Leben eine andere Richtung gab[2]. Das Salarium Stoefflers war ziemlich dasselbe — vergleichsweise hohe —, welches Apian in Ingolstadt erhielt, nämlich 90 fl.[3] an Geld und freie Wohnung im »Contubernium.« Mit unglaublicher Energie widmete sich der Greis seinen neuen Pflichten; selbst mit siebzig Jahren und auch zugleich mit den Rektoratsgeschäften belastet, las er, wie ein Lektionskatalog von 1522 darthut, noch täglich[4]. Neun Jahre später führte eine der damals zahlreichen

[1] Für Stoefflers Lebensgeschichte mufs als beste Quelle jene Gratulationsschrift von Moll gelten, auf welche wir uns schon öfter zu berufen hatten; seine astronomischen Arbeiten finden auch Besprechung, nicht aber immer die richtige Würdigung bei Delambre (Histoire de l'astronomie du moyen âge, Paris 1819. S. 373 ff. S. 572 ff.) Einem altadeligen Geschlechte entsprossen, welchem vermutlich ein Herrenhof in der Stadt Blaubeuren bei Ulm zu eigen war, erhielt Stoeffler (geb. 10. Dezember 1452) in der dortigen Klosterschule seine erste Bildung, auf die aber auch der bekannte Ulmer Astrolog Muntz nicht ohne Einflufs gewesen zu sein scheint. Der junge Stoeffler war unter den ersten an der soeben begründeten Universität Ingolstadt immatrikulierten Studenten; später noch sagt er in seinem Kalender: »Ingolstadt, ein herrlich Hochschul, die etwan in den fryen Künsten mein süsse Mutter gewest ist«. Um 1477 ward er als Geistlicher an das Familienpatronat in Justingen berufen (Moll, a. a. O., S. 16), wo er 33 Jahre verweilte und seine ersten Arbeiten lieferte. Sein Ruf verbreitete sich weit und verschaffte ihm manchen Besuch bedeutender Männer. So verfertigte er um 1499 einen Globus für den Bischof v. Dalberg in Worms, der ein grofser Freund der exakten Wissenschaften war und nach Erhard (a. a. O., S. 469) selbst eine Abhandlung »De numerorum arcanis mysteriis« hinterlassen haben soll; um diesen Globus zu sehen, kamen Scriptoris und Pellicanus aus Tübingen herbei, und eine ähnliche Veranlassung führte sogar 1507 den wifsbegierigen Kaiser Maximilian in das stille Dorf Justingen. Die Mehrzahl von Stoefflers Druckschriften ist hingegen akademischen Ursprungs.

[2] Moll, a. a. O., S. 16. In einem Briefe aus dieser Zeit schreibt Stoeffler: »Herzog Ulrich von Wirttemberg hat wöllen, dafs ich meine Pfarrei verlassen und hier ordinari Mathematica lesen soll«.

[3] Moll, a. a. O., S. 55 ff. Die Hochschule hatte als solche an Stoeffler nichts auszubezahlen, wohl aber übernahm der Herzog die Bürgschaft, dafs ihm die Pfarrei bezüge gewahrt bleiben sollten. Eine »Verschreibung Herzog Ulrich's von Württemberg gegen Hans Stoefflern, Mathematico zu Tübingen, wegen 90 fl., welche sich dieser auf der Pfarr zu Justingen vorbehalten, d. d. Montag nach Misericord. 1511« ist noch vorhanden, allein dieselbe konnte nicht verhindern, dafs Stoeffler, nachdem sein Bürge durch den schwäbischen Bund zur Flucht gezwungen war, seine Einkünfte nicht mehr regelmäfsig erhielt und vielfach in Not geriet.

[4] Die bezügliche Stelle in der Tübinger Ankündigung hat den Wortlaut: »Über das haben wir, damit den freyen Künsten nichts entging und die jungen Schüler desto stattlicher den Künsten obliegen möchten, den gepreisten und er-

Epidemien eine vorübergehende Verlegung der Hochschule nach Blaubeuren herbei, und hier, in seiner Geburtsstadt, ward Stoeffler am 16. Februar 1531 von der Seuche dahingerafft. Alle anderen über seine Todesart umlaufenden Angaben beruhen auf Erfindung. Stoefflers Vorlesungen über Euklid, Sphaera materialis und Elemente der Mathematik waren für alle Adspiranten des artistischen Magistergrades obligatorisch, aber auch abgesehen davon sorgte sein vortrefflicher Vortrag für reichlichen Zulauf[1]. Von seinen Schriften sind neun astronomische[2] und eine geometrische[3] durch den Druck verbreitet

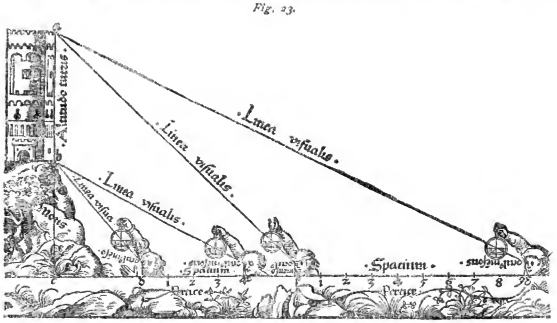
fahrenen Meister Johannem Stoeffler Justingensem in Mathematica täglich zu gebührlicher Zeit zu lesen angeordnet«.

[1] In Münsters »Cosmographia universalis« sowie in der deutschen Ausgabe dieser »Kosmographei« wird Stoefflers rühmend Erwähnung gethan, und auf Seite 1016 des letztern Werkes zeigt ein Holzschnitt denselben im Hörsaal vor seinen Schülern.

[2] Die von Moll (a. a. O., S. 21 ff.) namhaft gemachten astronomischen Werke sind in chronologischer Reihe die folgenden: I. Almanach, von Stoeffler selbst und von seinem Ulmer Freunde Pflaum bearbeitet, 1499 in Ulm, 1504, 1506 und 1513 (durch Peter Liechtenstein) in Venedig gedruckt; II. Tabulae Astronomicae (Tübingen 1500 und 1514); III. Elucidatio fabricae ususque Astrolabii (Oppenheim 1513 und 1524, Paris 1533 und 1564, Köln 1591 und (?) 1594); IV. Calendarium magnum Romanum (Oppenheim 1518 und — in deutscher Sprache — 1522); V. Expurgatio adversus divinationem (Tübingen 1523); VI. Commentarius in Procli Sphaeram (Tübingen 1534); Cosmographiae aliquot descriptiones (ediert von Dryander, Marburg 1534). Stoefflers kalendarische Arbeiten wurden weiter oben (in Note 1, Seite 256) berührt.

[3] Von der geometrischen oder richtiger geodätischen Schrift Stoefflers liegt uns die Ausgabe vor, welche durch die Mühwaltung des Ratsherrn Philipp Weifs zu Frankfurt a. M. daselbst 1536 bei Egenolph herauskam. Es ist dies ein in seiner Klarheit und Bestimmtheit mustergiltiger, mit vielen und guten Holzschnitten ausgestatteter Lehrbegriff der geometrischen Praxis mit besonderer

Fig. 23.



worden, während ein Kommentar zu den zwei ersten Büchern der ptolemäischen Geographie und eine Erläuterung des Almanach noch handschriftlich — jene in Tübingen, diese in München — vorhanden sind[1]. Dafs Stoeffler in astrologischen Dingen ein rechtes Kind seiner Zeit war und bei seinen astrometeorologischen Spekulationen auch einmal arg über die Schnur hieb, ist bekannt[2]. Von Stoefflers Schülern, unter denen auch Münster und Schoener sich befanden, haben zwei einen bedeutenden Ruf erlangt, Melanchthon, der mit gröfster Pietät von seinem Lehrer spricht[3], und Rheticus, der Freund und Lieblingsjünger des Coppernicus[4]. Wenn auch nach 1531 noch die Mathematik an der Tübinger Universität stets eine gesicherte Stätte gefunden hat, so ist dies in erster Linie der von Stoeffler ausgegangenen Anregung zu danken, welche seinen würdigen Nachfolgern, einem Philipp Apian, Mästlin, Schickard u. s. w., ihr Wirken wesentlich erleichterte. —

Betonung der Kunst, Distanzen, die der direkten Messung nicht zugänglich sind mit Hilfe des Astrolabiums zu bestimmen. Die Richtung der Alhidade liefert stets die gemeinsame Hypotenuse zweier ähnlicher rechtwinkliger Dreiecke, aus denen sich die unbekannte Strecke durch eine einfache Proportionsrechnung ergibt. Unsere Fig. 23, treue Nachbildung einer Stoefflerschen Originalfigur, wird das — völlig an die in Note 1, S. 261 beschriebene Methode der Höhenmessung erinnernde — Verfahren ausreichend erläutern. Tangente und Kotangente erscheinen noch in ihrer alten Bezeichnung als »Umbra recta« und »Umbra versa«.

[1] Das Tübinger Manuskript führt nach Heyd (Melanchthon und Tübingen, 1512—1518, Tübingen 1839. S. 63 ff.) die Aufschrift: Commentarii Stoeffleri in Geographiae Ptolemaei libros II priores usque ad caput de magna Germania. Man hat es da zweifellos mit dem Texte eines Vorlesungsheftes zu thun. Stoeffler that offenbar alles, um den Stoff reizvoll für seine Hörer auszugestalten, er zog vielfach Reisebeschreibungen, so z. B. diejenige des Vespucci, herbei und gab u. a. ein vollständiges Itinerar einer Romreise. Diese Stoefflersche Handschrift ist die einzige unter vielen, welche dem grofsen Universitätsbrande von 1534 nicht zum Opfer fiel.

[2] Vgl. oben bei Tannstätter und Moll, a. a. O., S. 31 ff.

[3] Melanchthon besuchte (s. Heyd, a. a. O., S. 61 ff.) drei Jahre lang die Vorlesungen, welche der berühmte Lehrer über reine Mathematik, Astronomie, mathematische und physikalische Geographie hielt, und glaubte sich auf Grund dieser seiner Erfahrungen berechtigt, Stoeffler mit Reuchlin und Albertus Magnus in die erste Reihe der schwäbischen Gelehrten zu stellen. »Agit rem eam«, sagt er einmal, »publicis scholis quotidie Joannes Stoefflerus Philosophus, autoritate, fide, literisque Mathematum venerabilis«. Interessant ist Melanchthons Jugenderinnerung (Heyd, a. a. O., S. 37 ff.), welcher zufolge um 1515 noch immer die astronomischen Dichter des Altertums als eine gute Grundlage für die Einführung in die Sternkunde galten. Kurrer und Stoeffler übersetzten gemeinsam zu Lehrzwecken den Aratos aus dem griechischen ins lateinische.

[4] Georg Joachim von Lauchen aus Feldkirch in Vorarlberg (damals Rhätien genannt, woher auch der gelehrte Beiname) betrieb Mathematik zuerst

Wenig nur ist von Heidelberg, Erfurt und Leipzig zu erzählen. In Heidelberg scheint vor dem Auftreten des Micyllus (1533) und des Xylander, der in den fünfziger Jahren, zunächst allerdings als Lektor der griechischen Sprache, dort angestellt wurde[1], kein besonderer Sinn für unsere Wissenschaft geherrscht zu haben, doch hatte immerhin Melanchthon, wie aus seiner »Responsio ad Colonienses« hervorgeht[2], daselbst den Grund zu seinen wahrlich nicht unbeträchtlichen mathematischen Kenntnissen gelegt. Die — damals noch einzige — thüringische Hochschule ging bereits ihrem Niedergang entgegen; auch scheinen die sie beherrschenden Humanisten in ein feindliches Verhältnis zu der frisch aufblühenden und konkurrenzfähigen Wissenschaft getreten zu sein[3]. Für Leipzig brachte die Studienordnung Herzog Georgs des Bärtigen nach Drobisch[4] die Anfänge einer durchgreifenden Änderung, und zwar zu Beginn des XVI. Jahrhunderts. Der Herzog nahm nämlich zwölf Magister in Sold, um über ebensoviele Gegenstände unentgeltlich zu lesen, und in diesen Anstellungen war offenbar der Keim der späteren Nominalprofessuren enthalten. In unser Gebiet fallen von den zwölf Pflichtkollegien diejenigen über »Sphera materialis«, »Arithmetica generalis«, »Musice Muris« und »Mathematica«; was sich unter dieser generellen Bezeichnung verbarg, ob Geometrie oder Astrologie, das wird wohl niemals aufgeklärt

in seiner Vaterstadt, sodann bei Myconius in Zürich (s. o. Note 2, Seite 137) und zuletzt bei seinem Landsmann Johannes Volmar in Wittenberg, hielt sich dazwischen aber auch zu seiner Ausbildung bei Schoener in Nürnberg und bei Stoeffler in Tübingen auf (Hipler, die Chorographie des Joachim Rheticus, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 21. Band, hist.-litter. Abteil., S. 125 ff.). Stoeffler mufs damals allerdings schon hochbetagt gewesen sein, denn Rheticus ward erst 1514 geboren, doch waren vierzehn- bis fünfzehnjährige Studenten in jener Zeit so wenig eine Rarität als dreifsig- und selbst vierzigjährige.

[1] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 348 ff.

[2] Heyd, a. a. O., S. 52 ff.

[3] Wir schliefsen dies aus einer freilich nicht näher belegten Äufserung Gerhardts (Gesch. d. Math. in Deutschland, S. 137): »Eine wirklich bemerkenswerthe Thatsache, dafs die Koryphäen der deutschen Mathematiker des XV. Jahrhunderts den philologischen Studien in Deutschland die Bahn eröffnen. Aber schon nach Verlauf eines halben Jahrhunderts widerrathen die Humanisten an der Universität Erfurt die Anstellung von Docenten der Mathematik«. Ist dem wirklich so gewesen, so läge darin allerdings eine triftige Bestätigung der Behauptung Voigts (Die Wiederbelebung des klassischen Alterthums oder das erste Jahrhundert des Humanismus, 2. Band, Berlin 1881, S. 491), dafs die Frührenaissance den exakten Wissenschaften weiter nichts als einige Übersetzungen gebracht habe, einer Behauptung, die uns in ihrer Allgemeinheit doch über das Ziel hinauszuschiefsen scheint, zumal wenn wir die oben geschilderten Wiener Verhältnisse dagegen halten.

[4] Drobisch, a. a. O., S. 77 ff.

werden. Dafs diese Magister — oder wenigstens einzelne von ihnen — auch bereits den Rang und Titel als »Professor der Mathematik« in Anspruch nehmen konnten, sagt Drobisch nicht ausdrücklich, doch ist es durch anderweites Zeugnis sichergestellt[1]. —

Von den Universitäten des nördlichen und östlichen Deutschlands können nur Rostock und Wittenberg unsere Aufmerksamkeit in höherem Mafse auf sich ziehen. Greifswald und Frankfurt a. O. (gegründet 1506) erhoben sich niemals über die tiefste Mittelmäfsigkeit, solange die von uns allein in betracht zu ziehende Periode dauert, Königsberg dagegen ist ebenso, wie die mitteldeutschen Hochschulen Marburg und Jena, erst eine Gründung der späteren Reformationszeit. Auch Breslau konnte damals noch keinerlei ernstere Bedeutung beanspruchen, doch macht sich wenigstens bei seiner Stiftung der Geist einer neuen Zeit bemerklich[2]. —

Der Rostocker Lektionskatalog von 1520 verrät bereits das Vorhandensein einer gewissen mathematischen Studienordnung[3]. Die betreffenden Disziplinen sind auf vier Jahreskurse verteilt; Perspektive nach Pekkam und Musik nach Muris sind keine ins System gehörigen Lehrgegenstände, dagegen wird Arithmetik nach Boethius, Planetentheorik nach Peurbach regelmäfsig gelesen. Dann heifst es weiter: »Lectio Sphere materialis, quam in Canicularibus hora quarta magister Avo principabit et ingenuose continuabit«; »Martinus Retz artium magister leget hora octava Geometriam Euclidis Megarensis, Theoremata et Problemata quatuor priorum librorum subtiliter explanando«. Exerzitien, wie sie bei den meisten artistischen Vorlesungen als Beigabe üblich waren, fehlen allerdings für die Disziplinen des Quadriviums noch gänzlich, man müfste denn auch das aristotelische Kolleg »De coelo« der Mathematik zuzählen wollen. Zu einigem

[1] Der Beweis liegt in der Widmung, welche Balthasar Licht seinem Leitfaden der Arithmetik (Leipzig 1513) voranstellte. Diese Widmung lautet (Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 85): »Balthasar Licht Greventhalensis Artium Baccalarius viro Udalrico Kalb Augustissime academie Liptzensis, Ingenuarum artium et philosophie Magistro, Mathematicae artis professori, non minus gravissimo, quam doctissimo fautori suo et preceptori dignissimo S. P. D.« Ohne solch freundliches Dazuthun des Schülers wäre Kalbs Name schwerlich auf die Nachwelt gekommen.

[2] Der 1505 abgefafste Stiftungsbrief des Königs Ladislaus ist abgedruckt bei Kundmann (Die hohen und niedern Schulen Teutschlands, insonderheit des Herzogthums Schlesien, mit ihren Bücher-Vorräthen in Müntzen, Breslau 1741. S. 109) und lautet an der für uns beachtenswerten Stelle: « . . . Philosophiaeque, insuper Medicinae, Grammaticae, Dialecticae, Rhetoricae, Poeticae, Arithmeticae, Geometriae, Musicaeque ac Astronomiae Disciplinae tradantur«.

[3] Krabbe, Die Universität Rostock im fünfzehnten und sechzehnten Jahrhundert, Rostock und Schwerin 1854. S. 343.

Ersatze diente jedoch das seit Begründung der Hochschule neben dieser bestehende Paedagogium (»Porta coeli«), in welchem mit den Schülern — Gymnasiasten, würde man heutzutage sagen — auch mathematische Übungen, namentlich über den Algorismus, abgehalten wurden[1]. Die Folgezeit sah diese Anfänge zu recht kräftiger Entwicklung gelangen[2]; die »wendische« Hochschule erwarb sich den Ruf, dafs die mathematischen Wissenschaften an ihr stets in Flor ständen, und wufste so z. B., wie bekannt, sogar den grofsen Tycho Brahe längere Zeit als Lernenden in ihren Mauern festzuhalten. —

Die Elb-Universität Wittenberg hatte ihre Entstehung (1502) nicht eben unter einem besonders günstigen Sterne vor sich gehen sehen, und es dauerte längere Zeit, bis es gelang, das Wesen der innern Einrichtungen einigermafsen den stolzen Ankündigungen anzupassen, mit welchen im Jahre 1508 der Rektor Christoph Scheurl, der spätere Nürnberger Ratskonsulent, zum Besuche der jungen Bildungsanstalt einlud[3]. Ein gutes Zeichen für die Zukunft mag darin erkannt werden, dafs die Statuten von 1508 den jungen Bakkalarien noch das Hören mathematischer Vorlesungen (Nachmittags um 2 Uhr) besonders einschärfen[4]. Mit Melanchthons Ankunft (Sommersemester 1518) trat auch eine Umgestaltung des gesamten philosophischen Studiums ein, wie sie Luther schon am 11. März 1518 in einem Briefe an Spalatin als notwendig bezeichnet hatte. Wir haben bereits in Erfahrung gebracht, dafs Melanchthon bei Stoeffler einen tüchtigen Grund in der Mathematik gelegt hatte und durch ihn namentlich mit dem lebhaftesten Interesse für die genannte Wissenschaft erfüllt worden war, mit einem Interesse, welches er in keinem Augenblick seines arbeitsamen Lebens verleugnete. Schon im Herbst 1523 wurde der junge Professor zum Rektor erwählt und gab als

[1] Ibid S. 354 ff.

[2] Ibid. S. 411. S. 447. S. 528. S. 604. Pegelius, der bekannte Noviomagus, Capitaneus, Nonnius, Battus (»trefflicher Professor der Mathematik«) sind im Laufe des XVI. Jahrhunderts die Männer, in deren Hände der mathematische Unterricht gelegt war. Der Wittenberger Einfluss bewirkte sogar von 1560 ab vorübergehend eine Zweiteilung der Kathedra in eine Professur »Mathematum« und in eine Professur »Arithmetices et Sphaerae«.

[3] Paulsen, Gesch. d. gel. Unterrichts, S. 70 ff. Die Entwicklung gerade der Wittenberger Institutionen ist von Paulsen mit besonderer Sorgfalt verfolgt worden, weil in dieser Hochschule mit allem Rechte der Typus einer neuen, mit den scholastischen Traditionen entschieden brechenden Kategorie höherer Lehranstalten erblickt wird.

[4] Die Statuten von 1508 hat Muther 1867 in einer Schrift zur Jubelfeier der vereinigten Universitäten Halle-Wittenberg herausgegeben.

solcher den Studierenden eine Hodegetik für ihr Lernen an die Hand, worin er sich auch über die Mathematik ausspricht[1]; mit Ernst dringt er darauf, dafs in Mathematik und Physik von nun an auch disputiert werde, was vor ihm weder hier noch an einer andern Hochschule in Übung gewesen war. Fürs erste griff auch Melanchthon selbstthätig in den Gang des Unterrichtsbetriebes ein und hielt einzelne mathematische Vorlesungen[2]. Gerne verfafste er für die mathematischen Dozenten die programmartigen Anschläge am schwarzen Brett, durch welche jene zu ihren Vorlesungen einluden; bei einer solchen Gelegenheit kündigte er eine besonders einfache Anleitung zum Erlernen des Dividierens an. Wie ungemein thätig er für die Aufnahme der Mathematik in den Kreis der Schulfächer war, wie er durch die Herausgabe geeigneter Kompendien dem Unterrichte brauchbare Grundlagen lieferte, das haben wir schon an vielen Stellen dieses Buches zu konstatieren gehabt. Jedenfalls das bedeutendste dieser didaktischen Werke war sein Elementarbuch der Physik[3], das minder durch eigene Forschung als vielmehr durch die streng gegensätzliche Stellung gegen dasjenige, was die Peripatetiker »Physik« nannten, einer richtigen Methode der Naturforschung die Bahn brechen half; das feindselige Verhalten des immer doch zunächst als Theologe fühlenden Mannes gegen Coppernicus wird ihm ein gerechter Beurteiler nicht allzu sehr zum Vorwurfe machen können. Um Melanchthon sammelte sich ein Kreis gelehrter Männer, die vorzugsweise auch unter seiner machtvollen Einwirkung sich zu den mathematischen Studien hingezogen zu fühlen begannen; wir nennen nur Cruciger[4], Chy-

[1] C. u. W. Krafft, Briefe und Dokumente etc., S. 7 ff. Die für uns wichtige Stelle aus Melanchthons »Studiengesetzen« ist (a. a. O., S. 9) die folgende: »Et quia naturae mathematumque cognitio perquam necessaria est rebus humanis, volumus, ut itidem singulis mensibus disputent vel phisici ac mathematum professores, vel alii quos ei rei idoneos esse professores judicaverint.«

[2] Klix, Artikel Melanchthon in Schmids Encyklopädie, 4. Band. S. 666. Als eifriger Astrolog — er hatte wegen dieser Schwäche von Luther manchen Spott zu leiden — las Melanchthon mehrmals über den Tetrabiblos des Ptolemaeus, aber auch über den Almagest. Von diesem gab er 1549 das erste Buch griechisch und lateinisch in der ausgesprochenen Absicht heraus, »ut enarrari in schola possit«.

[3] Melanchthon, Initia physicae, dictata in academia Vitebergensi, Wittenberg 1549; 2. Auflage, ibid. 1581. »Im ersten Buche seiner Physik«, meint Kästner (Gesch. d. Math., 2. Band, S. 348) »trägt Melanchthon die damalige Astronomie besser vor, als die Astronomie unsers Jahrhunderts in sehr vielen Physiken ist vorgetragen worden«.

[4] Genaue Nachrichten über Cruciger, wie auch über die andern Mit-

traeus, Peucer und Eber, sowie des Meisters trefflichen Schüler Micyllus[1]. Kurz, wenn vom zweiten Viertel des XVI. Jahrhunderts ab das mathematische Studium an niedern und höhern Schulen Deutschlands einen erfreulichen Aufschwung nahm, so ist nicht als eine der geringsten Triebfedern dieser Bewegung die Thätigkeit des Mannes anzusehen, der seines Ehrennamens »Praeceptor Germaniae« auch in dieser Hinsicht sich vollauf würdig machte.

Den ersten Wittenberger Ordinarius der Mathematik weifs Weidler, dem wir im übrigen genaue Nachrichten über die Studieneinrichtungen in der ersten Zeit der Universität verdanken[2], nicht zu nennen, wir vermuten aber auf Grund der Angabe in Note 4, S. 270, dafs die Stelle, sobald sie als solche überhaupt kreiert gewesen, mit dem Vorarlberger Volmar besetzt war. Jedenfalls las dessen Schüler Rheticus von dem Jahre (1532) an selbst über Arithmetik, in welchem Volmar das zeitliche gesegnet hatte. Neben der mathematischen Lektur jedoch war noch eine zweite eingerichtet, auf die wir hier unser volles Augenmerk zu richten haben, die »lectio Pliniana«, welche Luther in einem unterm 21. März 1518 an Lange gerichteten Briefe als Gegengewicht gegen die ihm so verhafste aristotelische Physik verlangt hatte[3]. Dieser Lehrstuhl hatte einen würdigen Vertreter in Jacob Milichius, der nach vorausgegangenen Studien in seiner Vaterstadt Freiburg i. B. und in Wittenberg selbst im

glieder des Melanchthonschen Freundekreises gibt Pressel im 3., 5. und 8. Bande seines grofsen Werkes »Die Väter und Begründer der lutherischen Kirche« (Elberfeld, von 1861 an). Kaspar Cruciger, der auf Melanchthons Verwendung hin Schulrektor in Magdeburg geworden war (Paulsen, a. a. O., S. 182), war als Astronom bereits Coppernicaner und bemühte sich aufserdem, seine Kenntnis des arabischen für die Übersetzung älterer mathematischer Schriften nutzbar zu machen.

[1] Micyllus, der später zahlreiche mathematische Schriften verfafste, ging von Wittenberg zunächst als Rektor nach Frankfurt a. M. ab. Über sein dortiges Wirken sagt Classen (Jakob Micyllus, Rektor zu Frankfurt und Professor zu Heidelberg von 1524 bis 1538, Frankfurt 1859. S. 57 ff.): »Ohne Zweifel sind die verschiedenen Schul- und Lehrbücher für Grammatik und Metrik, sowie Arithmetik und Mathematik, welche Micyllus erst später im Drucke herausgab, in dieser Zeit seiner ersten Schulpraxis in Frankfurt als Grundlage und Hilfsmittel für seinen eigenen Unterricht im ersten Entwurfe ausgearbeitet.«

[2] Weidler, a. a. O., § XXXI ff. Dort findet man auch die Motivierung des Beschlusses der Fakultät, ordentliche mathematische Kenntnisse von den Magistranden zu fordern: »quia mathematica teste Apollonio prima et certissima scientia est, sine qua Aristoteles, illud omnium artium robur et fundamentum, minime intelligi potest.«

[3] Paulsen, a. a. O., S. 72.

Jahre 1527 in die Fakultät getreten war, später aber der Medizin sich zuwandte[1]. Es ist bekannt und schon in Note 2 S. 222 erwähnt, dafs Melanchthon die Trennung der mathematischen Professur in eine niedere und in eine höhere zuwege brachte; mag man auch mit den Beweggründen der Änderung wenig einverstanden sein, so hat doch die dadurch gebotene ausgiebigere Gelegenheit zur Aneignung mathematischen Wissens gewifs auch ihr gutes gehabt, und sowohl die von Paulsen[2] mitgeteilte Vorlesungsanzeige von 1562 als auch die von Kästner[3] bekanntgegebenen Maueranschläge der zu ihren Vorträgen einladenden Professoren Reinhold und Rheticus aus etwas früherer Zeit können nicht verfehlen, einen guten Eindruck hervorzubringen.

39

Rückblick auf den Stand mathematischer Forschung und Lehre im Reformationszeitalter.

Da wir mit diesem Kapitel die unserm Buche gestellte Aufgabe als erledigt ansehen, soweit es sich um den gelehrten Unterricht handelt, so ziemt jetzt wohl eine Rückschau auf den Zustand, in welchem wir das akademisch-mathematische Studium um das Jahr 1525 herum verlassen. Zunächst ist da zu betonen, dafs die theoretische Pädagogik, die es doch damals schon zu ganz leidlichen Anfängen gebracht hatte, vor dieser Seite des Unterrichts schüchtern halt macht, wohl aus dem Grunde, weil die wohlmeinenden Vorkämpfer didaktischer Reform sich zu der damals wie jetzt von vielen mit etwas argwöhnischen Blicken betrachteten Wissenschaft in etwas gar zu wenig innigem Wechselverhältnis fühlten. Wimphelings »Isidoneus« z. B., der der studierenden Jugend ein Handweiser für ihre Studien sein soll, kennt nur die Klassiker[4], und auch in dem warmen Appell des gewiegten Pädagogen an die Strafsburger, sie möchten doch in ihrer Stadt eine »Vähtschul« errichten[5], ist von

[1] Über den Gang der Vorlesungen des Milichius können wir uns ein Urteil verschaffen mittelst seines Kommentars zum zweiten Buche des Plinius, der 1534 zuerst zu Wittenberg erschien, später aber noch mehrere Auflagen erlebte.

[2] Paulsen, a. a. O., S. 159.

[3] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band. S. 704 ff.

[4] v. Wiskowatoff, Jakob Wimpheling, sein Leben und seine Schriften, Berlin 1877. S. 61 ff. S. auch Erhard, a. a. O., S. 436 ff.

[5] Ibid. S. 103. »Vähtschul« (=Fechtschule) ist der wörtliche Ausdruck für »Gymnasium« — ein Vorläufer gewisser übertrieben-puristischer Bestrebungen, welche auch in der Jetztzeit sich sehr in den Vordergrund schieben möchten.

Mathematik und Naturlehre keine Rede. Ein wenig weitsichtiger ist der Humanist Agricola in seinen methodologischen Briefen an Barbinianus[1], denn er verlangt wenigstens für die Jünglinge Kenntnisse in der Geographie und in der Naturkunde, welch letztere nach Aristoteles und Theophrast zu betreiben wäre. Eine eigentliche Didaktik der exakten Wissenschaften jedoch gab es nicht, und nur die feste Überlieferung, in der sich alle Unterweisung, sei es elementare, sei es akademische, zu bewegen hatte, dürfte junge Lehrer vor allzu groben Verstößen bewahrt haben.

Eine nicht gering zu schätzende Förderung ward der Verbreitung unserer Wissenschaft durch das Aufblühen des Buchhandels und Buchdrucks zu teil. Durch Verlagsfirmen, wie sie durch die Namen Koberger, Sensenschmid, Petrejus, Egenolph gekennzeichnet sind[2], konnte erst die Litteratur in hunderten und tausenden von Exemplaren im Lande ausgestreut werden; ja die trefflichen Gebrüder Alantsee in Wien[3] machten es sich recht eigentlich zur Aufgabe, kostspielige mathematische Werke unter ihre Flügel zu nehmen, die ein Drucker sonst von sich hätte abweisen müssen. Der Buchdruck selbst konnte nur allmählich den Forderungen gerecht werden, welche die mathematischen Autoren an ihn stellten, namentlich mit Rücksicht auf die immer unentbehrlicher werdenden Holzschnitte[4]. Unter allen

[1] Kaemmel, a. a. O., S. 410 ff.

[2] Vgl. hierzu Hases interessante Monographie: Die Koberger; ein Bild deutschen Buchhändlerlebens aus der Zeit des Übergangs vom Mittelalter zur Neuzeit, 1. Teil, Leipzig 1885.

[3] Wegen dieser merkwürdigen Buchhändlerfamilie ist zu vergleichen Kirchhoff (Beiträge zur Geschichte des Buchhandels, 1. Bändchen, Leipzig 1851. S. 62 ff.) und Schepfs (Zwei Maihinger Handschriften, Dinkelsbühl 1878. S. 18), wo u. a. nachgewiesen ist, dafs das Geschlecht der Alantsee aus Augsburg stammte. Unter ihren Verlagsartikeln ragen hervor die Plinius-Ausgabe des Camers vom Jahre 1518 (Denis, a. a. O., S. XIX) und die Gesamtausgabe der Werke Werners (Nürnberg 1526): Libellus Joannis Werneri Nurembergensis super viginti duobus elementis conicis; ejusdem commentarius, seu paraphrastica enarratio in undecim modos conficiendi ejus problematis, quod cubi duplicatio dicitur; ejusdem commentarius in Dionysodori problema, quo data sphaera sub data secetur ratione; alius modus idem problema conficiendi, ab eodem Joanne Wernero novissime compertus, demonstratusque; ejusdem summaria enarratio Theoricae motus octavae sphaerae.

[4] Die erste allenfalls hierher gehörige Leistung dieser Art ist nach J. Heller (Geschichte der Holzschneidekunst von den ältesten bis auf den neuesten Zeiten, Bamberg 1823. S. 376) ein xylographisches Werk des Augsburgers Jörg Schapff, der 1448 »die kunst ciromantia« von Hartlieb schnitt. Dann kommt der xylographische Kalender (Johann von Gmunden, Regiomontan), und 1482 fertigte

Typographen der Inkunabelperiode ragt hervor Erhard Ratdolt von Augsburg, selbst ein Mann von gediegener Bildung[1], der zuerst in Italien selbst gewesen war, dann aber seine Vaterstadt wieder aufsuchte und daselbst den Druck mathematischer — insonderheit geometrischer — Schriften auf eine bis dahin nicht erreichte Höhe brachte[2]; ja man kann ihn recht eigentlich als den Vater der Kunst, Figuren in den Text zu drucken, bezeichnen[3]. Denis erwähnt noch

der Formschneider Johannes Schnitzer von Arnheim die Holztafeln zu der berühmten Ulmer Ptolemaeus-Ausgabe (ibid. S. 69).

[1] Ratdolt stand nach Herberger (Conrad Peutinger in seinem Verhältnisse zum Kaiser Maximilian I., Augsburg 1847. S. 63 ff.) in nahen persönlichen Beziehungen zu dem Polyhistor Peutinger, der ihn den »gelehrten und thätigen« nennt.

[2] Über Ratdolts Lebensgang belehrt gründlich: Zapf, Augsburgs Buchdruckergeschichte nebst den Jahrbüchern desselben, Augsburg 1786. S. XXXI ff. Hiernach war Ratdolt von 1475 bis 1486 thätig, wo er sich schon mit Vorliebe der mathematischen Werke annahm; »ergo ejus opera«, sagt Maittaire in seinen bekannten »Annales typographici« (4. Band. S. 353), »et impendio multa olim in Arithmetica, nonnulla in Musica, nec pauca in Geometria, plurima vero in Astronomia impressa sunt«. Als Korrektor hatte sich Ratdolt einen wirklichen Mathematiker, den uns von früher her bekannten Bayern Engel (Angelus) beigesellt.

[3] Ein kleiner wissenschaftlicher Streit über diesen Punkt, der sich früher zwischen dem Verf. und seinem verehrten Freunde M. Curtze in Thorn entspann, scheint jetzt endgiltig zu gunsten des erstern ausgetragen werden zu können. Derselbe hatte (Zur Geschichte der deutschen Mathematik im XV. Jahrhundert, Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-litter. Abteil., 20. Band, S. 1 ff., vgl. auch ebendaselbst S. 113 ff.) für Ratdolt das gleiche Verdienst, wie oben im Texte, angesprochen, und Curtze hatte in seinen »Bemerkungen« zu jenem Aufsatze (ibid. S. 57 ff.) darauf hingewiesen, dafs seit 1482 auch schon Mathaeus Cerdonis aus Windischgrätz geometrische Figuren gedruckt habe, und zwar zuerst zu Oresmes »Latitudines formarum.« Dies ist unzweifelhaft richtig, jene Ausgabe ward schon früher von uns namhaft gemacht. Allein aus einer Notiz bei Zapf (a. a. O., S. 165) erhellt unzweideutig, dafs der patavinische Drucker nicht auf eigenen Füfsen stand; am Schlusse einer 1484 gedruckten Chiromantie sind nämlich die Worte zu lesen: »Ex divina philosophorum academia collecta: chyromantia scientia naturalis ad dei laudem finit. quae impressa fuit Padue per magistrum mathaeum Cerdonis de windischgrecz magistri Erhardi Ratdolt instrumentis.« Der Deutsche war hiernach gewissermafsen ein Lehrer oder doch Berater des Cerdonis. — Auch Weifsenborn (Die Übersetzungen des Euklid durch Campano und Zamberti, S. 5) hebt hervor, dafs es Ratdolt gelungen war, geometrische Diagramme anders und leichter im Drucke herzustellen denn zuvor; in der Widmung seines Euklid von 1482 an den Dogen Mocenigo bemerkt er ausdrücklich, »ut qua facilitate litterarum elementa imprimuntur, ea etiam geometrice figure conficerentur.« Dieser erste gedruckte Euklid, für welchen dem Ratdolt eine Handschrift der Übertragung des Campano zur Verfügung stand (Weifsenborn, a. a. O., S. 9 ff.), hat eine besondere Monographie hervorgerufen: Geome-

einiger besonders ausgezeichneter Ausgaben des »mathematischen Buchdruckers« Ratdolt[1], darunter freilich auch eines Unternehmens, bei dessen Ausführung die darstellende Kunst sich ihrer Aufgabe noch nicht völlig gewachsen gezeigt habe.[1] Mit der Vervollkommnung dieser Gattung wissenschaftlicher Industrie hielt die Ausbildung der Instrumentaltechnik gleichen Schritt, für welche u. a. Regiomontanus und auch Stoeffler[2] auf alle Weise sorgten; Zirkel, Globen, Sonnenuhren und astronomisch-geodätische Beobachtungswerkzeuge (Astrolabium, Triquetrum, Apianus Universalinstrument zum Beobachten in zwei zu einander senkrechten Hauptkreisen) wurden in Wien, Ulm, Basel, ganz besonders aber in Nürnberg für die Bedürfnisse zahlloser Privatleute und Bildungsanstalten trefflich hergestellt.

Den Stand des theoretischen Wissens haben wir schon im allgemeinen bei den sich früher darbietenden Anlässen zu zeichnen gesucht, so dafs nicht allzu viel mehr hinzuzufügen ist. Die praktische Rechenkunst, die von nicht-akademisch gebildeten Rechenmeistern häufiger und nicht selten wohl auch mit gröfserem Geschicke gelehrt wurde als von den dozierenden Magistern, soll im nächsten Kapitel, als an dem dafür passendsten Orte, mit einer ausführlichen Skizze bedacht werden; sie hat sich auch auf deutschem Boden besonders kräftig und fast ohne jede Beeinflussung von aufsen her entwickelt, wie denn damals vom Auslande auch eigentlich nur Italien als eine Bezugsquelle guter neuer Errungenschaften angesehen werden konnte[3].

triae Euclidis primam quae post inventam typographiam prodiit editionem breviter describit A. G. Kästner, Leipzig 1750. Vgl. auch des nämlichen Autors Gesch. d. Math., 1. Band, S. 289 ff. Kästner erörtert hier die Frage, ob Ratdolt es am Ende verstanden habe, Zeichnungen nicht nur als ganzes zu drucken, sondern sie ähnlich aus Strichen zusammenzusetzen, wie die gedruckten Wörter aus einzelnen Lettern entstehen; der berühmte Typograph Breithaupt sei einer solchen Erfindung auf der Spur gewesen, aber darüber gestorben. Uns scheint, dafs die neuerdings in der Typographie des Fürsten Boncompagni in Rom angewandte Reproduktion von Figuren der Breithauptschen Idee nahe kommt (s. Glori, Saggio di figure geometriche eseguite con linee tipografiche, Roma 1872).

[1] Denis, Die Merkw. d. gar. Bibl., S. 90 ff. S. 116 ff. An letzterm Orte ist die Sprache von dem 1485 herausgekommenen »Poeticon Astronomicon« des Hyginus, welches 47 mythologische Bilder der Planeten und Konstellationen enthält, »davon«, diesen Witz kann selbst der steife Denis nicht unterdrücken, »besonders Perseus bei wenigen Andromeden sein Glück machen würde«.

[2] Moll, a. a. O., S. 45 ff.

[3] Von französischen Schriftstellern können höchstens Etienne De la Roche, genannt Villefranche, und Nicolas Chuquet ernsthaft in betracht kommen, betreffs deren auf die »Notice sur Nicolas Chuquet et son triparty en

Die Algebra hatte, wie wir uns dessen bei den Erörterungen über die Wiener Schule zu versichern Gelegenheit hatten, auch in Deutschland bis zum Jahre 1525 beträchtliche Fortschritte gemacht, doch sind wir eingehender Besprechung derselben aus zwei Gründen überhoben, einmal weil von einem Unterricht in dieser neuen »Kunst« doch nur in ganz vereinzelten Fällen die Rede sein kann, und dann, weil wir der trefflichen umfassenden Darstellung von Treutlein[1] nichts irgendwie wichtiges hinzuzufügen haben. Hinsichtlich der Geometrie

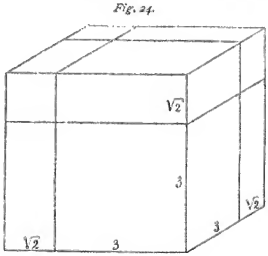
la scienee des nombres, (Bonc. Bull., tomo XIII. S. 573 ff.) verwiesen werden mufs. De la Roche erscheint in der Lyoner Steuerrolle als »maître d'algorisme«; in seinem 1520 auch zu Lyon herausgegebenen Buche »L'arismetique et Geometrie« gibt er folgende Einteilung der Wissenschaften: Arismetique qui vulgayrement est appellee algorisme est lune des 7 arts liberaulx. Et est la premiere des mathematiques qui sont dictes quadriviales: sans la quelles aultres trois: cest a scavoir: Geometrie: Astronomie: et Musique ne peuvent sortir leurs effectz.« Der genannte Autor hat sich auch als einer der ersten mit den Kettenbrüchen näher beschäftigt und zuerst auf die sogenannten »Nebennäherungswerte« aufmerksam gemacht. — Ob die einzige der Zeit nach hier zu erwähnende englische Schrift, Tonstalls »De arte supputandi libri quatuor« (London 1522), in Deutschland weiteren Kreisen bekannt geworden ist, bleibt ungewifs. — Ein gleiches gilt wohl von dem in sieben Auflagen verbreiteten spanischen Rechenbuch des Juan Ortega, welches (s. Perrot, Sur une arithmétique espagnole du seizième siècle, Bonc. Bull., tomo XV. S. 163 ff.) darum einigermafsen Beachtung verdient, weil es von den beiden zur annähernden Berechnung einer quadratischen Irrationalzahl dienenden Formeln (E (x) bedeutet die gröfste in x steckende ganze Zahl)

$$\sqrt{a} = E(\sqrt{a}) + \frac{a - [E(\sqrt{a})]^2}{2\,E(\sqrt{a})}, \quad \sqrt{a} = E(\sqrt{a}) + \frac{a - [E(\sqrt{a})]^2}{2\,E(\sqrt{a}) + 1}$$

zuerst von allen in einer abendländischen Sprache erschienenen Schriften die zweite — bis dahin nur den Arabern bekannt gewesene — mitteilt.

[1] Treutlein, Die deutsche Cofs, Abhandl. z. Gesch. d. Math., 2. Heft. S. 1 ff. Sollen wir in Kürze zusammenfassen, was als die bedeutendste Leistung der Cofsisten bis zu dem uns gesetzten Terminjahre zu gelten habe, so würden

Fig. 24.



bewegte man sich in den durch Euklid gezogenen Grenzen; Regiomontan wufste zwar mit höheren Kurven, so insbesondere mit der zählebigen und auch im dunkelsten Mittelalter niemals gänzlich aus dem Gesichtskreise entschwundenen Kreiskonchoide, Bescheid, allein mit der Weiterbildung der höheren Geometrie befafste er sich nicht selbst, sondern überliefs es dem Nürnberger Werner, den Sinn an feineren geometrischen Untersuchungen neu zu beleben[1]. Doch ist zu bemerken, dafs diejenige Abzweigung der Wissenschaft, welche man heute vielfach als »Metaphysik der Geometrie« bezeichnen hört, durch einen nicht der akademischen Welt angehörigen Gelehrten von sehr ausgesprochener Individualität, durch den Kardinal Nikolaus von Cusa, besonderer Beachtung gewürdigt und durch Betrachtungen bereichert worden war, deren ehrend zu erwähnen gerade eine Geschichte der mathematischen Didaktik besonders verpflichtet ist[2]. Die Trigonometrie stand fest auf dem Standpunkte, den sie durch Regiomontan angewiesen erhalten hatte, so dafs als Erweiterungen ihres Besitzstandes nur Copernicus Einführung der Sekanten und dessen Verfeinerung der trigonometrischen Rechnungspraxis (um 1520)

wir folgende Punkte hervorheben: Die Auflösung quadratischer Gleichungen von allen Formen und die vollständige Bewältigung der Lehre vom Irrationalen. Nachdem Rudolf diese letztere, soweit es für seine Zwecke nötig ist, zum Abschlusse gebracht hat, fährt er nach Stifels Interpretation fort: »Siehe, mein lieber Leser, ich habe in diesem meinem Buche nur allein gehandelt die Quadrat-Cofs. Nu ist weiter fürhanden die Cubik-Cofs, davon ich dir nichts gesagt hab. Magst derhalben die Cubik-Cofs auch lernen, will ich dir freundliche Meinung durch diesen Cubum« — s. Fig. 24 — »angezeigt haben.« So hätte Rudolf nach seines Nachfolgers und Herausgebers Stifel Ansicht den Übergang zu einer allgemeinen Theorie der Wurzelgröfsen einleiten müssen; die Elemente derselben befanden sich wahrscheinlich schon in seinem Besitze. Wer übrigens das Original nicht zur Verfügung oder auch einige Scheu vor dem Eindringen in dessen nicht immer ganz leicht verständlichen Inhalt hat, findet ausreichende Belehrung in Drechslers »Scholien zu Christoph Rudolfs Cofs« (Dresden 1851), allwo jedem einzelnen Satze in der Originalfassung auch immer die Übertragung in die moderne algebraische Formelsprache beigegeben ist.

[1] S. Kästner, Gesch. d. Math., 2. Band, S. 54 ff. und Chasles, Gesch. d. Geom., S. 628 ff. Chasles rühmt Werners Methode der Ableitung aller den Linien zweiter Ordnung zukommender Eigenschaften am Kegel selbst und erklärt den Nürnberger Mathematiker für einen Vorläufer Desargues', Pascals und De la Hires.

[2] Schärfer als bei Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 400 ff.), der sich allerdings auch ziemlich eingehend mit Cusa befafst, ist das eigentlich charakteristische herausgezogen in der Abhandlung von Schanz: Der Cardinal Nicolaus von Cusa als Mathematiker, Rottweil 1872. Für den Kardinal gipfelt jedwede Erkenntnis in der Koinzidenz der Gegensätze. Die kleinste

zu verzeichnen sind[1]. In der Astronomie und Kosmologie endlich war der coppernicanischen Reform durch die freilich wohl nur einem kleinen Kreise von Eingeweihten bekannt gewordene Idee des Cusaners in etwas vorgearbeitet worden, dafs das Weltall von unendlicher Ausdehnung sei und alles darin in ewiger Bewegung sich befinde[2].

Krümmung ist identisch mit dem unendlich ausgedehnten, d. h. ein unendlich wenig gekrümmter Kreis ist von einer Graden nicht verschieden; letztere Thatsache ist in der eigentümlichen Schrift »De docta ignorantia« klar ausgesprochen. Ebenso ist ein unendlich schmales Dreieck nichts anderes als eine gerade Linie. Ganz im Geiste des Cusaners behauptete hundert Jahre später Giordano Bruno, dafs im Unendlichen der Gegensatz zwischen grade und krumm verschwinde. Etwas zu weit scheint uns Schanz mit der Annahme zu gehen, dafs an jenem Orte auch eine klare Auffassung der Parallelen als sich in der Unendlichkeit schneidender Graden zu erkennen sei. In dem Buche »De ludo globi« dagegen wird ganz bestimmt der Kreis als die gemeinsame Grenze für die ihm ein- und umbeschriebenen Vielecke von wachsender Seitenzahl und folgerichtig selbst als ein regelmäfsiges Polygon von unendlich vielen Seiten hingestellt.

[1] Wie Curtze (Reliquiae Coppernicanae, a. a. O., S. 221 ff.) bemerkte, befindet sich in Upsala eine von dem Frauenburger Domherrn selbst angefertigte Abschrift der trigonometrischen Tafeln Regiomontans, in welcher die trigonometrische Tangente als Κάθετος eingetragen ist. Dazu hat Coppernicus noch eine zweite Tabelle für die Ὑποτείνουσα berechnet, worunter eben die trigonometrische Sekante zu verstehen ist. In dem grofsen »Opus Palatinum« von Rheticus und Otho sind die Sekanten ganz nach derselben Art berechnet, wogegen die 1557 veröffentlichte Sekantentafel des Sizilianers Maurolico ganz unabhängig von jener Vorarbeit entstanden ist. Die Interpolation, die beim Gebrauche keiner Tafel ganz zu vermeiden ist, verschärft Coppernicus (a. a. O., S. 229) durch die — vorher niemals nachweisbare — Beischreibung auch der zweiten Differenzen.

[2] Vgl. zu diesem Punkte die folgenden Schriften: Schanz, Die astronomischen Anschauungen des Nicolaus von Cusa und seiner Zeit (Rottweil 1873), Clemens, Giordano Bruno und Nicolaus von Cusa (Bonn 1847. S. 96 ff.) und des Verf. »Studien z. Gesch. d. math. u. phys. Geogr.« (S. 23 ff.). An letzterer Stelle ist die Ansicht, welche sich Cusa von der Rotation der Erde gebildet hatte, dahin präzisiert, dafs er sowohl der Erde als auch dem Fixsternhimmel eine Umdrehung um eine gemeinschaftliche Achse zuschrieb, so jedoch, dafs die zweite Drehung sich in einem der ersten entgegengesetzten Sinne und mit der doppelten Geschwindigkeit vollzog. — Als Physiker hatte Cusa jedenfalls originelle Gedanken (s. Heller, Gesch. d. Physik, 1. Band. S. 210 ff.); wir rechnen dahin seine Äufserungen über die Wage, mittelst deren er die spezifischen Gewichte der Körper und die Anziehungsstärke von Magneten bestimmt wissen wollte — Kircher hat nachmals den Versuch wirklich ausgeführt —, ferner die Andeutungen über ein Hygrometer und ein Bathometer mit Selbstauslösung und den gewifs merkwürdigen Vorschlag, durch Abwägen gleicher Mengen derselben, aber unter verschiedenen Himmelsstrichen gewachsenen Getreideart ein Mafs für die wechselnde Stärke der solaren Bestrahlung des Erdkörpers zu gewinnen.

Wir glauben dieses Kapitel nicht besser beenden zu können, als wenn wir zum Schlusse dem Leser einen Überblick über diejenigen Lehren verschaffen, welche im ersten Viertel des XVI. Säkulums gewissermafsen zum eisernen Bestande einer wissenschaftlichen und insbesondere auch nach der mathematischen Seite hin abgeschlossenen Bildung gerechnet wurden. Das Buch, welches wir dabei im Auge haben, ist die unter dem Namen der »Margaritha philosophica« bekannte und schon oftmals von uns zitierte Universalenzyklopädie des Gregor Reysch. Für uns kommen hier nach der eigentümlichen Wissenschaftsklassifikation des Verfassers (s. o. Seite 25 Note 3) nur Buch IV, V, VI, VII, IX und X in betracht und dazu noch einige Anhänge, die jedoch nicht allen Exemplaren des Werkes gleichmäfsig beigegeben zu sein scheinen. Der erste Traktat des vierten Buchs behandelt das maschinelle Rechnen, der zweite die Rechenkunst »mit der Feder« (Mediatio und Duplatio fehlen), der dritte und vierte die Bruchrechnung mit längeren Exkursen auf die Sexagesimalbrüche einerseits[1] und auf den Gebrauch des Rechenbretts andererseits. Buch V ist musikalischen Inhalts, so zwar, dafs der erste Traktat der theoretischen, der zweite der praktischen Musik bestimmt ist; um zu zeigen, wie noch stets die Musiklehre als ein blofses Anhängsel der Arithmetik mit geringfügigen physikalischen Zuthaten aufgefafst wird, sei auf Note[2] verwiesen. Im sechsten Buche folgen sich je ein Traktat über »spekulative« und »praktische« Geometrie. Die gewöhnlichen Definitionen, zumal auch aller möglicher regulärer Vielecke, werden durch Zeichnungen erläutert; dann

[1] »De minutiis physicalibus. Minutie Phisice uti in superioribus diximus: sunt quibus phisici et naturales (sic!) sepius utuntur. Et precipue astronomi cursus siderum et corporum superiorum investigantes. Ad hujuscemodi enim certitudinem necessarium fuerat integra seu signa et gradus zodiaci annum: menses: dies: et horas in partes secare.«

[2] Nachstehend sind die Überschriften der meist kurzen Kapitel zusammen gestellt: De Definitione Musice. De origine nominis et quid sit musicus. De musice primo inventore (Tubalkain, Pythagoras, Boethius, Petrus Comestor). De Divisione musice in mundanam (Sphärenmusik) humanam et instrumentalem. De sono et voce vocisque divisione. De consonantie dissonantieque definitionibus. De Consonantiarum numero. Cur in exemplis musicis utimur numeris (Geschichte des Pythagoras in der Schmiede) et numerorum ad sonos applicatio. De Consonantiarum ordine et perfectione. De divisione toni in semitonia. De inventione semitonii minoris. De consonantiarum partibus. De monochordi definitione et nominatione. De divisione monochordi in genere diatonico. De chordarum inventoribus et tetrachordis. De interpretatione nominum chordarum monochordi. De tribus generibus modulandi. De modis sive tropis.

wird in gar nicht übler Weise das räumliche Koordinatensystem am menschlichen Körper erläutert, auch die einfachen stereometrischen Gebilde sind definiert, und dann geht es zu den Fundamentalaufgaben (darunter auch Wiederfindung des verlorenen Zentrums eines Kreisbogens), zur Parallelenlehre, zu den Dreieckssätzen incl. den des Pythagoras mit seiner Umkehrung; die einfacheren Lehrsätze vom Parallelogramm und Kreis, die Zusammensetzung der Ebene aus regelmäfsigen Feldern im pythagoreischen Sinne (Cantor, Math. Beitr. etc., S. 91 ff.) und die Einbeschreibung der platonischen Polyeder in die Kugel schliefsen den Abschnitt ab. Der nächste lehrt die Mafse kennen, darauf folgt das geometrische Quadrat mit Diopterlineal, der Jakobsstab (s. o. Kap. IV. § 36) und die Berechnung von Flächen, so z. B. auch derjenigen eines hemisphärischen Berges. Buch VII enthält Astronomie, mathematische Geographie und Astrologie[1], Buch IX (»De origine rerum naturalium«) eine in ihrer Art ganz vollständige Geophysik. Hagel, Regen, Thau, Atmosphärische Optik — dabei auch Milchstrafse und Kometen — Quellenlehre (auf die »Schwammtheorie« der Scholastiker begründet), der Horror vacui als Mittel der Naturerklärung, Salzgehalt und Gezeiten des Meeres (die Wärme der Himmelskörper soll das Aufsteigen der Gewässer bewirken), Erdbebenkunde und Anfangsgründe der Chemie, das sind die hier in etwas bunter Anordnung vereinigten Gegenstände. Endlich gehört noch ins System der zweite Traktat des 10. Buches (»De potentiis anime vegetative«), der eine Art physiologischer Optik, dabei auch eine ziemlich gut geratene Zeichnung des Sehorgans bringt. — Unter den Anhängen figuriert an erster Stelle eine Anleitung zur Architektur und Perspektive, wobei aber auch die Visierkunst, der Gebrauch des Astrolabs und die Verzeichnung der »ungleichen« Stundenlinien[2] mit inbegriffen sind. Es folgt die bekannte Weltkarte des Walter Lud aus St. Dié[3] und sodann ein »Liber de circuli

[1] Angesichts der Thatsache, dafs im 44. Kapitel der Beweis für die sphärische Rundung des Erdkörpers in durchaus zutreffender Weise geführt wird, ist es doppelt verwunderlich, dafs Reysch im 42. Kapitel (»De dispositione aquae«) die sonderbare mittelalterliche Anschauung von einer exzentrischen Wasserkugel (s. Seite 123) reproduziert.

[2] Bemerkenswert für die Geschichte der stereographischen Projektion ist in dieser Abteilung die Anweisung, einen nach geographischer Länge und Breite gegebenen Ort in das Planisphär einzutragen.

[3] »Declaratio speculi orbis compositi a Gualtero Lud Deodatensi . . . completum est hoc opus per virum industrium Joannem grüninger ex Argentorato veteri.«

quadratura«. Hier ist ein schon früher[1] geäufserter Gedanke wieder aufgenommen, der nämlich, den Kreis auf einer Tangente rollen zu lassen und so die Rektifikation gewissermafsen mechanisch zu vollziehen. Die eigentliche Quadratur, welche sich an diese Vorbetrachtung anschliefst, läfst allerdings manches zu wünschen übrig[2]. Ebenfalls mit Hilfe der Bewegung wird im »Liber cubacionis sphere« dieses Problem zu lösen versucht, und auf dieses folgt noch als Schlufsteil

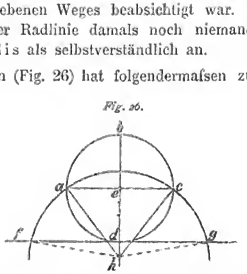
[1] Vgl. Wallis, Letter concerning the Cycloid known to Card. Cusanus about the year 1450 and to Carolus Bovillus about the year 1500, Philos. Transact. 1671. Trotz Chasles' gegenteiliger Meinung (a. a. O., S. 623), die allerdings zunächst blos mit Rücksicht auf den Cusaner geäufsert ward, vermögen wir uns beim Betrachten der von Reysch seinen Betrachtungen unterlegten Zeichnung — s. Fig. 25 — doch nicht von der Überzeugung loszumachen,

Fig. 25.

dafs wirklich die Verfolgung des von einem bestimmten Punkte einer rollenden Kreisperipherie beschriebenen Weges beabsichtigt war. Dafs freilich von der besondern Natur dieser Radlinie damals noch niemand eine Ahnung hatte, nehmen wir mit Wallis als selbstverständlich an.

[2] Die Konstruktion (Fig. 26) hat folgendermafsen zu geschehen: »Sit cir-

Fig. 26.



culus datus, a, b, c, d, centrum e, super rectam lineam f, g consistens: et eandem in puncto, d, contingens. Ducatur in eo, b, d, diameter linee f, g, perpendicularis que extra circulum, d, versus, quantumlibet in rectum extendatur: deinde ducatur et alia diameter a, e, c, priori diametro perpendicularis, he due diametri secant datum circulum in quatuor partes equales qua, ut prius positum est, extra circulum in rectum producta: sumatur ex ea extra circuli unius quarti mensa: que sit, d, h, ducanturque linee, h, a, et h, c, quas manifestum est esse equales. Et secundum utriusque quantitatem, facto, h, centro: describatur circuli arcus linee f, g, in duobus punctis, f, et g, occurrens. Hec igitur quesita erunt puncta: quibus puncta, a, et, c, moto utrumlibet super lineam, f, g, circulo occurrunt. Erit enim arcus, cg, puncti: c, ad lineam f, g, declinatio, queque suo motu describet: minime ab eo descendens, priusquam ad, g, pervenerit.«

Es soll also sein arc dc = dg $= \frac{1}{2}$ rπ. Nun ist

eine »Introductio in scienciam perspectivam«[1], deren Charakter aber mehr ein naturphilosophischer als ein eigentlich physikalischer ist. —

In diesem Sinne glaubte der gelehrte Unterricht um das Jahr 1525 herum vorgehen zu müssen, um jungen Leuten die Elemente einer mathematischen Universalbildung beizubringen. Sehen wir dem gegenüber jetzt auch zu, welche Hilfsmittel den zahlreichen Bestandteilen des deutschen Volkes zu Gebote standen, für welche eine fachmännisch-gelehrte Bildung den Umständen nach nicht in Frage kommen konnte.

Kap. V.

Verbreitung arithmetischer und geometrischer Kenntnisse auf dem Wege privater Unterweisung.

40

Äufsere Veranlassungen zur Pflege der Rechenkunst.

Die Gelegenheit, sich im Rechnen auszubilden, war in der zweiten Hälfte des Mittelalters wohl manchen, keineswegs aber allen Bevölkerungsklassen in wünschenswerter Weise geboten. Der akademische Unterricht nahm ja allerdings, wie wir erfuhren, gerade in dieser Zeit einen erfreulichen Aufschwung, allein die Anzahl derer, denen er zu gute kam, war doch eine im Verhältnis zum ganzen Volke nur sehr geringe, und zudem eignete sich die gelehrte, bei aller Abstraktion aber doch inhaltlich ziemlich dürftige geistige Nahrung, welche von den mathematischen Dozenten ihren Zuhörern vorgesetzt wurde, wenig für Leute, die sich mit den Gesetzen der Zahlenrechnung nicht um ihrer selbst sondern um ihrer Anwendung

$$\overline{hc}^2 = \overline{hg}^2 = \overline{ec}^2 + \overline{eh}^2 = r^2 + \left(r + \frac{r}{4}\right)^2 = \frac{41r^2}{16},\ \overline{dh}^2 = \frac{r^2}{16},$$

$$\overline{dg}^2 = \overline{hg}^2 - \overline{dh}^2 = \frac{40r^2}{16}.$$

Wenn aber $\frac{1}{2}r\pi = \frac{1}{2}r\sqrt{10}$ wäre, so fände sich für π ein ziemlich weit von der Wahrheit abweichender Wert. Man sieht also, dafs aus einer ganz richtigen Prämisse sehr unrichtige Schlüsse gezogen sind.

[1] Beachtung verdient neben einigen Sätzen über Spiegel höchstens die klare Definition eines Strahlenbüschels und eines Parallelstrahlenbündels: »Si lucidum corpus fuerit opposito sibi opaco majus erit umbra pyramis directa atque perfecta. Si vero equale columna. Si minus pyramis eversa et imperfecta.«

auf das praktische Leben willen vertraut machen wollten. Wir werden im folgenden Paragraphen die kärglichen Hilfsmittel schildern, von denen in dem Deutschland des spätern Mittelalters zur Befriedigung solchen Strebens Gebrauch gemacht werden konnte; für jetzt begnügen wir uns, auf eine Reihe von Gesichtspunkten aufmerksam zu machen, denen zufolge der Betrieb des Rechnens und damit auch des Rechnenlernens doch immerhin schon in früherer Zeit ein ziemlich intensiver gewesen sein mufs.

In erster Linie müssen natürlich die Anforderungen in betracht gezogen werden, welche Handel und Verkehr an die sich ihnen Widmenden stellten. Vielfach wurden gewifs die hiezu unter allen Umständen notwendigen Rechnungen in einer so primitiven Weise erledigt, dafs von einer eigentlichen Unterweisung der Adepten abgesehen werden konnte. Hierher gehört vorzugsweise die allem Anschein nach sehr weit verbreitete Kerbenrechnung[1]. Für irgendwie umfänglichere Rechnungen, mochten dieselben auch wesentlich blos aus Additionen und Subtraktionen sich zusammensetzen, reichte selbstverständlich dieses schwerfällige Auskunftsmittel nicht hin; schon im XIII. und XIV. Jahrhundert begegnen wir in den Archiven der Städte gewaltigen Zahlenregistern, zu deren Anfertigung umsomehr eine gewisse Vertrautheit mit Rechnungsoperationen gehört haben mufs, als noch ausschliefslich die unbequeme römische Zahlenschreibung Verwendung findet[2]. Der Handel als solcher bedurfte aller vier

[1] Dafs z. B. zu Anfang des XV. Jahrhunderts noch in einer durch Glanz und Bildung ausgezeichneten Stadt wie Frankfurt a. M. die Rechnungsführung durch Kerben üblich war, läfst sich durch das von Kriegk (Deutsches Bürgerthum im Mittelalter, Frankfurt 1868. S. 194) wiedergegebene Statut der Barchentweberknechte-Bruderschaft erweisen: »Item so wil auch die gemeyn geselschaft, das alle rechenmeyster nit sollenn die kerbenn oder das gelt eynem andern leyhen, das eynem wirt zusteet.« — In unserem Nachbarlande England hat sich bekanntlich das Kerbholz (»tallie«) unglaublich lange als eine wesentliche Unterstützung für die Erhaltung des Staatskredits fortgepflanzt. Hören wir darüber Cantor (Math. Beitr. etc., S. 135): »Wenn man bei einem Kaufmann Gegenstände auf Borg nahm, so wurde der Betrag durch Striche auf einem Holze angedeutet und dieses Holz alsdann der Länge nach gespalten, so dafs von den zwei zusammenpassenden Theilen der Gläubiger den einen, der Schuldner den anderen behielt, somit beide gegen Übervortheilung gesichert waren. Zur besseren Controle der Staatskassenverwaltung wurden nun alle öffentlichen Einnahmen gleichfalls auf solchen Exemplaren angemerkt und im Exchequerhofe aufbewahrt. Erst vor etwa 30 Jahren« — also ungefähr um 1830 — »hörte diese Gewohnheit auf.«

[2] Vgl. hiezu besonders: R. Hoffmann, Die Augsburger Baumeisterrechnungen von 1320 bis 1331 (Zeitschr. d. hist. Ver. f. Schwaben und Neuburg,

Spezies, sowie der Zins-, Prozent-, Mischungs- und Geldwertrechnung in ausgedehntem Maße. Die einem Kinde der Neuzeit unmöglich und unerträglich dünkenden Zollplackereien, durch welche sich unser Vaterland vor seinen Nachbarländern bis ins vorige Jahrhundert hinein unvorteilhaft ausgezeichnet hat, die nicht minder maßlose Verwirrung im Geldwesen hatten wenigstens das gute, dem Handeltreibenden eine nicht unerhebliche Rechenfertigkeit zur unabweisbaren Pflicht zu machen[1]. Dieselbe konnte nur gewinnen durch die Kräftigung der Handelsbeziehungen mit dem Orient und mit Italien als mit Ländern, in denen sich bereits eine regelrechte kaufmännische Arithmetik als ein besonderer Wissenszweig entwickelt hatte; die Kreuzzüge und mehr noch die Züge der hohenstaufischen Kaiser gaben den Anstoß zur Aufschließung Deutschlands nach dieser Richtung hin[2]. In Welschland entstanden die ersten Banken, die Wechsler schlossen sich zu selbständigen Korporationen zusammen, hier begann auch zuerst der Staat an eigentlichen Geldgeschäften sich zu beteiligen, und alle diese Neuerungen begannen von einem Zeitpunkt ab, den man als ungefähr mit dem Jahre 1300 zusammenfallend ansehen mag, auf die deutschen Länder ihre Rückwirkung zu äußern[3]; junge

5. Jahrgang, S. 1 ff.). Die Verbuchung der sehr beträchtlichen Summen, welche einem Stadtarchitekten jener Zeit durch die Hände gingen, vollzieht sich natürlich noch so rückhaltslos einfach wie nur möglich. Das Wort »computare« kommt auch vor, bezeichnet jedoch nicht mehr »Rechnen« im allgemeinen, sondern blos noch Umrechnen aus einer Münzsorte in die andere.

[1] Eine lebendige Schilderung der Zollschwierigkeiten, mit welchen sich beispielsweise der kräftig entwickelte Handelsverkehr längs der Oderlinie abzufinden hatte, findet man in Jastrows »Geschichte des deutschen Einheitstraums und seiner Erfüllung« (Berlin 1885. S. 222 ff.). Ebenda wird darauf hingewiesen (S. 95), daß das südliche Deutschland während des Mittelalters in seinen Handelsbeziehungen der Goldwährung, das nördliche hingegen der Silberwährung huldigte, und daß ein Ausgleich nur mühsam durch rheinische Vermittlung erzielt werden konnte.

[2] Der treffliche Nürnberger Annalist Müllner bemerkt (J. F. Roth, Geschichte des Nürnberger Handels, 1. Theil, Leipzig 1800. S. 21) beim Jahre 1298: »Um diese Zeit fingen die Burger zu Nürnberg an, in fremde Lande Kauffmanschaft zu treiben.«

[3] Wer sich für eine nähere Darlegung der Schwierigkeiten interessiert, mit welchen bei den trüben politischen und namentlich bei den schwierigen Verkehrsverhältnissen des Mittelalters das Zahlungswesen zu kämpfen hatte, findet gute Belehrung bei Hüllmann: Städtewesen des Mittelalters, 1. Theil, Bonn 1826. S. 401 ff. Als erstes und noch heute beliebtes Zahlungsmittel entstand der Wechsel; der älteste Primawechselbrief, ausgestellt in Mailand, zahlbar nach acht Monaten in Lucca, stammt aus dem Jahre 1325; doch soll in Canales Geschichte von Genua ein bereits 1157 niedergeschriebenes Dokument genannt

Kaufleute, die sich daheim die ersten Wissenselemente angeeignet hatten, sandte man zur weitern Ausbildung von nun an immer regelmäfsiger nach dem Süden[1]. Die erste Bedingung für richtigen Kauf und Verkauf ist, wie heutzutage wohl niemand mehr leugnet, das Zugeständnis, dafs in fremde Hände gelegtes Geld durch die aus ihm entfliefsenden Zinsen den Darleiher für seine zeitweilige Besitzentäufserung entschädige, und eben dieses Zugeständnis wurde von der Gesetzgebung, auf welche noch immer die mifsverständlichen Zinsverbote des kanonischen Rechts ihren Einfluſs ausübten, mehr oder weniger bestimmt verweigert[2]. Diese beschränkte Auffassung konnte nur ein doppeltes erreichen, nämlich auf der einen Seite ein Umsichgreifen des Gebrauchs, insgeheim sehr hohe Zinsen zu berechnen, auf der andern Seite aber die Erfindung loyaler Auskünfte, um durch besondere gesetzlich garantierte Einrichtungen den Nachteilen des

sein mit den Worten: »Lire 10 Genovesi prese a cambio conpromessa di pagarle in Tunisi.« Die erste Staatsanleihe kontrahierte 1171 die Republik Venedig (a. a. O., 4. Theil, Leipzig 1829. S. 100 ff.). In Deutschland erscheinen die Geldwechsler erst gegen den Ausgang des XIV. Jahrhunderts hin, so in Nürnberg Anno 1397 (Roth, a. a. O., 4. Theil, Leipzig 1801. S. 286).

[1] Vorzüglich in Augsburg, das ja auch von allen süddeutschen Handelsemporien mit der Lombardei über den damals ungemein viel begangenen Fernsteinpafs die innigsten Handelsverbindungen pflog, gingen die jungen »Kaufgesellen« mit Vorliebe nach jenem Lande als der »Scuola di Marchantani« (Greiff, Beiträge zur Geschichte der deutschen Schulen Augsburgs, Augsburg 1858. S. 26). Ein charakteristisches Beispiel ist jenes des Lukas v. Stetten, von welchem Ruhkopf (a. a. O., S. 142) berichtet.

[2] Eine vielverzweigte Litteratur beschäftigt sich während des XV. und XVI. Jahrhunderts mit diesen verbotenen Geldgeschäften. Nach Muthers Zusammenstellung (Aus dem Universitäts- und Gelehrtenleben im Zeitalter der Reformation, Erlangen 1866. S. 154 ff.) kommen dabei insbesondere die folgenden Schriften in betracht: Die in grofsem Ansehen stehenden »Summae confessiones de casibus conscientiae,« des Franciscus de Platea »Opus de restitutionibus usurarum et excommunicationibus,« des Johannes Nieder »Tractatus de contractibus mercatorum,« des Johannes Lector »La Regle des Marchands,« die Schrift vom Wucher eines gewissen Doktor Kuppener und — last not least — das »Septipartitum opus de contractibus pro foro conscientiae« des Konrad Sumenhart de Claw. Über dieses letztere Werk sowie auch über dessen Autor, der sich u. a. auch durch eine eigentümliche Kosmologie bemerklich gemacht hat, ist zu vergleichen die in Kuglers Tübinger Jubiläumsschrift von 1877 aufgenommene Abhandlung von Linsenmann: Konrad Sumenhart, ein Charakterbild aus den Anfängen der Universität Tübingen (S. 31 ff. S. 43 ff.) — Desgleichen sind noch als zwei bedeutsame Bearbeitungen der Frage, wie sich die Kirche zum Zinsnehmen stellte, die folgenden zu nennen: v. Martens, Versuch einer historischen Entwicklung des Wechselrechts, Göttingen 1797; Endemann, Studien in der romanisch-kanonistischen Wirthschafts- und Rechts-Lehre bis gegen das Ende des XVII. Jahrhunderts, 1. Band, Berlin 1874.

versagten Zinsgewinns zu begegnen. Es ist, wie beiläufig bemerkt werden mag, ein Verstofs gegen die geschichtliche Wahrheit, wenn man den Juden die Schuld, Wucherzinsen einzuführen, aufbürden will[1]; bis zur Zeit der Kreuzzüge liefs man diese harmlosen Handels- und Handwerksleute in Ruhe, und sie selbst schädigten die eingesessene Bevölkerung in keiner Weise, während allerdings später in den hohen Interessen eine Art von Versicherung gegen die periodisch wiederkehrenden Ausmordungen und Austreibungen gesucht worden sein mag. Vermochte doch der Kredit ohne ihr sachkundiges Dazwischentreten niemals die richtige Befriedigung zu finden, mochten auch die Gemeinwesen von sich aus eine Abhilfe zu schaffen trachten und, wie Nürnberg nach der letzten Judenverfolgung von 1498 (nach Stobbe), öffentliche Darlehnskassen ins Leben rufen. Die gesetzliche Umgehung der Zinsverbote bestand in der Entwicklung des Rentenwesens, gegen welches sich der Eifer der Juristen offenbar nur deshalb nicht wendete, weil arithmetische Unkenntnis übersah, dafs hier sogar noch eine bedeutende Steigerung des Zinsennehmens angestrebt wurde[2]. Die letzten Nachklänge der Streitigkeiten über Zins und Zinseszins erkennen wir noch in der zu Anfang des XVIII. Jahrhunderts geführten Polemik über die Berechnung des Interusuriums, wobei Carpzov und Leibniz als die Rufer im Streite figurierten[3].

Jedenfalls geht aus all dem hervor, dafs man in deutschen Kaufmannshäusern des ausgehenden Mittelalters mit der Propor-

[1] Vgl. Güdemann, Geschichte des Erziehungswesens und der Kultur der Juden in Italien während des Mittelalters, Wien 1884. S. 241 ff. Die italienischen Kaufleute waren an hohe Zinsen gewöhnt; 33 % waren in Florenz etwas gewöhnliches, wer nur 20 % nahm, galt für einen sehr anständigen Gläubiger. Stobbe, der gründlichste Kenner des Gegenstandes, bemerkt auch, dafs im XIV. und XV. Säkulum der Prozentsatz zwischen $21\frac{2}{3}$ und $66\frac{2}{3}$ schwankte. (Die Juden in Deutschland während des Mittelalters in politischer, socialer und rechtlicher Beziehung, Braunschweig 1866. S. 106 ff.; s. auch die detaillierte Übersicht der vorkommenden Zinsfüfse, S. 234 ff.).

[2] Zins- und Leibrenten (Leibzucht) wurden aus Oberitalien auch nach Deutschland übertragen, zuerst nach Augsburg und Köln, und zwar ausdrücklich zum Zwecke der »Zinsverschleierung« (Hüllmann, a. a. O., 4. Theil, S. 106 ff.). Die Vorausberechnung solcher Bezüge setzt ein Zuschlagen des jeweils aufgelaufenen Zinses zum Kapital und damit, algebraisch gesprochen, Kenntnis der geometrischen Progressionen voraus, allein leider sind wir über den dazu verwendeten Kalkul gänzlich im unklaren. Die erste Schuldberechnung mit Zinseszinsen ist Breslauer Ursprungs (Stobbe, a. a. O., S. 237); als man in Mainz 1457 den Juden das Nehmen des Zinses vom Zins untersagt hatte, sah man sich noch im nämlichen Jahre gezwungen, das Verbot wieder zurückzunehmen.

[3] Polack, Mathesis Forensis, Leipzig 1734. S. 59 ff.

tions- und Gesellschaftsrechnung gut Bescheid gewufst haben mufs. An direkten Dokumenten für die Bestätigung dieses Wahrscheinlichkeitsschlusses fehlt es leider fast gänzlich, doch freuen wir uns, wenigstens ein authentisches Zeugnis dieser Art hier beibringen und damit eine Lücke ausfüllen zu können, welche in allen historischen Darstellungen früherer Zeit unverkennbar hervortrat[1].

Neben den Bedürfnissen des Handels mufsten sich in arithmetischer Beziehung auch diejenigen der Staatsverwaltung von dem Augenblicke an geltend machen, da man von der rohen Naturalwirtschaft früherer Zeiten zu einer geregelten Geldwirtschaft überzugehen begann. Nach Küster, der die bezüglichen Fragen einem eingehenden Studium unterworfen hat[2], taucht das erste Pro-

[1] G. v. Krefs, Beiträge zur Nürnberger Handelsgeschichte aus den Jahren 1370 bis 1430, Mitteil. d. Vereins f. Gesch. Nürnbergs, 2. Heft, 1880. S. 187 ff. In dieser mehrfach beachtenswerten Note teilt der Verf. nach alten Familienpapieren die Gesellschaftsverträge mit, welche zwischen den Teilhabern einer Nürnberger Grofshandlungsfirma des XIV. Jahrhunderts, d. h. zwischen Heinz Rummel und »den Krefsen« (Mitgliedern der alten Patrizierfamilie Krefs) abschlossen wurden. In das Geschäft wurden neue Kompagnons nicht selten für eine gewisse Zeit aufgenommen, und wenn ein solcher wieder austrat, mufste er natürlich den richtigen Anteil von dem während seiner Mitwirkung erzielten Gewinne empfangen. »Und do die rechnung geschah«, heifst es einmal, »do zalt man Paulus Forchtel sein gelt und wolten sein nit länger in unser gesellschaft haben«. Die Abschlüsse verzeichnen regelmäfsig den Gewinn in Prozenten. Eine zwischen Kunz und Fritz Kress im Jahre 1395 vorgenommene und mit der obrigkeitlich anerkannten Handelsmarke signierte Teilungsrechnung hat folgenden Wortlaut (»westund« = stand zu, gehörte):

»Item wir haben gantze rechnung gemacht an sant barbara obent do man zelt von gotes gepurt 1395 yar und ez westund yedem IᶜXXXI gld. zu gwinn und wir gebunnen alz geltz VIᴹVIᶜIIII gldn daz rechne ich unter uns all nach markzal auz als hernach an dieser zetelen geschriben stet und waz nu fürbaz unser yeklicher yn der geschelschaft lest lygen uber alz daz wir ein haben genomen daz stet auch hernach geschriben got geb uns allen hail und geluk und daz ez uns wol ge an sel und an leib amen.

1395 yar.

Item fritz krefs hat XXᴹ guldein in der geschelschaft.

Item hilpolt krefs hat IIIᴹXVII guldein in der geschelschaft und mein herlin zahl legt jm Xᶜ gld. enpfór.

Item kuntz krefs hat XXIIIIᶜ gld. in der geschelschaft.

Item kraft krefs hat VIIIᶜXIX gld. in der geschelschaft.«

Wenn auch nicht jedes Detail dieser Abrechnung klar ist, so kann es doch keinem Zweifel unterliegen, dafs wir es mit einer nach allen Regeln merkantiler Usance von damals hergestellten Gesellschaftsrechnung zu thun haben. Neben der Art und Weise der Schreibung gröfserer Zahlen möchte auch der Ausdruck Markzahl für Proportion der Beachtung wert sein.

[2] Küster, das Reichsgut in den Jahren 1273—1313 nebst einer Ausgabe und Kritik des Nürnberger Salbüchleins, Leipzig 1883. S. 9 ff. S. 43 ff. Aufser

jekt einer allgemeinen Volksbesteuerung zuerst unter Kaiser Heinrich IV. auf, auch hing dessen Sohn dem Plane an, und unter Otto IV. ward er von neuem aufgenommen. Vom Interregnum an beginnt sich ein immer gröfserer Teil der Naturalgefälle in fixe Geldabgaben umzuwandeln, obwohl der für die verschiedenen Reichsteile sehr abweichende Zinsfufs den Übergang erschwert und auch die unter Rudolf I. einreifsende, aber freilich in den Umständen begründete Borgpolitik sich als ein grofses Hindernis erweist[1]. Indirekt bedingte jedoch dieses System der Pfandverleihung die Ausbildung der Elemente der Staatsrechenkunst, denn während anfänglich noch eine rohe Willkür herrschte und die Nutzung des Pfandgläubigers durch gar keine festen Grenzen eingeschränkt werden konnte, bildete sich doch nach und nach unter dem Drucke der freien Konkurrenz ein wirkliches Rentensystem aus, »dessen Stand einen Mafsstab für die wirtschaftliche Entwicklung eines Territoriums abgibt[2]. Amortisation gab es freilich nur in geringem Umfange, allein es wurde doch wenigstens daran gedacht, und einzelne Finanzbeamte mufsten mit den zur Anfertigung von Voranschlägen und zur Durchführung der bezüglichen Rechnungen notwendigen Kenntnissen ausgerüstet sein. —

Wir überzeugen uns durch einen solchen historischen Rückblick, dafs bei gewissen Kreisen des deutschen Volkes während der zweiten Hälfte des Mittelalters das arithmetische Wissen und Können doch niemals unter ein gewisses — wiewohl nicht sehr hohes — Niveau herabgesunken gewesen sein kann. Da ist denn die Frage berechtigt, auf welchen Altären die Flamme wohl vor dem Erlöschen bewahrt wurde, nachdem, wie wir sahen, die kirchlichen Schulen in der fraglichen Zeit bereits ganz in den Hintergrund getreten, die Stadtschulen elementare und noch dazu seltene Anstalten und endlich die Universitäten schon durch ihre Aufgabe und Organisation von der Mithilfe bei der Lösung jener Aufgabe ausgeschlossen waren. Der

dem ist viel Material enthalten in einem Aufsatze von Zeumer: Die deutschen Städtesteuern, insbesondre die städtischen Reichssteuern im XII. und XIII. Jahrhundert (Schmollers staats- und sozialwissenschaftliche Forschungen, 1. Band, 1. Heft). Dortselbst wird (S. 87) erwähnt, dafs von einer Steuer auf Geld und Geldeswert zuerst 1259 in der niederrheinischen Stadt Neufs die Rede ist.

[1] Was die höchste Stelle versah, machten einigermafsen die Reichsangehörigen wieder gut; unter dem ersten Habsburger erscheinen zuerst feste jährliche Steuersätze in den Städten (Zeumer, a. a. O., S. 123).

[2] Küster, a. a. O., S. 90. In den Reichsherrschaften wurden meistenteils 10% als Norm betrachtet.

nächste Paragraph versucht es, auf die wichtige und anscheinend noch niemals in ihrer vollen Bedeutung erfafste Frage eine so erschöpfende Antwort zu erteilen, als es bei der Unzulänglichkeit der Quellen möglich erscheint.

41

Rechenmeister und Rechenschulen.

Das Verdienst, ein Minimum arithmetischer und wohl auch sonstiger mathematischer Kenntnisse in schwierigen Zeiten von Generation zu Generation fortgepflanzt zu haben, kommt wesentlich jenen ehrsamen Handwerkern der Wissenschaft, den zünftigen Rechenmeistern zu, mit deren Thätigkeit wir uns bereits am Schlusse des zweiten Kapitels zu beschäftigen hatten. Im XII. und XIII. Jahrhundert zwar finden wir von diesen nützlichen Mitgliedern der menschlichen Gesellschaft noch keine Spur vor; damals liefsen eben wohlhabende Eltern ihre Kinder durch einen eigens dazu bestellten Privatlehrer unterrichten, wenn ihnen die benachbarte Stifts- und Stadtschule nicht genügend erschien, und für die Adelsfamilien auf ihren Schlössern bot sich ohnehin keine andere Möglichkeit. Der Hauskaplan (»Burgpfaff«) zählte diesen Unterricht zu seinen Obliegenheiten, wie aus einer Yperner Schulkonvention von 1253 deutlich hervorgeht[1]. Dafs junge Kaufleute in fremden Sprachen unterwiesen zu werden pflegten, ist urkundlich bezeugt[2], und zweifellos wurden dieselben auch von einem erfahrenen Kommis in die Geheimnisse des Zahlenrechnens eingeweiht. Für nicht unwahrscheinlich ist es auch zu halten, dafs aller kirchlichen Verbote unerachtet die geschäfts- und zahlenkundigen Israeliten kaufmännischen Unterricht gaben; die öffentliche Meinung sah nun einmal in ihnen die geborenen Rechenkünstler[3].

[1] Specht, a. a. O., S. 247. »Quicunque burgensium liberos suos seu alios de familia sua manentes in domo propria per clericum suum in domo sua erudiri voluerit, hoc ei licebit, dummodo alios discipulos sub isto praetextu una cum praedictis ipsi clerico non liceat erudire«. Man wollte offenbar verhindern, dafs sich solch isolierter Privatunterricht, zur Schädigung der öffentlichen Anstalten, in ein Privatlehrinstitut verwandle.

[2] Manche interessante Aufschlüsse über feine weltmännische Bildung, wie sie zur Zeit der spätern Staufer gefordert wurde, gibt der »Gute Gerhard« des höfischen Dichters Rudolf von Hohenems (herausgeg. v. Haupt, Leipzig 1840. S. 42 ff.).

[3] Noch zu Ende des XVI. Jahrhunderts gibt der gelehrte Schuppius, der die Bedeutung der mathematischen Wissenschaften wohl erkannt hatte — vgl.

Mit der Zeit ward es nun, wie schon bemerkt, üblich, dafs erfahrene Männer sich in einer gröfseren Stadt niederliefsen, ihre Dienste dem Publikum anboten und eine private Schule eröffneten. Die Behörde kümmerte sich nicht weiter um deren Einrichtung, da sie mit der Begründung der nur für die allerersten Bedürfnisse ausreichenden städtischen Trivialschulen ihre Pflicht genügend gethan zu haben gewifs war. Die erste urkundliche Notiz über einen solchen Privatlehrer, welche wir aufzufinden vermochten, datiert vom Jahre 1409, allein da aus den begleitenden Umständen hervorzugehen scheint, dafs der Chronist durchaus nichts neues und ungewöhnliches meldete, so ist die Annahme erlaubt, dafs schon im XIV. Jahrhundert die Dinge ganz ähnlich gelagert waren. Im genannten Jahre finden wir nämlich dem Protokoll über die Aufnahme neuer Bürger in die Stadt Nürnberg den Vermerk beigefügt[1]: »Jobs Kapfer stulschreiber dedit $1^1/_2$ gulden, ist hynnen erlaubt, dieweil er kint leret.« Dieser erste mit Namen nachweisbare Privatlehrer hat eine Reihe von Jahren hindurch seines Amtes gewaltet[2]. Bald nach seinem Auftreten wird (1417) aus Landshut von einem »deutschen Schuelmeister Kristofferus Hueber« berichtet[3]. So, als Schulmeister oder als Stuhlschreiber, werden die Privatlehrer gewöhnlich bezeichnet; bald findet sich auch der Name Modist dazu, welcher zuerst in Frankfurt a. M. auftaucht und bald die herrschende Benennung wurde[4]. Was den »Stuhl-

über ihn Paulsens vielgenanntes Werk, S. 344 ff. — einem jungen Anfänger folgenden Rat (s. Heilbronner, Versuch einer mathematischen Historie, Frankfurt und Leipzig 1739. S. 36): »Ich will euch das gleichsam in das Ohr sagen, mein lieber Philanderson, begebet euch mit allem Fleifs auf die Arithmetic und sehet, dafs kein Kauffmann oder kein Jud in gantz Frankfurth, in gantz Hamburg, in gantz Amsterdam euch im Rechnen übertreffe ...«

[1] Hegel, Die Chroniken der fränkischen Städte, 2. Band, Leipzig 1864. S. 512.

[2] Im Jahre 1425 wird dem Meister Kapfer von einem Mitgliede der uns bereits bekannten Familie Krefs ein Geschenk verehrt (G. v. Krefs, Das Schenkbuch einer Nürnberger Patrizierfrau von 1416 bis 1438, Anz. f. Kunde deutscher Vorzeit, 23. Band. Sp. 73). Auch auf die soziale Stellung des Schulmeisters fällt ein günstiges Streiflicht, wenn man den Vorfall näher betrachtet.

[3] Den »Modus legendi« Huebers, bemerkenswert wegen seines Prinzips, dem jugendlichen Auffassungsvermögen durch bildliche Darstellung entgegenzukommen, hat Joh. Müller (Quellenschriften und Geschichte des deutschsprachlichen Unterrichts bis zur Mitte des XVI. Jahrhunderts, Gotha 1882. S. 9 ff.) im Druck herausgegeben.

[4] Nach Joh. Müller (Modisten, Anz. f. Kunde d. Vorz., 25. Band. Sp. 233 ff.) kommt in den Frankfurter Beedbüchern von 1422 die nämliche Persönlichkeit jeweils als »Heincze schriber der modiste« und als »Heincze kindelehrer«

schreiber« anlangt, so waren diese schreib- und rechenkundigen Männer zugleich auch kleine öffentliche Notare und Volksanwälte, wie es deren heute noch in Italien und Spanien zu hunderten gibt, Leute also, die ihr Bureau, ihren »Stuhl«, an einem besuchten Orte aufstellten und dort für ihre Klienten gleich auf dem Fleck Bittschriften, Briefe, Fakturen u. s, w. abfafsten. In einer Freisinger Urkunde aus dem Jahre 1555 nennt sich Andreas Helmsauer selbst »deutscher Modist und gemeiner Sachen Schreiber«[1]. Das Wort »Modist« bedeutet ursprünglich einen Kenner der »alamodischen«, d. h. modernen Schreibkunst, der mehr und mehr die alten Schriftzüge verdrängenden Kanzleischrift; dafs aber Kalligraphie und Rechenkunst stets Hand in Hand gehen müfsten, das war ein feststehender und wirklich gar nicht so übler Grundsatz des ganzen XIV., XV. und XVI. Jahrhunderts, der sich u. a. auch in der 1559 erlassenen neuen württembergischen Kirchenordnung sehr bestimmt ausspricht[2]. Die Beispiele für die Verbindung zwischen Rechnen und Schreiben liefsen sich, wenn es darauf ankäme, leicht häufen; während des ganzen XVI. und bis tief ins XVII. Jahrhundert hinein ist z. B. in Nürnberg diese Vereinigung gewissermafsen ein Bestandteil der geltenden Gewerbeordnung, und auch im fernen Elbing war um 1546 der preufsische Historiker Falk zugleich als »Schreib- und Rechenmeister« angestellt, von wo er später in ganz derselben Eigenschaft an die Kneiphöfsche Schule zu Königsberg überging[3]. Vereinigung der verschiedensten Ämter und Lehraufträge in Einer

vor, so dafs also schon in dieser frühen Zeit zwischen Schulmeister und Modist kein Unterschied gemacht wurde. Ganz sichergestellt ist die Identität der beiden Heinz allerdings nicht.

[1] Joh. Müller, der diese Angabe beibringt, erzählt auch (a. a. O., S. 352 ff.), dafs im sächsischen Freiberg der »Ratsstuhlschreiber« noch bis 1830 zum Unterrichtgeben im Lesen, Schreiben und Rechnen verbunden war.

[2] Die bezügliche Stelle wird von Palmer in seinem Artikel »Modisten« der Schmidschen Enzyklopädie (4. Band. S. 831 ff.) mitgeteilt. Sie lautet: »Dieweil an guten Handschreibern und Rechnern bei unsrer Landschaft Städten und Stadtschreibereien nicht kleiner Mangel, und dannach Uns und dem gemeinen Nutz, auch guter Haushaltung nit wenig daran gelegen seyn will: demnach wöllen wir, wie solches Unser geliebter Herr Vater seligen Gedächtnifs verordnet, dafs von unsern Kirchenräthen drei fromme, christliche, gottseifrige teutsche Schulmeister, die von der Hand gute Modisten und Schreiber, auch mit der Feder und auf der Linien zu rechnen geschickt und fleifsig seien, verordnet werden sollen«.

[3] Töppen, Christoph Falks Elbingisch-Preufsische Chronik und Lobspruch der Stadt Elbing, Leipzig 1879. S. auch die Nachrichten über Chr. Wiltvogel in Koldeweys erstem Bande der »Monum. Germ. Pædagog«, S. 120 f.

Person ist eben die Signatur des Mittelalters, möglichst weit getriebene Arbeitsteilung diejenige der Neuzeit.

Wenigstens für Eine Stadt, und zwar für diejenige, welche geistig unter ihren Schwestern im römischen Reiche deutscher Nation wohl die höchste Blüte erreichte, können wir ohne erhebliche Lücke vom Beginne des XV. Jahrhunderts bis zum Jahre 1525, mit welchem unsere Arbeit abschliefst, die Reihe der Vorsteher von Privatrechenschulen feststellen[1]. Der erste derselben ist der uns bereits bekannte Kapfer, von dem zwar nicht ausdrücklich berichtet wird, dafs er auch Rechenlehrer war, allein von einem Stuhlschreiber kann dies eben als selbstverständlich gelten[2]. Kapfers Nachfolger war aller Wahrscheinlichkeit nach Michael Joppel, denn dafs ersterer 1425 noch lebte, haben wir eben erfahren, und Joppel wird im Jahre 1457 bereits als ein »berühmter Rechenmeister« genannt[3].

[1] Für die Zeit von 1525 ab bieten alle wünschbaren Nachrichten die Schriften von Schultheifs (Geschichte der Schulen in Nürnberg, 2. Heft, S. 24 ff.) und von Doppelmayr (Von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern, S. 156 ff.), allein gerade für die ältere Periode lassen uns diese Repertorien fast ganz imstiche. Einen guten Ersatz bietet uns dafür der zehnte Teil in v. Eitelbergers »Quellenschriften zur Kunstgeschichte und Kunsttechnik des Mittelalters und der Renaissance«, worin (S. 1 ff.) Lochner eine kritische Ausgabe der Neudörferschen Biographiensammlung liefert (Des Johann Neudörfer, Schreib- und Rechenmeisters zu Nürnberg, Nachrichten von Künstlern und Werkleuten daselbst aus dem Jahre 1547, Wien 1875). Mit diesen »Nachrichten« hat es aber folgende Bewandtnis. Ihr Verfasser, geb. 1497, hatte einen guten Schulunterricht genossen, privatim sogar Unterricht in der Algebra empfangen und sich, einem 1524 ausgefertigten Verkaufsbriefe zufolge, bereits in diesem jugendlichen Alter als Modist in seiner Vaterstadt habilitiert. Im Alter von fünfzig Jahren stellte er das für die Nürnberger Kunst- und Gewerbegeschichte bei all seiner Trockenheit unschätzbare Werkchen zusammen, dessen Wert durch die auf mühsamen Urkundenstudien beruhende Revision Lochners noch wesentlich erhöht wird. Von Seite 181 dieser Ausgabe an beginnen die Lebensbeschreibungen der Rechenmeister. Einer von Neudörfer unbenützten Quelle, der wir eine nicht unwichtige Ergänzung zu seinen Notizen entnehmen, wird gleich nachher gedacht werden.

[2] Wie es in dieser zur Zeit urkundlich ältesten Privatschule aussah und herging, läfst sich freilich nur vermuten. Äufserlich wird der Gegensatz gegen die älteren Schulen, z. B. die Klosterschulen (s. o. § 11) kein sehr grofser gewesen sein, auch schrieben wohl immer noch die Schüler viel seltener auf Papier oder Tierhaut als auf Wachs- und Holztäfelchen, die teilweise noch im XVI. Jahrhundert zum Schul-Inventar gehörten (Müller, Quellenschriften etc., S. 208 ff.). Holbeins Abbildung einer Baseler Privatschule (a. a. O., S. 321) stellt wahrscheinlich kein Individuum sondern einen Typus dar. Wegen der Schuldisziplin vgl. auch § 16.

[3] Auf Joppel ward erstmalig hingewiesen von Dr. A. v. Scheurl, emeritiertem Professor der Rechte an der Universität Erlangen, in einer Skizze des

Dessen Sohn Johann Joppel setzte das väterliche Geschäft fort und hielt eine gleichfalls von den Angehörigen der besseren Stände besuchte »deutsche« Schule[1]. Schon um diese Zeit, also im letzten Viertel des XV. Jahrhunderts hatte sich aber das Privatschulwesen in Nürnberg ganz kräftig entwickelt, was sich hauptsächlich daran erkennen läfst, dafs die Kinder nach Erreichung einer gewissen Stufe von dem einen Institut zum andern übergehen. Auf der einen Seite machte sich mehr und mehr das Bedürfnis nach höherer Bildung geltend, und auf der andern erkannten die Routiniers des Lehrfaches auch deutlich, dafs die Thätigkeit des Lehrers lohnend werden könne. Neben Johann Joppel wirkten im letzten Viertel des XV. Säkulums als Rechenmeister in Nürnberg noch Leonhard Vogel aus Koburg, Bernhard Hirschfelder aus Nördlingen und Ruprecht Kolberger, anscheinend ein geborner Nürnberger. Der erstgenannte scheint ein höchst geschickter Mensch gewesen zu sein[2].

Lebenslaufs eines seiner Ahnen, welche derselbe in einer Sitzung des Vereins für die Geschichte der Stadt Nürnberg entwarf. Auf nähere Erkundigung des Verf. hin erhielt derselbe durch die Güte des Herrn v. Scheurl einen Auszug aus dem höchst merkwürdigen »Scheurl-Buch«, in welchem der bekannte Ratskonsulent Christoph Scheurl (um 1520) die Geschichte seines Geschlechts handschriftlich niedergelegt hat. Der Vater dieses berühmten städtischen Politikers, der gleichfalls Christoph hiefs, stammte aus Breslau, erhielt aber seine Erziehung gröfstenteils in Nürnberg und eben über diesen Abschnitt seiner Lebensgeschichte berichtet der Sohn das nachstehende: »Christof Scheurl ward 1457 hieher gen Nürnberg geschickt und Michel Joppeln, einem berühmten Rechenmeister, etliche Jahr in die Kost gelassen, von dem er die Kunst des Rechnens kürzlich und dermafsen begriff, dafs er den andern Jungen etwann in Abwesen und aus Befehl des Meisters fürgab« — d. h. Aufgaben stellte — »sie verhöret und, wo sie fehlten rupfet und strafet, des er eine Freud hätt und ihm wohlgefiel«. Diese sonderbare Pädagogik, die leider selbst heute noch in unsern Volksschulen nicht gänzlich ausgerottet ist und allerdings dem Lehrer eine sehr weitgehende Erleichterung gewährt, scheint im Mittelalter als etwas ganz selbstverständliches gegolten zu haben; vgl. dazu auch Möhsens »Geschichte der Wissenschaften in der Mark Brandenburg« (1. Theil, Berlin und Leipzig 1781. S. 161), wo ähnliches auch von den älteren Berliner Schulen zu lesen ist. Chr. Scheurl der ältere mufs jedoch immerhin etwas namhaftes bei Joppel profitiert haben, denn sein Sohn sagt (fol. 146 des Familienbuchs) von ihm: »Er vertrat einen fleifsigen, feinen Buchhalter und überbehenden Rechner, desgleichen schwerlich in die Schau kam. Sobald er das Gehalt eines Stück Silber höret, wufst er die Kaufsumma im Sinn zu rechnen, desgleichen rechnet er auf einmal und mit wenig Ziffern, wie viel feyn drey oder vier Stück Silber hielten, obwohl der Gehalt unterschiedlich was«. In seiner Eigenschaft als Grofskaufmann und Verwalter von Silbergruben werden Scheurl diese seine Rechenfertigkeiten allerdings sehr zu statten gekommen sein.

[1] Dies gibt am erwähnten Orte Chr. Scheurl der jüngere an.

[2] Das Scheurl-Buch gibt fol. 77 nähere Auskunft über diesen Vogel. Er

Hirschfelder und Kolberger reichten sich in ganz ähnlicher Weise die Hand, wie der jüngere Joppel und Vogel; der eine besorgte mehr die elementare, der andere mehr die etwas höhere Unterweisung[1]. Damals kam für gewisse Rechenmeister der Name Guldenschreiber auf; Hirschfelder wurde so genannt und gleicherweise Hans Grabner, der uns in das neue Jahrhundert hinüberführt. Woher der sonderbare Titel rührt, ob vielleicht daher, dafs diesen Männern die Lektion mit einem Gulden bezahlt wurde[2], mufs unentschieden bleiben. Hans Grabner, den viele dem »alten« Guldenschreiber vorzogen, fiel als tapferer Verteidiger seiner Heimat und zum grofsen Leidwesen des ihn hoch schätzenden Markgrafen Friedrich von Brandenburg-Culmbach in dem Treffen bei Nürnberg (1502), welches durch Friedrichs Sohn Kasimir mutwillig heraufbeschworen worden war. »Nach ihm«, so berichtet Neudörfer[3], »nahm Caspar Schmid seine Wittib und befleifsiget sich in seines Vorfahren Künsten also, dafs er nun lange Zeit her für einen guten Rechenmeister und Schreiber (bei dem ich auch anfangs rechnen und schreiben gelernt habe) gehalten wird.« Die letzten uns bekannten Rechenmeister aus der für uns in betracht kommenden Zeit sind Alexius Birbaum, der 1516 Küster an der St. Lorenzkirche wurde, vorher aber mehrere Jahre lang eine öffentliche Rechenschule gehalten hatte, dann Bartholomaeus Zolcher und Konrad Glaser, dieser letztere ein Mann von äufserst bewegtem Leben[4]. Die Folgezeit liegt aufserhalb der diesem

war von der Familie Scheurl aus Dresden ganz zu dem Amte eines altrömischen »Paedagogus« berufen worden, der die Knaben des Hauses in die Schule zu begleiten und ihnen private Nachhilfe zu geben hatte. Im Hinterhause des alten Scheurl gründete er nachmals eine lateinische und Rechen-Schule für Vorgerücktere; freundlichen Verkehr pflog er mit dem Astronomen Walther, Regiomontans trefflichem Freunde, von welchem er »kriechisch« schreiben lernte. Später ist Vogel als Buchhalter in das Fuggersche Geschäft eingetreten.

[1] S. Lochner, Geschichtliche Studien, Nürnberg 1836. S. 70. Ein junger Patrizier, Christoph Fürer, erzählt aus seiner Jugendzeit, er sei zunächst in die (städtische) Schule beim Spital geschickt worden (s. o. §. 23), sein nächster Lehrer sei der »Guldenschreiber« gewesen, und dann habe man ihn dem Rechenmeister Kolberger übergeben. Dieser Guldenschreiber ist eben der aus Schwaben eingewanderte Hirschfelder, der zuerst 1482 nur für zwei Monate in Nürnberg leben und lehren durfte, später aber als Bürger aufgenommen ward (Lochner, Neudörfers Nachrichten, S. 182).

[2] Diese Hypothese stellt Lochner (a. a. O.) auf, allein es ist doch schwer denkbar, dafs eine Privatstunde damals so hoch honoriert worden wäre.

[3] Lochner, Neudörfers Nachrichten, S. 181 ff.

[4] Ibid. S. 183 ff. Glaser war von Hause aus Geistlicher, trat zur Refor-

Buche gesteckten Grenzen, doch wird in Note [1] der geschichtlichen Kontinuität halber auf die Weiterbildung des privaten Schulwesens während der nächsten hundert Jahre noch etwas näher eingegangen. —

Sehr zu wünschen wäre es, dafs wir über andere Orte, an denen doch die Verhältnisse ähnliche gewesen sein müssen, ebenso genaue Nachrichten hätten wie über Nürnberg. Doch müssen wir uns da notgedrungen auf Einzelheiten beschränken. Aus dem Anfang des XVI. Jahrhunderts werden uns z. B. von Augsburg zwei Namen dort thätig gewesener Rechenmeister, Koegel und Boeschenstein — letzterer aus Eßlingen gebürtig —, berichtet, die beide im Jahre 1514 ihre Rechenbücher drucken liefsen; von 1528 ab sei dann eine wahre Flut von Rechen- und Tarifbüchlein aus den Augsburger Pressen hervorgegangen[2]. In Bamberg scheint Heinrich Petzensteiner, ein geborener Nürnberger, gewirkt zu haben, wenigstens veröffentlichte er in erstgenannter Stadt sein Lehrbuch, das uns noch Stoff zu eingehender Besprechung gewähren wird[3]; in Eger war ein be-

mation über und heiratete; in eine Kriminaluntersuchung gezogen, brachte er längere Zeit im Gefängnis zu, und es ist nicht recht ersichtlich, wie er später wieder in geordnetere Verhältnisse kam. Jedenfalls findet sich 1546 im Todtenregister vermerkt: Herr Conrad Glaser, Rechenmeister zu St. Katharina.

[1] Von 1500 an prägt sich der Gilde-Charakter der Nürnberger Rechenmeisterei immer deutlicher aus, und so gibt es denn von da an auch ganz genaue Aufzeichnungen über die einzelnen Zunftangehörigen. In der Zeit nach Neudörfer treten (s. Schultheifs, a. a. O., 2. Heft, S. 24 ff.) folgende bedeutendere Vertreter hervor: Johannes Fabricius (um 1550), Heinrich Hoffat (um dieselbe Zeit), Wolfgang Fugger (wenig später), Nikolaus Werner, der 1561 ein »Rechenbuch von der welschen Practick auf allerley Kaufmannshändel, und sonderlich soviel der Nürnberg. Landesart und Brauch belangt« herausgab, ferner Augustin Wildsau, Johannes Heer, der seine Schule um 1590 eröffnete und beim Rate die Anordnung eines staatlichen Examens auch für die Privatlehrer erwirkte, Leonhard Wirsik, von dem 1594 ein Rechenbüchlein erschien, Ulrich Hoffmann, Joachim Schramm, Sebastian Kurtz, Peter Roth und andere mehr. Von diesen haben sich die beiden letztgenannten auch als Mathematiker einigen Ruf verschafft: Kurtz — oder wie er sich selbst nennt, »Sebastianus Curtius, Rechenmeister und verordneter Visitator der teutschen Schulen in Nürnberg« — durch seine deutsche Bearbeitung eines geodätischen Handbuchs der Niederländer Sems und Dou (Kästner, Gesch. d. Math., 3. Band, S. 291 ff.) und Roth durch seine Untersuchungen über magische Quadrate (Doppelmayr, a. a. O., S. 165 ff.). Dafs man dazumal den Volksschullehrern schon etwas zuzumuten wagte, beweisen Heers »Arithmeticae et geometricae quaestiones« (Nürnberg 1616), die eben ausgesprochenermafsen für die erwähnte Prüfung vorbereiten sollten.

[2] Greiff, Beitr. z. Gesch. d. deutschen Schulen Augsburgs, S. 132.

[3] Gerhardt, Gesch. d. Math. in Deutschland, S. 29 ff.

kannter Schriftsteller, Johannes Widmann, thätig. Auch im Auslande gab es Rechenmeister, deren Stellung dem Staate und dem Publikum gegenüber völlig mit derjenigen ihrer deutschen Kollegen übereinstimmte; erinnert sei nur an De la Roche in Lyon (s. o.) und an Valentin Mennher aus Kempten, der sich in Belgien niederliefs, dort als der »Alleman« eine geachtete Stellung erlangte und 1556 eine Anleitung zur Ziffernrechnung »dem Rate der hochloblichen und weitberuembten Stadt Anttorff« widmete[1]. Nicht selten bekleidete ein geschätzter Rechenmeister noch irgend ein Gemeindeamt, so war Jakob Koebel, ein fruchtbarer arithmetischer und auch juristischer Schriftsteller, zugleich Stadtschreiber in Oppenheim, und der berühmteste aller deutschen Rechenkünstler, Adam Riese, ein Mann, mit dessen Namen selbst heute noch im Volksmunde die Meisterschaft des Rechnens verbunden ist, mufste sich sein Brod durch Arbeit in den Bureaux der sächsischen Bergwerksverwaltung verdienen[2]. Ausnahmsweise nur liefsen sich Gelehrte von Fach zur Erteilung des Rechenunterrichts herab, doch kam es ebenfalls vor, wie in § 38 an dem Beispiele Lichts und Stromers dargethan ward.

42

Die Rechenbücher in der Zeit von 1450 bis 1525.

Die bibliographische Übersicht dieses Paragraphen knüpft naturgemäfs an jene an, mit welcher wir von den beim akademischen Unterrichte gebrauchten arithmetischen Lehrmitteln Rechenschaft ablegten. Dafs ein so kurzes und auf das absolut unentbehrliche sich beschränken-

[1] Treutlein, Das Rechnen im XVI. Jahrhundert, S. 13.

[2] Die Biographie Adam Rieses, dessen Name in der schwankenden Rechtschreibung der Zeit auch in den Formen Ryse, Rise, Ris erscheint, steht seit dem Erscheinen der beiden Programmabhandlungen von Berlet (Über Adam Riese, Annaberg 1855; Die Cofs von Adam Riese, ibid. 1860) auf festen Füfsen. Geboren 1492 zu Staffelstein in Oberfranken, wanderte Riese nach Sachsen aus und war von 1528 an in dem erzgebirgischen Städtchen Annaberg zuerst als »Rezefsschreiber« und nachher als »Gegenschreiber« beschäftigt; auch eröffnete er daselbst eine besuchte Privatschule. Sein zweiter Sohn Isaak trat in des Vaters Fufstapfen und liefs 1580 zu Leipzig »Ein neues nutzbar gerechnetes Rechenbuch auf allerley Handtirung nach dem Centner- und Pfundgewicht« im Druck ausgehen. — Über Rieses didaktische Verdienste wird im Texte selbst einiges gesagt werden, doch enthalten wir uns absichtlich näheren Eingehens auf seine schriftstellerische Thätigkeit, weil die »Monumenta Paedagogica« mit Recht diesem hochachtbaren Lehrer des deutschen Volkes durch eine besondere Publikation den Zoll des Dankes darzubringen beabsichtigen.

des Buch wie dasjenige Peurbachs auch bei den Rechenmeistern Anklang finden mufste, läfst sich füglich nicht bezweifeln. Daneben dürften natürlich noch geschriebene Hefte, die sich von Hand zu Hand, von Geschlecht zu Geschlecht fortpflanzten, beim Unterrichte gebraucht worden sein[1].

Die Anzahl der noch im Laufe des XV. Jahrhunderts gedruckten Lehrbücher der theoretischen und praktischen Arithmetik ist nur gering; drei derselben sind wir nur auf Grund fremder Angaben zu verzeichnen in der Lage[2]; ein viertes, das 1499 zu Deventer erschienene »Enchiridion Algorismi«, scheint sogar nur noch in einem einzigen Exemplare vorhanden zu sein[3]. Das älteste in italienischer Sprache gedruckte Rechenbuch ist dasjenige des Pietro Borgo, von welchem wir Venetianer Ausgaben (1482, 1484, 1488, 1489) haben, und

[1] Ein solches Manual eines Rechenmeisters der Reformationsepoche ist zweifellos das in Maihingen befindliche Manuskript mit der Aufschrift: Künstlicher Rechnung lustiger Exemplen, mancherley schöner rögeln auf Linien und Zifern vormal nie gesehen. Das ist eine offenbar zum Schulgebrauch angelegte Sammlung von Beispielen.

[2] Wir entnehmen die Nachricht von der Existenz dieser Bücher dem bereits früher (in Kap. IV.) zitierten Katalog der von dem grofsen Geometer M. Chasles nachgelassenen, an Seltenheiten geradezu überreichen Privatbibliothek. Die drei im Texte gemeinten Bücher sind diese: Arithmetica Boethii, impressa per Erhardum Ratdolt viri solertissimi eximia industria et imprimendi arte, qua nuper Venetiis, nunc Auguste excellet nominatissimus; Algorithmus linealis cum pulchris conditionibus regule de Tri ... exemplis idoneis recte sicut in scolis Nurnbergensium Arithmeticorum docetur (Leipzig; bei M. Lotther, ohne Jahrzahl, doch dem Anscheine nach um 1495 gedruckt); Arithmetica summa tripartita Magistri Georgii de Hungaria (1499, ohne Druckort, wahrscheinlich holländischer Provenienz). Wenn das zweite dieser drei Bücher auf die Vermutung führen könnte, dafs man es wirklich mit einem Produkte Nürnbergischer Schulpraxis zu thun habe, so glauben wir doch diese Annahme abweisen zu müssen. Dieser Titel ist unsers Erachtens blofs auf die Reklame berechnet weil eben mit Grund Nürnberg als der Sitz der besten Rechenmeister galt. Auch Lichts Buch (s. o. § 38), das nachweislich aus den akademischen Kreisen Leipzigs hervorging, hat auf seinem Titelblatte wörtlich dieselbe Andeutung bezüglich des Nürnberger Vorbilds und in seinem Vorworte eine ausdrückliche Verwahrung gegen diejenigen, die »Nurenbergensium Arithmeticorum imitationem improbant«. Überhaupt ist die Übereinstimmung des von Chasles verzeichneten Traktats mit dem ebenfalls bei Lotther gedruckten Algorithmus Lichts eine so grofse und augenfällige, dafs man letzteren für eine Neuauflage des älteren Werkchens halten mufs. Der Katalog führt auch einen Leipziger »Algorithmus linealis« von 1510 an (a. a. O., S. 212), während das von Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 84 ff.) beschriebene Exemplar des Lichtschen Buches erst von 1513 datiert.

[3] Wir entnehmen diese Nachricht, dafs das Enchiridion nur noch in der Oxforder Bibliothek sich finde, der sorgfältig und liebevoll gearbeiteten Abhandlung Joh. Müllers »Die ältesten deutschen Rechenbücher« (Deutsche

bald nachher ward die italienische Litteratur durch das treffliche Werk des Bruders Luca Pacioli (1494) bereichert, welches zwar schon höhere wissenschaftliche Ziele verfolgte, aber gerade dadurch auch die praktische Rechenkunst und deren Anwendungen auf Fragen des täglichen Lebens tüchtig förderte[2].

Blätter für Erziehung und Unterricht, 6. Jahrgang, S. 69 ff.), welche uns auch im folgenden noch öfter zur Richtschnur dienen wird.

[2] Das Werk Paciolis, in gotischen Lettern 1494 zu Venedig gedruckt, führt den Titel: Summa de Arithmetica Geometria Proportioni e Proportionalita. Wegen des Autors ist § 34 zu vergleichen; von einer zweiten Schrift des verdienten Mannes wird weiter unten zu reden sein. Inhaltsanalysen der »Summa« geben Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 65 ff.) und Libri (Histoire des sciences mathématiques en Italie, Tome III., Paris 1840. S. 133 ff.). Soll mit kurzen Worten das wesentlichste des reichen Inhalts ausgehoben werden, so sei gesagt, dafs unbestimmte Gleichungen vom zweiten und sogar vom vierten Grade, Summationen gewisser Zahlenreihen, eine Tabelle der vollkommenen Zahlen (welche ihrer Teilersumme gleich sind), die Summenausdrücke für $(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2)$, sowie für $(1^3 + 2^3 + \ldots + n^3)$, eine ausgebildete Technik der Bruchrechnung, die arithmetischen und geometrischen Progressionen, die Regula falsi, geometrische und stereometrische Berechnungen aller Art, ja sogar die Anfänge des Wahrscheinlichkeitskalkuls darin enthalten sind; recht gelungen sind die Probabilitätsbetrachtungen freilich nicht und auch nicht völlig neu, da schon in einem 1477 zu Venedig gedruckten Kommentar zu Dante von mehr oder minder wahrscheinlichen Würfen mit zwei Würfeln — das dabei gebrauchte Wort azaro, schwierig, ward später in hasard umgeformt — sowie auch sogar mit drei Würfeln ganz zutreffend gesprochen wird (Cantor, Das Gesetz im Zufall, Berlin 1877. S. 7). Von entschiedenstem Einflusse auf die nordischen Nachbarn ist Paciolis Abrifs der Handelsarithmetik geworden, in welchem uns zuerst die doppelte Buchhaltung in systematischer Form begegnet; ob Bruder Lucas ein im Jahre 1481 zu Florenz erschienenes »Libro di mercantie et usanze di paesi« nur ausgenützt oder am Ende gleichfalls selbst verfafst hat, ist nicht zu entscheiden. Übrigens war der vervollkommneten kaufmännischen Buchführung schon durch die während des Mittelalters in England und dessen französischen Provinzen (Poitou, Gascogne) übliche schachbrettförmige Buchhaltung vorgearbeitet worden, von welcher Cantor (Math. Beitr. etc., S. 134 ff.) ein Bild entwirft; in England entwickelte sich überhaupt aus naheliegender Ursache der Sinn für rationellen Betrieb des Handelsgeschäfts schon frühe, wie u. a. eine von Halliwell (Rara Mathematica, S. 72) reproduzierte Tafel für die Geldrechnung aus dem XV. Jahrhundert (»This es tabil marchaunte for alle manere acountes«) beweisen mag. Sehr eindringende Studien über Paciolis Verdienste um die Förderung der Merkantiltheorie findet man niedergelegt in den folgenden beiden Schriften von E. L. Jäger: Der Traktat des Lucas Pacioli von 1494 über den Wechsel, Stuttgart 1878; Lucas Pacioli und Simon Stevin, nebst einigen jüngeren Schriftstellern über Buchhaltung, ibid. 1876. In der erstgenannten wird gezeigt, wie Bruder Lucas durch seine noch heute nicht ganz unwirksam gewordene Einteilung der bezüglichen Verträge in »cambio communes«, »cambio reale« (Tratte), »cambio secco« und »cambio fittivo« die Lehre vom Wechsel auf eine wissenschaftliche Basis zu stellen sich bemühte, und dafs ihm dies auch viel besser gelang, als

Im Jahre 1483 hat das erste deutsch geschriebene Lehrbuch des Rechnens das Licht der Welt erblickt; sein Verfasser (s. o.) war Heinrich Petzensteiner, ein Faktor des bekannten Buchdruckers Sensenschmid[1]. Man hatte diese merkwürdige arithmetische Inkunabel gänzlich aus den Augen verloren, bis Gerhardt (s. o. in Kap. IV) auf sie die Aufmerksamkeit lenkte, allein auch ihm war dieselbe nicht durch eigene Anschauung, sondern nur durch eine in Wellers »Nachricht von alten mathematischen, besonders zur Meßkunst gehörigen Büchern, die in deutscher Sprache geschrieben sind« (Hamburg 1856) übergegangene Notiz bekannt geworden. Umsomehr müssen wir Joh. Müller (s. o. Note 3 auf Seite 301) für dessen auf gründlicher Autopsie beruhende Schilderung dankbar sein. Das Büchlein besteht aus 77 unsignierten Blättern nebst einem das Vorwort ersetzenden Register von ganz interessantem Wortlaut[2]. Müller

dem Dominikaner Vio, der 1499 mit einem ähnlichen Versuche hervortrat. Als Begründer der doppelten Buchhaltung stellt sich uns Pacioli in Jägers Monographie, welche die bezüglichen Partien seines Werks in deutscher Übersetzung bringt, ohne allen Zweifel dar; der Gegensatz von Soll und Haben, die Führung mindestens dreier gesonderter Bücher, des »Memorials«, »Journals« und der »Strazze«, endlich die Bilanzziehung in geordneter Form (s. besonders a. a. O., S. 84 ff.) sind Paciolis geistiges Eigentum, oder er hat doch wenigstens, was einzelne Handelsherren vielleicht halb instinktiv schon für ihre Bureaux angeordnet hatten, erstmalig systematisch und im gehörigen Zusammenhange der einzelnen Punkte abgehandelt. — Einzelne Aufgaben Paciolis sind direkt dem deutschen Besitzstande an Rechnungsbeispielen einverleibt worden, freilich nicht immer mit der richtigen Lösung. Dazu gehört z. B. die Forderung, einen Zylinder (Schleifstein) in drei gleiche und koachsiale Körper zu zerlegen; dieselbe findet sich in dem »Rechenbuch« des Eisfeldischen Rechenmeisters Helmreich (Leipzig 1595) und noch vierzig Jahre später bei Schwenter (Deliciae physico-mathematicae, Nürnberg 1636) als 44. Aufgabe der zweiten Abteilung.

[1] Vgl. hiezu: Falkenstein, Geschichte der Buchdruckerkunst in ihrer Entstehung und Ausbildung, Leipzig 1856. S. 151 ff.

[2] »Hie nach folget dz Register dises Rechenpuchleins nach seinen Capiteln und was in einem yzlichen begriffen. Hierumb den fleyfsigen merckern« — Rezensenten — »das mit gantzen fleys ersucht mit seinen Caconen (?) und Exempeln nachvolgende und ob yndert eyn ciffern oder mer verkert were. wil ich entschuldigt sein oder zu vil oder zewenig weren was du gar leichtlich durch die obgemelten Canones und ir regel finden magst alle rechnung in diesem puchlin. Auch ein iglicher in teutschem Lesen und in ciffern erfaren mag an alle unterweyssung vor im selbs soliches gelernen und garvil als dan in welschen. teutschen. und andern landen in allen kauffschlagen oder kauffmanschatz wie die genant seyn not zu wifsen ist alles ander defs gleych magst (an allen zweyffel) vinden. und magst auch solichs alles nach den rechnungen der ciffern der Tolleten. Auch der linien machen also das du fleyfsig merckest wie du die rechnung mit der feddern oder kreyden machest das du die pfennig in gleycher weyfs legest . . .«

zieht nämlich daraus den sehr plausibeln und durch eine ganze Reihe weiterer Belege[1] gestützten Schluſs, daſs der Rechenlehrer die Kenntnis der Ziffern, als schon in der Schreibschule — und somit wohl in sehr vielen Fällen durch ihn selbst — beigebracht, beim Beginne des arithmetischen Unterrichts voraussetzte. Von Petzensteiners Behandlung der Spezies gedenken wir in § 43 ein paar Proben zu geben. Die Bruchrechnung wird rein praktisch geübt; Aufsuchung des Generalnenners für eine gröſsere Anzahl von Summanden kennt der Verfasser nicht, sondern er addiert einfach zunächst den ersten und zweiten Bruch, zum Resultate dann den dritten u. s. w. Unter den gegebenen Regeln für spezielle Dinge ist diejenige »Vom wandern« bemerkenswert, weil sie die Summation einer arithmetischen Reihe und die Auflösung einer algebraischen Gleichung in sich schlieſst[2]. Das Buch ist im ganzen in einer leicht verständlichen Schreibart gehalten, sowohl zum Selbst- als auch zum Schulunterricht bestimmt (s. das Register) und gibt ein recht deutliches Bild von dem Stande der elementaren Arithmetik am Ausgang des Mittelalters. Müllers Ansicht nach wäre das Werkchen vielleicht an der Stadtschule zu Zwickau eingeführt gewesen, aus dessen Ratsbibliothek er diese bibliographische Seltenheit erhalten hatte, und wirklich hat diese Annahme manches für sich (vgl. die Details des Zwickauer Lehrplans in § 23).

Sechs Jahre nach Petzensteiner erschien ein zweiter deutscher Rechenmeister auf dem Plan, Johannes Widmann von Eger, ein Mann, der zwar selbst dem Gelehrtenstande angehörte[3], in seinem

[1] Sehr viele Elementarbücher und Lesefibeln der hier in Frage kommenden Zeit, die an sich gar nichts mit dem Rechnen sich zu schaffen machen, enthalten doch Anweisungen zum Lesen der Ziffern und zum Numerieren dekadischer Zahlen. Dahin gehören Melanchthons »Enchiridion elementorum puerilium« (1524), das »Bökeschen vor de leyen unde kinder« (1525), Kolrofs' »Enchiridion tütscher Orlographi« (1530), Ickelsamers »Rechte weis auffs kürzist lesen zu lernen« (1534), Fuchspergers »Leeskonst« (1542).

[2] Müller, a. a. O., S. 87 ff. »Es sein zween gesellen die gend gen rum. Eyner get alle tag 6 meyl der ander geth an dem ersten tage 1 meyl an dem andern zwue etc. unde alle tag eyner meyl mer dan vor. Nu wildu wifsen in wievil tagen eyner als vil hat gangen als der ander. So nim die zal zwir die der gleych geht. Der wirdet 12 und dar von thu die meyl die der an dem ersten tag ging der ungleych get. Also beleybt den noch 11 meyl so kummen sie gleich gangen an dem 11 tag.« Wenn x die gesuchte Zahl ist, so hat man

$$1 + 2 + 3 + \ldots + x = \frac{1}{2}(x^2 + x) = 6x,\ x^2 = 11x,\ x_1 = 11,\ x_2 = 0.$$

Der zweite Wurzelwert hatte natürlich in jener Zeit keinen Sinn.

[3] Die einleitende Dedikation Widmanns gibt über seinen Stand Auskunft: »Johannes widmann von Eger Meyster Jnn den freyen kunsten tzu leyptzick

Buche aber so wenig die Darstellungsweise des zünftigen Rechenmeisters verleugnete, dafs, wie wenigstens die von Müller sorgsam durchgeführte Textesvergleichung ergibt, seine Worte sogar vielmals mit denjenigen Petzensteiners übereinstimmen. Was über die Persönlichkeit des Autors, sowie über die Schicksale seines Werkes in Erfahrung zu bringen war, hat Fürst Boncompagni erforscht[1], die Stellung Widmanns in der Geschichte der Mathematik suchte Drobisch, der geistige Wiederentdecker dieses fast ganz der Vergessenheit anheimgefallenen Mathematikers, zu bestimmen[2], während Treutlein zu dessen Angaben manchen nicht unwichtigen Nachtrag lieferte[3]. Im allgemeinen ist Widmann weniger deutlich in seinen Formulierungen als Petzensteiner, auch übertreibt er dessen Sitte, gewisse Aufgaben durch einen Titel zu bezeichnen, welcher der Texteseinkleidung, in der sie gewöhnlich auftreten, entsprechen soll[4]. Mit quadratischen Gleichungen ist er ziemlich gut vertraut, doch ist er nicht tief genug in den Kern der Sache eingedrungen, um zu bemerken, dafs zwei Regeln, welche er für die Auflösung der Gleichung $x^2 + ax = b$ beibringt, thatsächlich identisch sind[5]. Jedenfalls

enbeut Meyster Sigmunden von Smidmule beyerischer nacion heyle und unverdrossenn willig dienste.« Die Landsmannschaft Siegmund Altmanns verbietet es, mit Benrath »Smidmule« durch Schneidemühl in Posen zu interpretieren; es ist vielmehr der am Einflufs der Lauterach in die Vils gelegene oberpfälzische Flecken Schmidtmühlen.

[1] Boncompagni, Intorno ad un trattato d'aritmetica di Giovanni Widmann di Eger, Bonc. Bull., Tomo IX. S. 188 ff. Die »Behende und hubsche Rechenung auff allen Kaufmannschaft« erlebte vier Auflagen (Leipzig 1489, Pforzheim 1508, Hagenau 1519, Augsburg 1526). Widmann trug sich (a. a. O., S. 208) 1479 ins Leipziger Studentenalbum ein, 1482 ward er Bachalarius, 1486 Magister der freien Künste. Konrad Wimpina gedenkt seiner mit Ehren in seiner »Scriptorum insignium centuria« (herausgeg. von Merzdorf, Leipzig 1839. S. 50).

[2] Drobisch, De Joannis Widmanni Egerani compendio arithmeticae mercatorum, Leipzig 1840.

[3] Treutlein, Die deutsche Cofs, Abhandl. z. Gesch. d. Math., 2. Heft, Leipzig 1880. S. 62 ff.

[4] So entwickelt sich bei Widmann die folgende, für einen Anfänger ganz gewifs sehr schwer verständliche Regel-Nomenklatur: Regula residui, reciprocationis, excessus, divisionis, quadrata, inventionis, fusti, transversa, ligar, equalitatis, legis, augmenti et decrementi, sententiarum, suppositionis, collectionis, cubica, lucri, pagamenti, falsi. Auch die späteren Arithmetiker wagten es nicht, sich gänzlich von diesem Ballast zu befreien, bis endlich Stifel in seiner »Arithmetica integra« diese »regulae ridicula ferentes nomina« entschlossen über Bord warf.

[5] Dazu macht Treutlein (a. a. O., S. 64) die berechtigte Bemerkung: »Also dieselbe Sache unter zwei ganz verschiedenen Namen! Leicht läfst sich

verdient Widmanns Name von der Geschichte der Geometrie hochgehalten zu werden, denn ihm dankt man es, dafs Herons Vorschrift, den Flächeninhalt F eines Dreiecks durch die drei Seiten a, b, c auszudrücken, d. h. die Formel

$$F = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)},$$

wieder als ein Bestandteil des elementaren planimetrischen Lehrstoffs auftritt.

Mit dem Jahre 1500 beginnt die Anzahl der Rechenbücher sich zu vervielfältigen. Chronologisch zuerst ist das Enchiridion von Huswirt zu nennen, von welchem es sehr viele Ausgaben gibt[1]. Durchaus für den Empiriker bestimmt, verbreitet sich das Buch mit Vorliebe über Teilungs- und Gesellschaftsrechnung, kann es sich auch nicht versagen, die von Petzensteiner und Widmann wahrlich schon verwickelt genug gemachte Einzelbenennung der Rechnungsregeln noch mehr zu komplizieren (»Regula de aromatorio«, »de lepore fugiente«, schon von Alkuin — s. o. § 8 — gekannt, »de agonisante«). Demnächst folgt als Kompendienschreiber Tzwivel, dessen Buch auch sehr selten geworden, durch eine ziemlich ausführliche Beschreibung Kästners[2] aber bekannt genug gemacht ist. Nun folgen wiederum zwei Algorithmen, welche wir lediglich aus dem Chasles-Katalog kennen: Algorithmus de Jntegris, minutiis vulgaribus ac proportionibus cum annexis de Tri, Jmpressum Lyptz per

hiernach ermessen, wie schwer auch dem Strebsamsten das Erlernen der Algebra werden mufste, wo so ohne jegliche Unterweisung, ohne jede methodische Behandlung, ohne jede Disposition nur einfach handwerksmäfsige Regeln überliefert wurden, wo nicht an den Verstand, wo einzig und allein an das Gedächtnis eine Appellation statthatte!«

[1] Das Exemplar, welches dem Verf. vorlag, befindet sich zu Maihingen und führt den weitschweifigen Titel: Enchiridion novus (sic) Algorithmi summopere visus de integris Minutiis vulgaribus Projectilibus et regulis mercatorum sine figurarum (more Italorum) deletione percommode tractans. omnibus cujusque status fuerint multum necessarius (Köln, im vierten Jubiläumsjahr, somit 1503). Chasles (a. a. O., S. 202 ff.) kannte auch einen französischen Druck des Enchiridions. Eine neue Ausgabe des unter dem didaktischen Gesichtspunkt immerhin merkwürdigen Kompendiums ist von Wildermuth (Tübingen 1865) veranstaltet worden.

[2] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 82 ff. Das Büchlein, gotisch gedruckt, hat nur 9 Blätter, und auf diesen sucht es ein ziemlich grofses Pensum zu erledigen: Arithmetice opuscula duo Theodorici tzwivel, de numererum praxi (que algorithmi dicuntur,) unum de integris, per figurarum (more alemannorum) deletionem. Alterum de proportionibus cujus usus frequens in musicam harmonicam Severini Boetii (Münster 1505). Nach Kästners Bericht will der magere Inhalt zu der Erhabenheit des Programms nicht recht stimmen.

Baccalarium Wolfgangum Monacensem, 1507; Algorithmus novus de integris compendiosa sine figurarum (more Italorum) deletione compilatus, artem numerandi omnemque viam calculandi enucleatim brevissime edocens una cum Algorismis de minutiis vulgaribus videlicet et phisicalibus, Köln, um 1510. Drei Jahre später kommt der »Algorithmus linealis« des Balthasar Licht (s. o.) heraus, 1514 erscheint bei Erhard Oeglin in Augsburg Koegels Rechenbuch und gleichzeitig (s. o.) dasjenige Johann Boeschensteins, das schon nach zwei Jahren eine zweite Auflage erlebt zu haben scheint[1]. Stromers »Algorithmus linealis«, von dem schon oben (§ 38) die Rede war, ward in rascher Reihenfolge (1512, 1514, 1520) dreimal aufgelegt[2]. Ähnlich günstiges Schicksal hatte Koebel (s. o.) der sich auch um diese Zeit an der allgemeinen Konkurrenz zu beteiligen begann; »Ain New geordnet Rechenbiechlin auff den linien« erschien von ihm 1516, und 1520 liefs er eine Fortsetzung desselben vom Stapel, »Mit der kryden oder Schreibfedern durch die zeiferzal zu rechen«, welche beide Teile später in Einem Bande vereinigt wurden und sich mehrere Jahrzehnte lang auf dem Büchermarkte zu behaupten wufsten[3]. Daneben finden auch immer noch die Schriften der berühmten Mathematiker des XV. Jahrhunderts Anklang; 1515 liefert die uns bekannte Wiener Firma Alantsee eine kombinierte Ausgabe des »Algorismus« von Peurbach und des »Algorithmus de minutiis physicis« von Johann von Gmunden. Das Jahr 1518 brachte zwei alles bisherige an Bedeutung weit übertreffende Leistungen hervor, nämlich einerseits das Rechenbuch des Grammateus[4]

[1] Treutlein, Das Rechnen im XVI. Jahrhundert, S. 13. Auch Abraham Boeschenstein, Johanns Sohn, lieferte »Ein nützlich Rechenbüchlein der Zyffer«.

[2] Denis, Wiens Buchdruckergeschicht bis MDLX, S. 78.

[3] So führt Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 102) die folgende Ausgabe an: Rechenbuch auf Linien und Zifern. Mit einem Visirbüchlein ... H. Jakob Koebel weiland Stadtschreiber zu Oppenheim, Frankfurt 1544.

[4] Es sei nach Gerhardt (Gesch. d. Math., S. 37 ff.) eine Übersicht über den Inhalt des Schreiberschen Werkes (s. o. § 37) hier eingeschaltet. »Grammateus beginnt mit den Grundoperationen in folgender Ordnung: Numeratio, Additio, Multiplicatio, Subtractio, Divisio; er erklärt, dafs Duplatio und Mediatio« — s. o. § 28 — »nichts anderes als Multiplikation und Division durch 2 ist. Als Grund, warum er die Multiplikation auf die Addition folgen läfst, gibt er an, dafs 'in dieser operation werden funden alle aigenschaft der addition'. Die Multiplikation mehrzifferiger Zahlen wird wie gegenwärtig gelehrt, die Division nach indischer Weise. Beweise finden sich nirgends; die Richtigkeit der Resultate wird durch die Neunerprobe dargethan. In derselben Reihenfolge behandelt alsdann Grammateus die Species 'auff den Linien'. Hieran schliefst sich

und andererseits A. Rieses »Rechenung auf der Linihen, in mafsen man es pflogt tzu lern in allen rechenschulen«, ein Buch, das zahlreiche Neuauflagen gesehen hat[1]. Endlich ist noch ein gewifs interessantes Werk zu nennen, von welchem wir nichts weiter als den Titel und den Umstand kennen, dafs es sich in Chasles' Büchersammlung befand; es ist dies der 1520 zu Augsburg aus der Privatdruckerei von Siegmund Grimm und Marx Wirsung hervorgegangene »Algorismus novus de integris, de minutiis vulgaribus, de minutiis physicis addita regula proporcionum tam de integris quam de fractis, quae vulgo mercatoris regula dicitur«.

Solchergestalt sind wir bei dem Jahre 1525 angelangt, bei welchem wir dem Plane dieses Buches gemäfs halt machen müssen. An der Grenze dieser unserer alten und der neuen Zeit steht ein gewichtiger Name, derjenige Christoph Rudolffs von Jauer[2]. Überhaupt nimmt von nun an der Litteraturzweig, mit welchem wir uns die letzte Zeit über zu beschäftigen hatten, einen entschiedenen Aufschwung; die Bücher von Scheubel, Albrecht, Reichelstein, ganz besonders aber von Peter Apian und Simon Jakob führen mehr und mehr in aufsteigender Linie dem hohen Ziele entgegen, welches wir in der Abstreifung alles handwerksmäfsigen Beiwerks und in der Präzisierung des rein wissenschaftlichen Charakters auch dieses Teiles der Mathematik erblicken. Wir selbst würden uns bei näherem Eingehen in diese den Historiker ganz von selbst anziehende Periode zu weit von unserer Aufgabe entfernen.

43

Praxis und Methodik des Rechnens am Ausgang des Mittelalters.

Neue Aufschlüsse von Bedeutung beabsichtigt dieser Paragraph nicht zu geben, denn das in demselben zu behandelnde Thema ist schon zu vielfach, und von zu tüchtigen Kräften in Bearbeitung

die Regula detre in ganzen Zahlen (als bemerkenswert ist hervorzuheben, dafs hier Anfänge von allgemeiner Zahlbezeichnung sich finden, z. B. 'Wie sich hadt a zum b also hat sich c zum d') und die Bruchrechnung«. An den arithmetischen schliefst sich ein algebraischer Teil an.

[1] Über A. Riese als Arithmetiker handelt neben Berlet auch vorzüglich Kuckuck-Kallius in seiner Festschrift »Die Rechenkunst im sechszehnten Jahrhundert« (Berlin 1874).

[2] Gerhardt, a. a. O., S. 40. »Die Einrichtung der Rechenbücher«, so heifst es daselbst, »ist wesentlich dieselbe geblieben, wie Rudolff das seinige angelegt hat«.

genommen worden, als dafs mehr wie höchstens eine sparsame Nachlese zu diesen Vorarbeiten[1] sich ergeben könnte. Jedenfalls dürfen wir die feste Überzeugung hegen, dafs ganz in den durch die Rechenbücher jener Epoche gekennzeichneten Bahnen auch der Schulunterricht sich bewegt habe, und es gelangt so mehr denn bei vielen sonstigen Gelegenheiten das theoretisch-geschichtliche Moment mit dem didaktisch-geschichtlichen zur vollkommenen Deckung.

Eine heute viel besprochene und in unsern Schulen mit Vorliebe, ja sogar zum Übermafs betriebene Form des Rechnens braucht uns hier nicht zu beschäftigen, nämlich das Kopfrechnen. Es scheint nicht, dafs die deutschen Rechenmeister ein Bedürfnis empfanden, für die Vornahme der Rechenoperationen ohne sinnliche Anhaltspunkte besondere Regeln aufzustellen, während allerdings bei den gewandten Italienern ein solches schon früh hervortrat[2]. Auch das Fingerrechnen (s. o. § 2), das dem Kopfrechnen zur willkommenen Unterstützung diente, ist zu Anfang des XVI. Jahrhunderts nicht mehr eifrig und jedenfalls nicht mehr mit der Virtuosität des vor-abazistischen Zeitalters betrieben worden, wiewohl Schriftsteller, die auf Vollständigkeit sahen, wie z. B. der ältere Apian, den Gegenstand zu streifen für angemessen hielten[3].

Obwohl von mnemonischem und manuellem Rechnen an dieser Stelle gänzlich abzusehen ist, so ist doch gleich jetzt auf einen tiefgreifenden Gegensatz in der Handhabung der Rechnungsregeln aufmerksam zu machen, der für den ganzen Zeitraum charakteristisch ist, und auf den der Leser bereits durch einzelne Titel der in § 42 aufgeführten Rechenbücher vorbereitet wurde. Wir meinen den Gegensatz zwischen dem mechanischen Rechnen, dem Rechnen auf

[1] Aufser den älteren rechengeschichtlichen Arbeiten von Wildermuth (Artikel »Rechnen« in Schmids Encyklopädie, 6. Band, S. 695 ff.) und von Kehr (Geschichte der Methodik, 1. Band, Gotha 1877. S. 280 ff.), ist zu nennen der Aufsatz Schuberts »Die Rechenkunst im XVI. Jahrhundert« (Deutsche Bl. f. Erz. u. Unterr., 3. Jahrgang, S. 69 ff. S. 105 ff.) und als eine Quellenstudie von besonderem Werte die schon oft angezogene Monographie Treutleins. Die wesentlich bibliographische Gratulationsschrift von Kuckuck-Kallius (s. Note 1 Seite 308) bezieht sich in der Hauptsache auf Rechenbücher, deren Abfassungszeit sie jenseits des uns gesteckten Planes fallen läfst, da ja auch Adam Riese von diesem auszuschliefsen ist (s. o.).

[2] S. Wildermuth, a. a. O., S. 750. »Neben dem schriftlichen Rechnen haben wir das Kopfrechnen nur bei Tartaglia, aber in beschränktem Umfang, gefunden. Der schriftlichen Darstellung der 4 Species läfst er methodisch geordnete Übungen im Kopf vorausgehen, die er tabellarisch zusammengestellt hat«.

[3] Treutlein, a. a. O., S. 21 ff.

der Linie, und dem rein intellektuellen Rechnen, dem Rechnen mit der Feder. Im erstern taucht fast plötzlich die Rechenweise der Abazisten wieder auf, das letztere ist die folgerichtige Konsequenz und Weiterbildung der Methoden der Algorithmiker (s. o. Kap. II).

Es ward erwähnt, dafs neben dem strengen Kolumnenrechnen der Römer und der abendländischen Logistiker bis zum XII. Jahrhundert noch eine Abart derselben aus dem Altertum in das Mittelalter herübergerettet war, die mit dem maschinellen Verfahren der Ostasiaten (Swan-pan) ziemlich viele Ähnlichkeit hatte, in eigentlich wissenschaftlichen Kreisen aber so gut wie gar keine Beachtung fand und wohl nur in den Geschäftsstuben und Komptoirs ihrer Bequemlichkeit halber sich im Gebrauche erhielt. Wir meinen das Manipulieren mit dem Rechenbrett und mit den Rechensteinen, welche auf graden Linien hin- und herbewegt wurden und je nach dem ihnen angewiesenen Platze verschiedenen Wert erlangten; die noch von Stoy und Treutlein offen gelassene Frage, ob die Linien gegen die Person des Rechnenden hin oder aber quer an dieser vorbei liefen wie die Zeilen, welche die Hand eines Schreibenden anfertigt, dünkt uns durch den in § 18 erwähnten Holzschnitt der »Margaritha Philosophica« endgiltig im letztern Sinne erledigt. Wir hegen nicht den mindesten Zweifel, dafs das in den Rechenschulen des XIV. und XV. Jahrhunderts gelehrte Rechnen — nicht ausschliefsend, aber doch zu einem beträchtlichen Teile — dieses Rechnen auf der Linie gewesen ist, welches offenbar seinen Namen mit gutem Rechte führt. Wenn Treutlein[1] meint, erst um 1500 erscheine diese Art des Kalkuls ganz unvorbereitet wieder auf der Bildfläche, so sind wir jetzt in der Lage, seine Angabe schon durch das oben besprochene Register des ziemlich lange vor gedachtem Termin erschienenen Petzensteinerschen Buches dahin zu verbessern, dafs bereits zwischen 1470 und 1480 von dem Rechnen auf der Linie als von einer männiglich bekannten Sache gesprochen wird, mit deren Wesen man allseits wenigstens soweit vertraut war, dafs der Schriftsteller den Sinn des Kunstwortes gar nicht mehr zu erklären für nötig fand.

[1] Ibid. S. 23. »Jedenfalls findet sich solches Rechnen mit Rechensteinen während des ganzen Mittelalters nirgends direct erwähnt, denn das Columnenrechnen des Boetius und Gerbert ist anderer Art. Da mit Anfang des 16. Jahrhunderts tritt es auf einmal wieder auf, vielleicht weniger in Italien und England, wohl aber in Frankreich und ganz besonders in Deutschland«.

Wenn auf der Linie gerechnet werden sollte, so zeichnete der Rechner zunächst sein Schema (Rechenbank, Banckir) hin, wie wir es nebenstehend sehen. Galt es, eine Zahl zu legen, wie der technische Ausdruck war, so zerfällte man sie

× Zehntausend	● ● ●	in die Summe
Fünftausend	●	$a + 5 + 10b + 50 + 100c + 500 + 1000d + 5000 +$
Tausend	● ● ● ●	$10000e + \ldots$, wo a, b, c, d, e ... durchaus < 5 voraus-
Fünfhundert	●	gesetzt sind; eventuell fügte man, wie hier geschah,
Hundert	● ●	noch unter den Einern ein Intervall für Brüche bei.
Fünfzig	●	In dem nebenstehenden Schema ist $a = 3$, $b = 1$,
Zehn	●	$c = 2$, $d = 4$, $e = 3$, und es ist mithin die dort
Fünf	●	gelegte Zahl gleich $2 \cdot {}^1/_2 + 3 + 5 + 10 + 50 + 200$
Eins	● ● ●	$+ 500 + 4000 + 5000 + 30000$ also gleich 39769.
Ein halbes	● ●	

Auf jenem Striche, der durch die Zehntausender lief — denn es war üblich, die Zahlen von der Form 10^m auf einen Horizontalstrich, die Zahlen von der Form $5 \cdot 10^p$ in den Zwischenraum zwischen den Strichen für 10^p und 10^{p+1} zu stellen —, ward nicht selten als Abteilungszeichen ein Kreuz in der Gestalt unsers Multiplikationszeichens gesetzt[1]. Da man fast ausschliefslich nicht mit Steinchen oder besondern Marken, sondern mit Rechenpfennigen operierte, welche lateinisch als »Projectiles« oder »Projectilia« — das moderne »jeton« — bezeichnet wurden, so lag allerdings der Ausdruck »Bank« (Wechselbank) für das ganze Schema nahe genug. Diese Linienrechnung war hauptsächlich bei Finanzbeamten »und dergleichen Hausrechnern« beliebt, doch gibt Riese einmal ausdrücklich an, er habe den Nutzen dieses Verfahrens gerade »in Unterweisung der Jugend« erprobt, und in der That gibt es auch kaum ein besseres Mittel, das jugendliche Gemüt spielend für die tiefe Weisheit zuzurichten, die sich im dekadischen Zahlensystem offenbart[2]. Allein auch sachkundige Mathematiker haben das Legen der Zahlen, wodurch sich die Struktur

[1] Man kann in diesem Gebrauche, welcher sich auch bei der dekadischen Schreibung der Zahlen als ein Mittel zur Erleichterung des Numerierens bis in unsere Tage erhalten hat, an die Sitte der Griechen denken, die Zahlen in Gruppen zu je vier Einheiten zu teilen. An die Stelle dieser Tetraden des Apollonius (Cantor, Vorlesungen etc., S. 298) sind nunmehr Triaden getreten, wie bei den Abazisten (s. o.).

[2] Treutlein, a. a. O., S. 27 ff. Die Wiedereinführung der heute zum unentbehrlichen Requisit jeder Elementarschule gehörigen Zähl- und Rechenmaschine (»boullier«) soll dem Mathematiker Poncelet zu danken sein, der im russischen Feldzuge (1812) gefangen, in Saratow interniert wurde und sich daselbst überzeugte, mit welch unglaublicher Fertigkeit der russische Kleinhändler seinen »Tschotü« handhaben konnte (s. Cantor, Math. Beitr. etc., S. 130).

derselben auf Einen Blick dem Auge darstellt, bei zahlentheoretischen Untersuchungen nicht verschmäht[1].

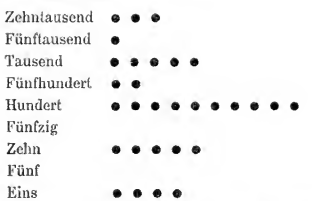
Sehen wir uns jetzt die Ausführung der einzelnen Grundoperationen näher an. Das Addieren ging so einfach wie möglich vor sich, indem man zunächst beide Zahlen neben einander in dem nämlichen Schema legte. Traf es sich dann, dafs auf einer Linie nicht mehr denn höchstens 4 Projektile, in einem Zwischenraume nicht mehr denn deren Eines sich befanden, so war hier alles bereits in Ordnung, und es galt nur noch, die gelegte Zahl auch dekadisch zu lesen; waren dagegen (5 + m) Projektile auf einunddersel ben Linie, so liefs man, wenn $m < 5$ war, nur diese m stehen und legte dafür Eines in den nächsthöheren Zwischenraum, wenn aber $m > 5$ war, noch dazu den Überschufs auf die nächsthöhere Zeile. Beim Subtrahieren ward nur der Minuend wirklich gelegt, der Subtrahend dagegen nebenhingeschrieben oder »im Sinne behalten«. Traf es sich nun so günstig, dafs bei der Subtraktion
$(a_1 + 5 + 10b_1 + 50 + 100c_1 + 500 + 1000d_1 + \ldots) - (a_2 + 5 + 10b_2 + 50 + 100c_2 + 500 + 1000d_2 + \ldots)$ stets $a_2 < a_1$, $b_2 < b_1$, $c_2 < c_1$, $d_2 < d_1$ war, so bestand die Subtraktion in nichts weiter als in einem wirklichen einfachen Wegnehmen der kleinern Anzahl von Marken von der gröfsern; lagen die Dinge von Hause aus minder günstig, so mufste durch Wegnahme der entsprechenden Marken aus den höheren Linien und Zwischenräumen und durch geeignete Verteilung der weggenommenen auf den untern Plätzen erst der Zustand hergestellt werden, den wir vorhin als gegeben voraussetzten. Hinsichtlich des Duplierens und Mediereus (s. o. § 28) war man sich noch nicht recht klar, ob man darin selbständige Rechnungsarten anzuerkennen habe oder nicht, allein obwohl Pacioli und Grammateus bereits die richtige wissenschaftliche Auffassung vertreten hatten, war doch die grofse Mehrzahl der eigentlichen, in einer bestimmten Tradition auferzogenen Rechenmeister geneigt, sich für die erste Alternative zu erklären. Wollte man also duplieren, so legte man zunächst auf jede Linie und in jedes Intervall die doppelte Anzahl von Marken, als an und für sich schon da waren, und ver-

[1] Näheres von Stifels »Wortrechnung«, einem sonderbaren System von Künsteleien, durch welche gewisse Worte als Versinnlichungen von Zahlgröfsen aufgefafst und gedeutet wurden, kann man bei Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 173 ff.) erfahren. Das Legen der Zahlen ist dabei natürlich nur ein untergeordnetes Hilfsmittel, welches Stifel im Notfalle auch durch seinen Diener besorgen lassen kann.

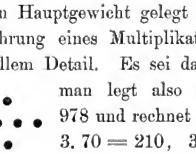
teilte den Überschufs über $5 \cdot 10^m$ in der uns bekannten Weise. Ähnlich beim Medieren. Es ward dafür gesorgt, dafs jeder Zahlenraum eine durch zwei teilbare Anzahl von Marken enthielt, bei ungeraden Zahlen selbstverständlich mit Ausschlufs der Einerlinie, und hernach nahm man allerorts die Hälfte der Marken fort, eventuell mit Einsetzung einer solchen in den untersten (Bruch-)Raum.

Sowohl die Multiplikation als auch die Division richtete sich nach der uns schon bei der Subtraktion (s. o.) entgegengetretenen Sitte, dafs nur die eine der beiden in betracht kommenden Zahlen dem Schema direkt anvertraut wurde, nämlich im ersten Falle der Multiplikand, im andern der Dividend. Multiplikator und Divisor bewahrte der Rechner im Gedächtnis. Zur Ausführung der Rechnungen war, ebenso wie beim analogen Verfahren auf dem Abakus (s. o. § 28) gründliche Vertrautheit mit dem Einmaleins erforderlich, wie denn auch auf die Memorierung desselben gerade in jenen Tagen zuerst ein Hauptgewicht gelegt zu werden pflegt.

Die Ausführung eines Multiplikationsexempels geben wir im folgenden mit allem Detail. Es sei das Produkt 978. 43 zu bilden; man legt also zunächst den Multiplikanden 978 und rechnet nun im Kopfe aus: $3.8 = 24$, $3.70 = 210$, $3.90 = 2700$, $40.8 = 320$, $40.70 = 2800$, $40.900 = 36000$. Jede dieser Zahlen wird nun für sich in eine neue Bank eingetragen, wobei es natürlich nicht fehlen kann, dafs einzelne Räume mit viel mehr Marken belegt werden, als ihnen von Rechts wegen allerhöchstens zukommen dürfen. Die Bank bekommt nämlich durch das unmittelbare Eintragen der Teilprodukte folgendes Aussehen:



Die Einer sind bereits in Ordnung, statt der Zehner hat Eine Marke um eine Stelle aufzusteigen, von den Hundertern sind alle zehn Marken zu entfernen und dafür zwei Marken in die Reihe der Fünfhunderter zu legen; da aber diese nun 4 Marken enthält, während



sie doch nur eine solche enthalten soll, so wird man alle vier entfernen und dafür zwei Marken in die Reihe der Tausender legen. Hier erscheinen jetzt sieben Marken, von denen man 5 entfernen wird, um dafür Eine neue Marke in den Raum der Fünftausender zu legen. Hier sind jetzt zwei Projektile, die beide fortgelassen und durch ein einziges Projektil in der Reihe der Zehntausender ersetzt werden müssen; da hier nur 4 stehen, so ist der Prozefs beendigt, und wir bekommen als Schlufsfazit:

Zehntausend	● ● ● ●
Fünftausend	
Tausend	● ●
Fünfhundert	
Hundert	
Fünfzig	●
Zehn	
Fünf	
Eins	● ● ● ●

Als Produkt bleibt also $40000 + 2000 + 50 + 4 = 42054$.

Die Divisionsregeln aus den gezwungenen Vorschriften der Rechenmeister richtig herauszulesen, ist nicht ganz leicht; wir ziehen es deshalb vor, letztere gar nicht mitzuteilen und dafür auch wieder am Beispiel den Kern der Sache darzustellen. Wenn der Quotient

Hunderttausend	● ●
Fünfzigtausend	
Zehntausend	
Fünftausend	●
Tausend	● ●
Fünfhundert	
Hundert	
Fünfzig	●
Zehn	● ● ●
Fünf	●
Eins	

$$207085 : 83$$

gebildet werden soll, so legt man der Regel nach in die Bank soviele Marken, als der Dividend fordert. Hierauf teilt man in Gedanken die ersten drei Ziffern des Dividenden durch den zweiziffrigen Divisor und bringt die ganze dabei herauskommende Zahl 2 mit Berücksichtigung ihres Stellenwerts in einem besondern, eigens zur sukzessiven Aufnahme der Bestandteile des Quotienten bestimmten Schema unter, während die Differenz ($207085 - 166000 = 41085$) einem zweiten Schema anvertraut wird. 83 in 410 geht 4 mal, dieses 4 kommt (als 400) in die erste Bank, und nun bildet man die zweite Differenz ($40185 - 33200 = 6985$), um diese letzte Zahl in die zweite Bank zu schreiben. 83 in 788 geht 9 mal, es kommt sonach 90 in die erste und ($7880 - 7470 = 415$) in die zweite Bank. Endlich ist 83 in 415 ohne Rest 5 mal enthalten. Demnach erhalten wir nach und nach die folgenden drei Schemate:

Bank des Quotienten.		Bank des sukzessive verringerten Divid.	
Tausend	• •	Zehntausend	• • • •
Fünfhundert		Fünftausend	
Hundert		Tausend	•
Fünfzig		Fünfhundert	
Zehn		Hundert	
Eins		Fünfzig	•
		Zehn	• • •
		Fünf	•
		Eins	
Tausend	• •	Fünftausend	•
Fünfhundert		Tausend	• •
Hundert	• • • •	Fünfhundert	•
Fünfzig		Hundert	• • •
Zehn		Fünfzig	•
Eins		Zehn	• • •
		Fünf	
		Eins	
Tausend	• •	Hundert	• • • •
Fünfhundert		Fünfzig	
Hundert	• • • •	Zehn	•
Fünfzig	•	Fünf	•
Zehn	• • • •	Eins	
Fünf			
Eins			

Zum Schlusse wird jetzt noch in die Fünferreihe des zur linken stehenden Schemas eine einzige Marke gesetzt, und damit ist unser Resultat gefunden; es ist

$$207085 : 83 = 2.1000 + 4.100 + 50 + 4.10 + 5 = 2495.$$

Wir hoffen durch diese durchgerechneten Beispiele auch dem der Sache ferner stehenden Leser eine Vorstellung von dem »Rechnen auf der Linie« verschafft zu haben. Das Bruchrechnen mit Projektilen war wohl auch sachlich nicht unmöglich, allein der beste Kenner dieses Kalkuls, Stifel selbst, verwahrte sich dagegen, als gegen etwas unpraktisches, mit den Worten[1]: »Die Rechenpfennig und Linihen sind allein eigentlich für gantze zalen erfunden.« —

Das »Rechnen mit der Feder« ist dem Geiste nach durchaus das Rechnen der Gegenwart. Was die Numeration anlangt, so beginnt die alte Einteilung in digiti, articuli und numeri compositi mehr und mehr zurückzutreten (s. o. § 18), Ramus nennt dieselbe

[1] Treutlein, a. a. O., S. 34.

sogar »puerilis et sine ullo fructu«[1]. Die Zahlzeichen sind, von gelegentlichen Varianten für 5 und 7 abgesehen, ganz die uns geläufigen; sie werden »Characteres«, »Elementa«, »Notae«, weitaus am häufigsten aber »Figurae« genannt[2]. Unser »Ziffer« ist bei Boeschenstein und Riese ganz im modernen Sinne heimisch, bei andern Schriftstellern, so bei Koebel, bedeutet es die Null, und zwar mit einer gewissen historischen Berechtigung[3]. Das aus Italien importierte »Nulla« kommt anscheinend zuerst bei Chr. Rudolff vor. Die Verschiedenheit im Aussprechen einer vielstelligen, über die hunderttausend hinausgehenden Ziffernverbindung war noch eine ungemein grofse und störende; obgleich man sich (s. oben die Bemerkung über das Andreaskreuz) an die Anbringung von Punkten über der ersten, vierten ... $(3n+1)$ten Ziffer gewöhnt hatte, und obgleich man sogar den Ausdruck »Million« wenigstens kannte, vermochte doch selbst noch Koebel für die Zahl 9 186 357 243 das folgende Wortungetüm in die Welt zu setzen: »Neun mal Tausant tausant tausant Hundert tausant tausant Sehsundachtzig tausand tausand Drey hundert tausant Sybenundfunfftzig tausant zweyhundert und dreyundfyrtzigk«. Dem gegenüber mufs ausdrücklich bemerkt werden, dafs in Frankreich die »Million« und bald nachher auch die »Billion« schon zu Beginn des XVI. Säkulums sich eingebürgert hatte[4].

Fassen wir nunmehr die einzelnen Spezies[5] näher ins Auge, so bedarf die Thatsache, dafs die Addition (»Zusammenthuung«) stets auf dieselbe Weise ausgeführt wurde, kaum einer ausdrücklichen Konstatierung. Die Summe wird häufig »numerus productus«

[1] Ramus, Scholarum mathematicarum libri XXI, S. 118.

[2] Vgl. hierüber und über die lange Dauer, welche sich dieser Ausdruck für Ziffer zumal in der englischen Sprache erkämpfte, die Bemerkungen von Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 46 ff.).

[3] Der Byzantiner Maximus Planudes (s. dessen Rechenbuch, nach den Handschriften der kaiserl. Bibliothek zu Paris herausgeg. von Gerhardt, Halle 1865. S. 1) beginnt seine »Ψηφοφορία κατ' Ἰνδούς« mit diesen Worten: »Οἱ τῶν ἀστρονόμων φιλοσοφώτεροι ἐπεὶ, ὁμὲν ἀριθμὸς ἔχει τὸ ἄπειρον, τοῦ δὲ ἀπείρου γνῶσις οὐκ ἔστιν, ἐφεῦρον σχήματά τινα και μέθοδον δι' αὐτῶν, ὡς ἂν τὰ τῶν ἐν χρήσει ἀριθμῶν εὐσυνοπτότερόν τε κατανοῆται καὶ ἀκριβέστερον. εἰσὶ δὲ τα σχήματα ἐννέα μόνα, ἃ καὶ εἰσὶ ταῦτα ιγμϛϛϥνλϙ. τιθέασι δὲ καὶ ἕτερόν τι σχῆμα ὁ καλοῦσι τζίφραν, κατ' Ἰνδοὺς σημαῖον οὐδὲν. καὶ τὰ ἐννέα δὲ σχήματα καὶ αὐτὰ Ἰνδικά ἐστιν. ἡ δὲ τζίφρα γράφεται οὕτως ο.«

[4] Vorsterman van Oijen, Eine historische Bemerkung, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 14. Band, S. 22 ff.

[5] Treutlein, a. a. O., S. 43 ff.

genannt, welches Wort seine Bedeutung bekanntlich im Laufe der Jahre geändert hat. Sowie eine Ziffer des einen der beiden Summanden zur Verwendung gelangt war, wurde sie durch- oder nach dem ästhetischeren Vorschlage des Gregorius Reysch unterstrichen; auf dieses in Deutschland mehr denn in allen Nachbarländern üblich gewordene »delere« der Ziffern beziehen sich die Vorreden und Titelblätter so mancher Rechenbücher jener Zeit (s. z. B. § 42). Für Subtraktion (»Abzyung«) waren drei Methoden im Gebrauch, deren eine jetzt wieder, zumal in den österreichischen Schulen, die Herrschaft zu gewinnen sich anschickt, damals aber fast nur vereinzelt, z. B. von Huswirt, gepflegt wurde, während die beiden anderen nur Modifikationen unsers gewöhnlichen Verfahrens der »Entlehnung« darstellen. Hat man etwa im Sinne jener ersten Methode die Differenz $(9214 - 7658)$ zu bilden, so sagt man: $10 - 8 = 2$, $2 + 4 = 6$, $10 - (5 + 1) = 4$, $4 + 1 = 5$; $10 - (6 + 1) = 3$, $3 + 2 = 5$, $9 - (7 + 1) = 1$; somit ist 1556 die gewünschte Differenz.

Die Multiplikation (»Manigfaltigung«) erheischte natürlich wieder in erster Linie Kenntnis des Einmaleins. Für kleinere Faktoren bediente man sich auch wohl gewisser Rechnungsvorteile, z. B. der in den identischen Gleichungen

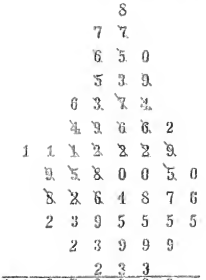
$ab = (10 - a)(10 - b) + 10(a + b - 10)$; $ab = 10a - a(10 - b)$

ausgedrückten. Für die Multiplikation mehrziffriger Zahlen konnte man sich auf eine ungemeine Mannigfaltigkeit der italienischen Vorbilder stützen; Luca Pacioli gibt nicht weniger als acht verschiedene Vorschriften, von denen bei uns jedoch hauptsächlich nur Eine — die moderne — in Deutschland Anklang und Eingang fand, wenn man allerdings von der erst später zu einiger Geltung gelangten »wälschen Praktik« absieht[1]. Man brachte wohl an dem so einfachen Berechnungsmodus gewisse Künsteleien an, die aber nur als

[1] Bei Petzensteiner (s. Müller, a. a. O., S. 77 ff.) finden wir, da derselbe von Bruder Lucas noch ganz unbeeinflufst sein mufste, auch eine hinsichtlich der Anordnung der beiden Faktoren eigentümliche Multiplikation vor. Unser Beispiel stellt die Entstehung des Produkts $640180 \cdot 705081$ vor Augen:

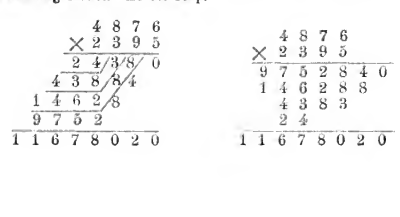
640180
640180/1
5121440/8
000000/0
3200900/5
000000/0
4481260/7
4513787 54580

Erschwerungen bezeichnet werden können[1]. Einen ganz eigentümlichen Rückfall in die Zeit der abazistischen Lehren und zugleich ein sinnreiches Mittel, an sich leichtes schwer zu machen, bietet jedoch die nachstehend abgebildete Multiplikation, welche die Vorderansicht eines Kriegsschiffs jener Zeit darbieten soll.



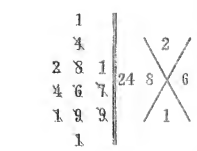
Das ohne Kommentar zu enträtseln schwierige Verfahren beruht auf einem Gedankengang, der eben sehr lebhaft an das in § 18 mitgeteilte erinnert. Um diese »Art in Form einer Gale« (Galeere) zu erhalten, schreibt man die beiden Faktoren so, wie es oben geschehen, und fängt nun folgendermaßen an zu rechnen: $4.\,2000 = 8000$, es kommt also 8 über 2, $4.\,300 = 1200$, $8 + 1 = 9$, es wird 8 getilgt und darüber 9 gesetzt, während 2 rechts neben 8 tritt. $4.\,90 = 360$, $9200 + 360 = 9560$, es tritt also eine 5 über die gestrichene 2 und 6 rechts neben $2, 4.\,5 = 20$, $9560 + 20 = 9580$, weshalb 6 beseitigt und durch eine darüber geschriebene 8 ersetzt wird, dann wird eingerückt, und die nächste Ziffer des Multiplikators tritt in Thätigkeit. Nur beiläufig sei bemerkt, daß auch die von den Algorithmikern adoptierte »Netzmultiplikation« der Araber noch keineswegs aus-

[1] Hierher rechnen wir z. B. die folgende Modifikation Apians, die durch gewisse in dem modern zugerichteten Schema gezogene Striche wohl ihre zureichende Erklärung findet. Es ist resp.



gestorben ist, sondern ganz nach bewährten Mustern (s. o. § 18) von einzelnen gehandhabt wird[1].

Merkwürdig stereotyp verhalten sich sämtliche Rechenmeister gegenüber der Division (»Teilung«); es hat nämlich von den Variationen, welche italienischer Formensinn auch an dieser Operation anzubringen verstand, nur eine einzige, die der Multiplikation von oben nachgebildete Division des »batello« oder der »galea« — letzterer Name ist dem Petzensteiner schon bekannt —, das Bürgerrecht in unserm Heimatlande erworben. Die wesentlich doch auch in den Traditionen der Kolumnenarithmetik wurzelnde Methode mag aus nebenstehendem Beispiel (467 : 19) und dem zugehörigen Texte des Altmeisters Petzensteiner kennen gelernt werden. »Item secz die leczten untter die leczten das ist 1 untter 4 und 9 untter 6. und sprich wy oft mag ich 19 in 46 gehaben das ist 2 mal secz 2 aufsen gegen der rechten Hand und mit den 2 multiplicir die unttern figur yglich besunder und subtrahir von den die oben sten. Sprich 2 mal 1 ist 2 und 2 von 4 peleyben 2 die secz über 4. Nu sprich 2 mal 9 ist 18 zeuch 8 von 6 das mag nicht gesein leyh in 2 und macht 20 dieselben 2 die du leychst gib zu 6 wirt 8 die secz über die 6 und nym die 2 von 2 bleibt 0. nu ruck die 19 furpos und sprich wy offt mag ich 19 in 87 gehaben das mag 4 mal gesein. Nu secz 4 nach dem vorderen 2 und machs als vor und sprich 4 mal 1 ist 4. und 4 von 8 pleyben 4 die secz uber 8 und prich die 8 abe und sprich 4 mal 9 ist 36 nim 6 von 7 pleibt 1 und 3 von 4 pleibt auch 1 also kumen 24 und $\frac{11}{19}$«. Als Probe für die Richtigkeit einer Division, wie auch anderer Rechnungen, dient (s. o. Kap. II.) die Siebener- und Neuner-, seltener die Elferprobe.



Wie wir schon wissen, gehört auch das »Progredirn« zu den arithmetischen Fundamentaloperationen. Die Einteilung in arithmetische und geometrische Progressionen kennen zwar, sowie teilweise auch den Spezialfall der harmonischen Reihe, die Mathematiker (Peurbach, Scheubel), weniger aber die zünftigen Rechenmeister. Doch ist die Summenformel für beide Reihengattungen bekannt[2].

[1] Petzensteiner bezeichnet die genannte Methode ganz richtig als diejenige des Schachbretts (Multiplikation »auf dem Schachir«).

[2] Treutlein, a. a. O., S. 59 ff.

Als Begründer einer wissenschaftlichen Reihenlehre kann freilich erst Stifel gelten.

Auch das Radizieren gehört während des ganzen XVI. Jahrhunderts in den Kreis des elementaren Rechnens, aus welchem es die Pädagogik einer Folgezeit nicht ohne Grund entfernt hat. Der Buchstabe R ist als Wurzelzeichen ein Eigentum Paciolis und De la Roches, die Zeichen $\sqrt{}$ und $\sqrt{\sqrt{}}$ hat Rudolff aufgebracht. Dafs die Prozedur des Wurzelausziehens sich im Laufe der Jahre nicht erheblich ändern kann, da sie auf einem unbeugsamen Grundsatze beruht, liegt auf der Hand; zum Belege mag die Parallelstellung einer Kubikwurzelausziehung von sonst und jetzt ihre Dienste leisten.

Modern.		Chr. Rudolff (1525).
		3
$\sqrt{94\,818\,816} = 400 + 50 + 6$		3 0 6 9 3
64 000 000		9 4 8 1 8 8 1 6 (456
30 818 816	: 3.160000	b a c b a c b a
480 000		4 8
60 000		1 2
2 500		2 4 0
542 500	× 50	3 0 0
27 125 000		1 2 5
3 693 816	: 3.202500	2 7 1 2 5
6 07 500		6 0 7 5
8 100		1 3 5
36		3 6 4 5 0
6 15 636	× 6	4 8 6 0
36 93 816		2 1 6
0		3 6 9 3 8 1 6

Man überzeugt sich, dafs Rudolff lediglich die Bildung des Trinoms $b(3a^2 + 3ab + b^2)$ in anderer und zwar mühsamerer Weise vollzieht, als wir dies heute zu thun gewohnt sind[1].

Unsre Darstellung schreitet weiter zum Bruchrechnen[2]. Es kann nicht überraschen, dafs die gewöhnlichen und die sechzigteiligen Brüche (»fractiones astronomicae, phisicae«) wie früher als

[1] Selbst in unseren besseren Lehrbüchern der Neuzeit wird vielfach der Hinweis auf die Thatsache vermifst, dafs, wenn man nur vor langwierigen Rechnungen nicht zurückschreckt, jede Wurzel mutatis mutandis ganz ebenso berechnet werden kann, wie die zweite und dritte. Nur Apian hat diesen Umstand schon im ersten Drittel des XVI. Jahrhunderts bemerkt, und es ist aus seinen Andeutungen zu schliefsen, dafs er die Binomialentwicklung wenigstens für alle ganzzahligen Exponenten $= < 8$ gekannt habe, dafs er also auch in diesem Punkte, wie in manchem andern, ein Vorläufer Stifels gewesen sei.

[2] Treutlein, a. a. O., S. 78 ff.

zwei ganz verschiedene Gestaltungen des Bruchbegriffs neben einander stehen, und mit der zweitgenannten Gattung lassen sich die Rechenmeister nicht gerne ein. Auf das Heben der gemeinen Brüche wird schon ziemliches Gewicht gelegt, obschon Brüche wie $\frac{14}{16}$ dazwischen noch immer vorkommen; freilich behilft man sich mit dem schleppenden Probierverfahren, sowohl am Zähler wie auch am Nenner sämtliche Primzahlen nach und nach als Teiler zu versuchen. Das richtige (euklidische) Verfahren, den größten gemeinsamen Teiler zweier Zahlen mit Hilfe der sogenannten Staffeldivision zu ermitteln, wäre zwar bei Pacioli zu finden gewesen, allein die Deutschen leisteten, wenn es sich um die Addition und Subtraktion zweier Brüche handelte, auf solche Feinheiten Verzicht und nahmen als Generalnenner einfach das Produkt der beiden gegebenen Nenner. Die Kettenreihen des Leonardo Pisano kommen im XVI. Jahrhundert gar nicht, sondern erst bei Clavius wieder vor[1]. Die Multiplikation — und ebenso natürlich das durch Umkehrung auf eine Multiplikation zurückgeführte Dividieren — erinnert ganz an den Gang, welchen der Grieche Eutokios[2] bei dieser Operation einschlug: Ziffer mit Ziffer, Ziffer mit Bruch, Bruch mit Bruch für sich zu multiplizieren und die Einzelprodukte nachher zu addieren. Soll etwa das Produkt $1357\frac{2}{7} \cdot 2468\frac{5}{6}$ hergestellt werden, so ersetzt man zunächst $\frac{5}{6}$ durch die Stammbruchsumme $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$ und hat dann:

$$
\begin{aligned}
2000.\ 1357 &= 2714000, \quad \tfrac{1}{7} \text{ von } 2468 \quad = 352\ \tfrac{4}{7},\\
400.\ 1357 &= \ 542800, \quad \tfrac{1}{7} \text{ von } 2468 \quad = 352\ \tfrac{4}{7},\\
60.\ 1357 &= \ \ 81420, \quad \tfrac{1}{2} \text{ von } 1357\tfrac{2}{7} = 678\ \tfrac{9}{14},\\
8.\ 1357 &= \ \ 10856, \quad \tfrac{1}{3} \text{ von } 1357\tfrac{2}{7} = 452\ \tfrac{6}{14};
\end{aligned}
$$

das Produkt ist also gleich der Summe $3\,349\,076 + 1835 + \frac{3}{14} = 3350901\frac{3}{14}$. Von Dezimalbrüchen ist in dem Zeitraume bis 1525 noch nirgends etwas zu verspüren, wenigstens nicht in den Kreisen der Rechenmeister, denn die Astronomen konnten seit Peurbach und Regiomontan[3] dieses Hilfsmittels nicht mehr entraten.

[1] Wegen dieser »aufsteigenden« Kettenbrüche s. des Verf. »Beiträge zur Erfindungsgeschichte der Kettenbrüche« (Weißenburg a. S. 1872).

[2] Cantor, Vorlesungen etc., S. 274.

[3] Regiomontanus war noch in seinen »Tabulae directionum« von dem

Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri wurde völlig mechanisch betrieben: es heifst eben im ersten Falle stets und ausnahmslos: Das gesuchte Glied ist gleich dem Produkte der beiden Mittelglieder, dividiert durch das erste[1]. Dafs die unbekannte Gröfse einmal auch an einer andern als an der vierten Stelle erscheinen könne, scheint den Modisten gar nicht in den Sinn gekommen zu sein. Wie bei Petzensteiner und Widmann (s. o.), so finden sich bei deren Nachfolgern die speziellen »Regeln«, womöglich in noch vermehrter Auflage. Noch am bemerkenswertesten unter diesen Ausgeburten einer auf falsche Ziele gerichteten Erfindungskraft dürfte die »Regula Virginum« sein, bei der, wie bei Fibonaccis Vogelproblem (s. o. § 8) die Auflösung eines gewissen diophantischen Systems in Frage kam. Wälsche Praktik, d. h. Zerlegung der zu multiplizierenden oder zu dividierenden Zahlen in geeignete Summanden, begegnet uns aufserhalb Italiens zuerst bei De la Roche, in Deutschland bei Apian.

Als eine ganz spezielle Rechnungsform ist schliefslich noch die Tolletrechnung zu machen, der allerdings von den deutschen Autoren nur Widmann und Apian eine ausführlichere Darstellung widmen, die aber auch (s. o.) schon zu Petzensteiners Zeit etwas allbekanntes gewesen sein mufs. Nach Treutlein, der uns eine klare Schilderung dieses Mischsystems aus dem Rechnen auf der Linie und mit der Feder gibt[2] (Note 2, 3, 4 siehe folgende Seite Note 1, 2, 3), bediente man sich desselben zunächst bei Feingehaltsbestimmungen für Münzen und weiterhin überhaupt bei kaufmännischen Proportionsrechnungen. Den Namen »Tollet« weifs Treutlein nicht zu erklären, ihn mit Joh. Müller von Toledo herzuleiten geht wohl nicht an; des Verfassers früherer Vorschlag, Tollet als »Tavoletta« zu lesen[3], hat noch immer vieles für sich, allein auch Breusings Hinweis[4] auf das französische »toilette« verdient Beachtung. Das Wort »toile« bedeutet ursprünglich ein Netz, und einem Netzwerk ist allerdings das Schema des Tollets vergleichbar. —

Sinus totus 600000, der also auf einem Kompromifs zwischen Sexagesimal- und Dezimalsystem beruhte, ausgegangen; in der »Tabula foecunda« (s. o. §. 36) dagegen gelangte der Radius 100000 zur Geltung und damit auch die reine Zehnerteilung. Apian, Coppernicus, Rheticus u. a. bedienten sich dieser letztern mit Ausschliefslichkeit.

[1] Treutlein, a. a. O., S. 85 ff. Vom Verkleinern der entsprechenden Glieder spricht Riese noch gar nicht, wohl aber thut dies der treffliche Apian.

Ehe wir diesen Paragraphen zum Abschlusse bringen, können wir es uns nicht versagen, der Lehrart der Rechenmeister und

[1] Treutlein, a. a. O., S. 98 ff. Die Einrichtung des Tollets für Gehaltsberechnung ist durch folgendes Bild ersichtlich:

M	M	M
X	X	X
lot	lot	lot
halblot	halblot	halblot
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$
$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$
$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{128}$
$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{256}$

Die erste Vertikalreihe diente zur Unterbringung des Legierungsgewichts, in der zweiten wurde der Zusatz, in der dritten der zu berechnende Feingehalt deponiert. Handelt es sich, wie hier eben vorausgesetzt werden darf, nur um Gewichte, die in der Form 2^n, unter n eine beliebige ganze positive oder negative Zahl verstanden, vorkommen, so ist leicht erklärlich, dafs mit Einlegung von Rechenpfennigen an einem solchen Schema bequem operiert werden konnte.

[2] S. d. Verf. Rezension von Treutleins Abhandlung in der »Zeitschrift für das Realschulwesen« (2. Jahrgang, S. 477 ff.).

[3] Die Geschichtschreiber der Nautik erhielten Ursache, sich mit dem Worte Tollet zu beschäftigen, weil in gewissen handschriftlich in italienischen Archiven aufbewahrten Anweisungen zur trigonometrischen Schiffsrechnung dieselbe »raxon de marteloio« und »toleta de marteloio« genannt wird. Als eine Fundgrube für das Studium dieser merkwürdigen Reliquie mittelalterlicher Mathematik mufs eben Breusings Abhandlung »Zur Geschichte der Kartographie« (Zeitschr. f. wissensch. Geographie, 2. Jahrgang, S. 129 ff.) gelten, und dort findet man auch die im Texte angeführte Hypothese nebst Begründung vor. Wenn jedoch Breusing die Ableitung aus tavoletta für etymologisch unsicher hält, so ist erstens zu erwidern, dafs schon Formaleoni (Saggio sulla antica nautica dei Veneziani, Venedig 1786) sich für die gleiche Etymologie erklärt, und dafs ihm darin ein sehr kompetenter neuerer Gewährsmann beipflichtet. In einer Note von Gelcich (Vermischte Studien zur Geschichte der mathematischen Geographie, Zeitschr. f. wissensch. Geogr., 5. Jahrgang, S. 1 ff.), wo u. a. auch Jacob von Minorca, Lehrer der Nautik an der vom Infanten Heinrich zu Sagres begründeten Seemannsschule, als wahrscheinlicher Redaktor der bis dahin empirisch kursierenden Lehre vom Marteloio bezeichnet wird, wird ausdrücklich konstatiert, dafs im venetianischen Dialekt tavola durch tola, tavoletta durch toleta wiedergegeben, und dafs somit durch letzteres Wort bestimmt auf den Gebrauch von Tabellen hingewiesen werde.

Modisten mit ein paar Worten zu gedenken. Allzuviel günstiges ist da nicht zu berichten. In starren, zunftmäfsigen Formen sich fortpflanzend, gingen die Regeln vom Lehrer zum Schüler über, ohne dafs der Verstand dabei mehr als eine untergeordnete Rolle zu spielen gehabt hätte. Man versuche es nur, die Anweisungen dieser Männer lediglich aus dem Wortlaute heraus zu begreifen und man wird sehen, mit welchen Schwierigkeiten dies auch bei den elementarsten Dingen verbunden ist; sind die Vorschriften gereimt, so ists nur um so schlimmer. Wahrlich, in jenen Jahren mufs der Selbstunterricht entsetzlich dornenvoll gewesen sein; die persönliche Einwirkung des Lehrers, das Rechnen der Beispiele war allein entscheidend. Man kann einem neueren didaktischen Schriftsteller[1] in dem Tadel beistimmen, den er gegen Pestalozzis allzu idealistische Auffassung des Rechenunterrichts richtet — gegenüber dem entsetzlichen Realismus der Rechenmeister des XV. und XVI. Jahrhunderts bahnte sich doch mit jener und durch sie eine wohlthätige Reaktion an. Man darf sogar behaupten, dafs die Kunst, Regeln konzis und klar zu formulieren, bei Petzensteiner noch auf einer höheren Stufe steht, als bei der grofsen Mehrzahl seiner Nachfolger, unter denen nur die gelehrten Mathematiker (Grammateus, Rudolff, Apian) und teilweise auch der brave Riese eine Ausnahmestellung behaupten.

44

Die Algebra bei den Rechenmeistern.

Bei der im vorstehenden gekennzeichneten Geschmacksrichtung der Rechenmeister ist es fast zu verwundern, dafs doch manche von ihnen mit Eifer einem so neuen und angesichts der mangelhaften Symbolik auch schwierigen Wissenszweige, wie es die Algebra damals war, sich zuwandten. Gleichwohl ist dies mehrfach der Fall gewesen. Wir reden hier, was wohl kaum gesagt zu werden braucht, nicht von den Berufsmathematikern, denen wir auch Widmann, ausgesprochener noch aber Grammateus, Rudolff, Apian beizählen, sondern einzig und allein von den nicht akademisch gebildeten Lehrern der Rechenkunst.

Im zweiten Jahrzehnt des XVI. Jahrhunderts haben sich zwei Männer dieser Klasse als »Cofsisten« einen Namen gemacht, Hans

[1] Knilling, zur Reform des Rechenunterrichtes in den Volksschulen, 1. Abteilung, München 1884. S. 43 ff.

Bernecker aus Leipzig und Hans Conrad aus Eisleben[1]. Von letzterm wird uns als sprechendes Zeugnis für sein Interesse an diesen Studien das Faktum gemeldet[2], er habe, um Übungsmaterial zu erhalten, für jede neue und mit Lösung versehene algebraische Aufgabe »eynem schwartzen munich prediger ordens, welcher aquinas genant wartt, 1 fl. gebenn«.

Aber auch in der Reichsstadt Nürnberg fand die Algebra schon frühe eine Heimstätte. Wir haben oben (s. o. § 40) davon gesprochen, dafs der Modist Joh. Neudörfer schon früh im XVI. Jahrhundert Privatunterricht in der Cofs nahm[3] und dann selbst die neue »Kunst« zu lehren anfing. Und es mufs etwas bei ihm zu lernen gewesen sein, denn sein Schüler Brechtel[4] wird als ein tüchtiger Algebraist geschildert, der sich sowohl durch einen Kommentar zu Stifel als auch durch eine — leider ungedruckt

[1] Das Gedächtnis dieser beiden Männer wieder aufgefrischt zu haben, ist das Verdienst Berlets (s. dessen weiter oben erwähnte Abhandlung über Rieses Cofs). Vgl. auch Treutlein, Die deutsche Cofs, S. 12.

[2] Die Persönlichkeit des Aquinas lag bis vor kurzem völlig im dunkeln; durch Gerhardts »Geschichte der Mathematik in Deutschland« (S. 48) ward sie jedoch diesem Dunkel entzogen. Quetif-Echards Urkundenwerk (Scriptores ordinis Praedicatorum recensiti, Paris 1719, 1. Band. S. 870) weifs von Aquinas zu berichten, dafs er ein Schwabe von Geburt, in Latinität, Philosophie und Mathematik gleich bewandert und schon um 1494 als tüchtiger Gelehrter bekannt war. Ja sogar schon Regiomontan, der doch 1476 verstarb, thut in einem seiner Briefe an Röder (s. o. in Kap. IV) des »frater Aquinus« ehrende Erwähnung (v. Murr, Memorabilia bibliothecarum etc., Pars I, S. 186) und ebenso spricht Stoeberl von einem »Aquinus Dacus« als von seinem Lehrer. Wenn hier stets dieselbe Person gemeint ist, so mufs deren wissenschaftliche Wirksamkeit sich mindestens von 1470 bis 1510, sohin über den langen Zeitraum von 40 Jahren erstreckt haben.

[3] Von seinem Lehrer weifs Neudörfer (a. a. O., S. 172) das folgende zu berichten: »Magister Erhard Etzlaub, Compastenmacher. Mein Fürnehmen ist nicht von hochverständigen, wolredenden und arzneiverständigen zu schreiben, sondern allein von denen, so mit ihrer Handarbeit künstlich gewesen sind, wie dann dieser Etzlaub in Compastenmachen mancherlei Manier sehr verständig und fleifsig gewesen ist. Er war auch ein erfahrener Astronomus, machet die Gelegenheit um Nürnberg auf viele Meilen in eine Landtafel, die drucket Georg Glockendon. Was aber meine Herren, ein erber Rath, an fliefsendem Wasser, Weg, Steg, Städt, Märkt, Dörfer, Weiler, Wälde, fraifsliche Obrigkeit, und andere Herrlichkeit, um und bey ihrer Stadt haben, das machet er ihnen in der Landpflegstube, in schöne Karten und Tafeln, ist der erste gewesen, der mich in der Cofs gelehrt hat«. Dieser Etzlaub, dessen Name im Ratsbuch 1511 vorkommt, hat sich übrigens späterhin dem Studium und der Ausübung der Heilkunde zugewendet.

[4] Doppelmayr, a. a. O., S. 158 ff.

gebliebene — Bearbeitung des Euklides[1] hervorthat, zugleich aber auch unter denjenigen als einer der ersten auftrat, die an eine wissenschaftliche Darstellung des Artilleriewesens (»Büchsenmeisterey«) dachten.

Den ersten Rang unter den aus dem Kreise der Rechenkünstler hervorgegangenen Cofsisten nimmt Riese ein[2]. Vollendet um 1524, ist Rieses Algebra Manuskript geblieben und hat deshalb nicht die Früchte getragen, die ihr Verfasser erhoffte; erst 1855 hat Berlet sie wieder aufgefunden. »Freilich enthält diese Riese'sche Cofs nicht einmal das Rechnen mit den Symbolen für die verschiedenen Potenzen der Unbekannten und nichts über das Rechnen mit Wurzelgröfsen, sondern nur die Anleitung zur Auflösung von Gleichungen des ersten und zweiten Grades und eine Reihe von Beispielen für gewisse Fälle dieser Gleichungen. Gleichwohl ist sie von hoher Bedeutung, freilich nur für uns Spätgeborene, die wir die Entwicklungsgeschichte der Algebra studieren, und nicht für Rieses Zeitgenossen[3]«.

45

Die Geometrie in ihrer Anwendung auf Gewerbe und Kunst.

Im ersten Teile dieses Kapitels stellten wir uns die Aufgabe, darzulegen, wie und in welchem Umfange der Betrieb des Rechenunterrichts und der Rechenkunst selbst gegen den Ausgang des Mittelalters hin aufserhalb des engern Kreises der Berufsgelehr-

[1] Euclidis Megarensis, Mathematici clarissimi, Elementorum geometricorum Libri XV. in formas Tabularum redacti, una cum figurarum Symmetria certisque dimensionibus et applicatione numerorum tam rationalium quam irrationalium ornati per Dom. Leonhardum Sehoverum Lipzensem et Stephanum Brechtelium ipsius discipulum, Noribergensem, Arithmeticos, anno a virgineo partu 1562 Bambergae in patria, cum pestis Noribergae grassaretur.

[2] Treutlein, die deutsche Cofs, S. 14 ff.

[3] Einen hübschen Beleg für das Eindringen der Freude an arithmetischen und algebraischen, resp. doch unter Umständen algebraisch zu lösenden Rätselaufgaben auch in Laienkreise liefert ein von Loose (Anz. f. Kunde deutscher Vorzeit, 24. Band, Sp. 248) in dem Gült- und Zinsbuch des Nürnberger Patriziers Sebald Tucher aufgefundenes »Zählspiel« des Inhaltes: »Von den juden czum czelen, die in einem schiff safsen und über mer furen, warn 15 kristen und 15 jüden, dafs man albey den zehnten hinaufs werfen soll. Die strichlein sen kristen und die 0 juden stell sie bie hernach stet«.

| | | |

ten die Lücke ausfüllte, welche infolge der so äufserst mangelhaften staatlichen Organisation des Bildungswesens entstehen mufste. Wie für die Arithmetik, so soll nunmehr auch für die Geometrie der Nachweis geführt werden, dafs das Volk sich bis zu einem gewissen Grade selber zu helfen und sich wenigstens die zum Betriebe gewisser Geschäftszweige unentbehrliche Bildung aus eigener Initiative zu erwerben wufste.

Wenn wir zunächst die Gewerbe ins Auge fassen, so leuchtet ohne besondern Nachweis ein, dafs ziemlich viele derselben zu gedeihlicher Ausübung ein oft nicht ganz niedrig gegriffenes Minimum von geometrischen Kenntnissen voraussetzen. Dafs mit der Zeit auch tiefer blickende Fachmänner sich dieser Wahrnehmung nicht verschlossen, geht z. B. aus der in verschiedenen Hinsichten merkwürdigen Einleitung hervor, welche Xylander Anno 1562 seiner deutschen Ausgabe der ersten sechs Bücher Euklids voranstellte[1]. Die hohe Blüte, zu welcher sich deutsche Handfertigkeit zumal auch auf dem verbindenden Gebiete des Kunstgewerbes aufschwang, und von welcher zahllose auf uns gekommene Proben zu sprechen wissen[2], wäre ohne einige theoretische Grundlage gar nicht zu erreichen gewesen. Die heute nicht immer zum Vorteil der Sache herrschend gewordene scharfe Scheidung zwischen Handwerk und Kunst war dem deutschen Mittelalter fremd, und so dürfen auch wir wohl an dieser Stelle beide Abzweigungen des menschlichen Sinnes für gemeinnütziges Wirken in diesem Paragraphen vereinigt betrachten. Nur für die Baukunst empfiehlt sich eine Ausnahme.

Ein Mittelding zwischen wissenschaftlicher und gewerblicher Thätigkeit stellt das ganze spätere Mittelalter hindurch die Visier-

[1] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 350 ff. »Eigentlich bestimmt Holzmann seine Arbeit nicht theoretischen Gelehrten, sondern Künstlern, die Mefsen und Rechnen bedürfen; dafs die edelsten Künste, so ihrer sinnreichen Art und Wirkung halber, andern vorgezogen werden, der Mahler, Goldarbeiter, Baumeister, sich mit Zirkel, Lineal, Bleywage, Ziffern, behelffen müssen, ist bekannt: Aber die tägliche Erfahrung lehrt auch, wie mancher feine Deutsche Künstler, in Austheilung einer Linie, in Aufreifsung, Vergröfserung oder Verkleinerung einer Figur, Oder in Abmessung der Feldung, und andern Vorfällen, sich martert, den Zirkel nach dem Augenmaafse aufzuthun, und zuzumachen kein Ende findet, der sein Vornehmen ohne alle Mühe ja mit Kurzweil vollbringen möchte, wenn er Grund und eigentlichen Verstand des Messens kennte«.

[2] Man sehe z. B. in Günthners »Geschichte der literarischen Anstalten in Bayern« (3. Band, S. 240 ff.) die emphatische aber nicht unwahre Schilderung der Gewerbsthätigkeit in Bayern, insbesondere (S. 261 ff.) den Abschnitt über die im XV. Jahrhundert unter Grassers Leitung erbauten Reichenhaller Salzwerke.

kunst dar. Jedes gröfsere Gemeinwesen hatte unter seinen Beamten einen Visierer, der die Volumina der ihm zur Aichung übergebenen Hohlmafse und Fässer zu bestimmen hatte, nebendem aber wohl auch noch anderweite Ämter bekleidete und in vielen Fällen als Vorsteher einer Rechenschule thätig war. Gröfsere Städte bedurften auch einer ganzen Korporation solcher Angestellter, die wegen ihres wissenschaftlichen Charakters sich grofser Achtung beim Publikum erfreuten[1]. Das Verfahren, dessen man sich gewöhnlich bediente, lief auf die Anwendung einer sogenannten Visierrute hinaus, eines Stabes, auf dessen Teilung, wenn man die Höhe des Fasses, den Radius einer Basisfläche und den Radius der Spundweite abgemessen hatte, der kubische Inhalt sofort abgelesen werden konnte; in der Anfertigung solcher Stäbe zeigte sich bis ins XVII. Jahrhundert hinein ein reger Erfindungseifer[2]; man hielt grofse Stücke auf dieses mechanische Hilfsmittel, wie man analog wohl auch dem Nürnberger Physiker Hartmann (s. o. S. 241 N. 2) die Erfindung seines Kaliberstabs[3] wohl höher anrechnete als die Entdeckung der magnetischen Inklination. So kamen denn auch sehr frühzeitig gedruckte Anweisungen zum Gebrauche des Visierstabes ans Licht, die man trotz ihres magern Inhalts doch gewifs zu den bemerkenswerten Inkunabeln unserer mathematischen Litteratur zu rechnen ein Recht hat[4]. Man weifs, dafs

[1] Der Nürnberger Lokaldichter Hafs (Ein new gedicht der löblichen Stadt Nürnberg, von ihrem regiment, gebot und satzungen eyns erbern weysen Rats, Zeitschr. f. deutsche Kulturgeschichte, 3. Jahrgang, S. 589) weifs z. B. vom Aichamte genannter Stadt nachstehendes zu berichten:

»will dann der kaufmann geren wissen,
wie vil da in den vassen wer,
So kommen die visierer her,
Und der ist auch bestellet drey,
Die sagen, wie vil in ynen sei,
Aus der Kunst arismetrica«.

[2] Einen eigenen Abschnitt (Gesch. d. Math., 3. Band, S. 313 ff.) hat Kästner in seinem Geschichtswerk der praktischen Stereometrie des XVII. Jahrhunderts eingeräumt.

[3] Doppelmayr, a. a. O., S. 57. »A., 1540. brachte unser Hartmann bey einer weitern nützlichen Ausfindung der so genannten Büchsenmeister- oder Calibre-Stabe, vermöge dessen, als eines Maas-Stabes, den man an die Mündungen derer Canonen schicklich appliciret, alsdann das Calibre, oder die eigentliche Schweere derer dazu erforderten Kugeln aus Eisen und Metall, wie auch aus Bley und Stein gar genau und vor die Artillerie sehr dienlich determinieret wird, an den Tag, machte auch viele von dergleichen Instrument eigenhändig«.

[4] Die erste Andeutung über diese Litteratur fand Verf. in der »Bavaria«, 3. Band, 1. Abtheilung, München 1864. S. 483): »Im Jahre 1487 liefs ein gewisser Hanns Briefmaler aus Nürnberg, Buchdrucker im Zinkenwörth, »ein Fisir-

der grofse Kepler wesentlich unter dem Eindruck des Wunsches, vollkommnere Hilfsmittel zur Ausübung einer rationellen Visierkunst zu erhalten, eines seiner schönsten Werke verfafste[1], in welchem er eine Fülle von Keimen zu der bald nachher sich entfaltenden Infinitesimalanalysis niederlegte[2]. —

Die Mechaniker und Kunstschlosser waren unter den Gewerbetreibenden im engern Sinn wohl diejenigen, welche in ihren Geschäften am wenigsten ohne geometrisches Wissen auszukommen vermochten, und dafs sie über solches verfügten, geht aus den Arbeiten einzelner derselben, wie sie zumal in Nürnberg sich fanden, unzweideutig hervor[3]. Nun fügte es das Glück, dafs wir auch an einem

büchlein auf allerhand Eich‹ als sein erstes Werk erscheinen‹. Über die Person dieses Mannes sind uns von Herrn Dr. Leitschuh in Bamberg auf unsere Bitte hin einige Aufklärungen zugegangen. Schon 1466 erscheint in den Nürnberger Bürgerbüchern ein Maler Hans Sporer, der sich gelegentlich auch als ›Junghanns priffmaler‹ unterzeichnet, in Nürnberg einiges druckte und seine Offizin 1487 nach Bamberg verlegte. Hier wie in Nürnberg und in seinem späteren Wohnorte Erfurt zeichnet er bald als Hanns Brifmaler, bald als Hanns Buchdrucker, bald als Hanns Sporer; Nachrichten über von ihm für die fürstbischöfliche Kammer gelieferte Arbeiten enthalten die Rechnungen von 1487 bis 1492. Sein Sohn hat das väterliche Geschäft in Erfurt, nachdem der Vater um 1493 gestorben war, mindestens bis zum Jahre 1510 fortgesetzt. — Die Münchener königliche Bibliothek besitzt zwei Ausgaben des genannten Buches, die beide dem Jahre 1485 entstammen und nur in unwesentlichen Dingen, so z. B. in der Titelvignette, Verschiedenheiten aufweisen; den Schlufs der einen Ausgabe (›Sequitur regula Udalrici mast‹.) hat die andere nicht. Die bibliothekarische Signatur beider Schriften ist: Inc. c. a. 437, 437 a. Was Sprache und Darstellungsweise anbetrifft, so tragen dieselben einen weit barbarischeren Charakter, als das um ein Jahrzehnt früher aus dem gleichen Verlagsorte hervorgegangene Rechenbuch Petzensteiners. Nachstehend eine Probe: ›Item wenn du hast einen puncten auff der quadrat rute es sey ein seidle, Mofs. Achtele Yme. oder fierteil. I II III IV V oder VI wy vil der ist wiltu dann czwirnt als vil auff der rüten haben So teil das erste in sibentzig teil und thu derselben teil newnundczueinczig darczu so hast du czwir als vil‹.

[1] Auszug aus der uralten Messekunst Archimedis, und derselben neulich in Latein ausgangener Ergänzung betreffend: Rechnung der körperlichen Figuren, hohlen Gefäfser und Weinfässer, sonderlich des Oesterreichischen, so unter allen den artigsten Schick hat . . . Gestellt durch Johann Keplern, der Röm. Kais. Maj. und dero getreuer löbl. Landschaft des Erzherzogthums Oesterreich Ob der Enfs Mathematicum, Lintz 1616.

[2] Die Bedeutung des Keplerschen Werkes hat vom geschichtlichen Standpunkte aus treffend gekennzeichnet Pfleiderer: Kepleri methodus solida quaedam sua dimetiendi illustrata, et cum methodis geometrarum posteriorum comparata, Tübingen 1795.

[3] Über mechanische Künstler im ersten Viertel des XVI. Jahrhunderts geben Neudörfers von Lochner herausgegebene Nachrichten (S. 65 ff., S. 69 ff., S. 71 ff., S. 117) manch guten Aufschlufs. Hervorragend unter ihnen ist Jakob

bestimmten Einzelfalle nachweisen können, wie richtig ein Geschäftsmann dieser Zeit über die Notwendigkeit einer wissenschaftlichen Basis auch für den Praktiker gedacht hat. Die Thatsache ist wichtig genug, um es zu rechtfertigen, dafs Neudörfers Text, auf den wir uns hierbei stützen, vollinhaltlich reproduziert wird[1]. »Sebald Beham, Büchsenmacher. Zur Zeit, als dieser Mann zur Aufnehmung seiner Bürgernahrung kommen, ist seines gleichen mit grofsem Geschütz gieſsen nicht gefunden worden, hat auch fast gelerte Brüder gehabt und grofse Fürsorge getragen, wie er seinen Söhnen zu Künsten Ursache geben möchte, darum er seinem Sohn Hanssen von dem grofsen Mathematicus Johannes Werner, Pfarrherr zu St. Johannis bei Nürnberg, die 15 Bücher Euclidis in teutsche Sprach transferiren lassen, wie dann der Herr Wilibald Pirkheimer Unterhändler war, damit aber alle Propositiones desto verständiger sein möchten, wurd ihm angedingt, dafs er über ein jede Proposition ein verständig Exempel setzen solle, gab ihm also von jedem Buch zehn Gulden; wo aber diese Bücher hinkommen seien, das wissen weder Vormund noch Erben anzuzeigen, dann sie dieser Zeit theuer geacht werden möchten, und von dem allen konnte mir nicht mehr zu sehen werden dann ein Regal Bogen darauf eine wunderkünstliche Abtheilung und Mafswerk einer Glocken gerissen und welcher Gestalt dieselbig zu vergröfsern und zu verringern, und nach den Tönen und Resonanzen zu gieſsen wäre«. Wir brauchen nicht erst zu betonen, welch grofsen Nutzen die Geschichte des mathematischen Unterrichtswesens aus der Wiederauffindung dieser Seltenheit ziehen würde, die aber leider unwiederbringlich verloren zu sein scheint. Soviel geht aber doch aus Neudörfers Erzählung hervor, dafs der Lern-

(nicht Hans) Bülmann, ein Schlosser. »Dieser Bülmann, ob er gleich Schreibens und Lesens nicht geübt gewest, ist er doch in der Astronomie fast künstlich und gelert gewest, derhalben er auch mit 80 Pd. Gewicht die Theoriam planetarum in Gang und Uhrwerk bracht hat, welches dann vor ihm Niemand hat thun mögen. Er macht auch für Uhrwerk Manns und Weibs Bilder, die umgingen und schlugen ihre Mensur auf der Lauten und Pauken«. Ferner Hans Heufs, Verfertiger trefflicher Kirchenuhren, Peter (nicht Andreas) Henlein, der Erfinder der berühmten Nürnberger Eier (ellipsoidischer Taschenuhren), und der kunstsinnige Patrizier Schlüsselfelder, der um 1520 sich mit der Konstruktion eines Perpetuum mobile beschäftigte. Eine so ausgesprochene Neigung zur Mechanik, wie sie sich in diesen Bemühungen um die Anfertigung von Automaten ausspricht, mufste auch theoretische Liebhabereien zeitigen und fördern, und in der That findet es sich (Doppelmayr, a. a. O., S. 35), dafs der Nürnberger Pfarrherr Werner, einer der tüchtigsten Mathematiker seiner Zeit (s. o. Kap. IV), freundschaftlichen Verkehr mit den begabten Kunsthandwerkern unterhielt.

[1] Lochner, a. a. O., S. 48; Doppelmayr, a. a. O., S. 35.

trieb wackere Bürger selbst vor grofsen Opfern nicht zurückscheuen liefs; und ein wie feiner Takt spricht aus dem Verlangen, dafs der strengen Theorie immer fafsliche Beispiele beigegeben sein müfsten! Bei solcher, durch die Umstände gebotenen Geschmacksrichtung der Nürnberger Bürgerkreise wollen wir es freilich dem Geschichtschreiber des dortigen Gymnasiums[1] gerne glauben, dafs von allen an dieser Anstalt seit 1526 gelehrten Disziplinen nur die Mathematik so recht populär und von sämtlichen Lehrern allein der Professor dieser Wissenschaft, Schoener, niemals von Zuhörern verlassen gewesen sei. —

Die Malerei hatte ohne jede Anlehnung an die Geometrie recht gut bestehen können, solange die byzantinische Schule ihre Suprematie behauptete, solange also auch Rücksichtnahme auf die Perspektive von dem darstellenden Künstler nicht gefordert wurde. Der geniale Mann, der die Malerei in neue Bahnen einzulenken zwang, mufste zugleich Geometer sein, und es wird uns dies auch ausdrücklich von ihm bezeugt[2]. Nach ihm haben besonders Italiener sich mit den exakten Voraussetzungen ihrer Kunst befafst; Alberti suchte in der ersten Hälfte des XV. Jahrhunderts eine geometrische Theorie des Zeichnens aufzustellen[3], und gegen Ende jenes trat Lionardo

[1] Heerwagen, Zur Geschichte der Nürnberger Gelehrtenschulen, Nürnberg 1867. S. 11.

[2] J. Schopenhauer, Johann van Eyck und seine Nachfolger, 1. Band, Frankfurt a. M. 1822. S. 20 ff. Die Brüder Hubert und Johann wie ihre Schwester Margaretha hatten eine gelehrte Bildung erhalten; Jan van Eyck speziell kannte den Plinius, verstand sich auf Chemie, die ihn zu seiner Erfindung der Ölmalerei befähigte, und ward von seinem Zeitgenossen Bartholomaeus Faccius wegen seines geometrischen Wissens gepriesen. In seinen Bildern (a. a. O., S. 27) macht sich zuerst eine auf Nachdenken beruhende Kenntnis der Linearperspektive bemerklich, von welcher nicht einmal sein berühmter und unmittelbarer Vorgänger, Wilhelm von Köln, etwas gewufst zu haben scheint.

[3] Leone Battista Albertis kleinere kunsthistorische Schriften herausgegeben von Janitschek, Wien 1877. Die drei Bücher über Malerei soll Alberti 1435 fertiggestellt haben. Es scheint (a. a. O., S. VII ff.), dafs derselbe den Euklid im Originale studiert hatte; auch seine Optik fufst auf der euklidischen Betastungstheorie, welcher zufolge die Lichtstrahlen nicht vom Gegenstand zum Auge sondern von diesem zum Gegenstand gehen sollen. Die Malerei hat nach Alberti die Pflicht, einen Querschnitt der Sehpyramide richtig darzustellen, und so wird denn auch in ausführlicher Anweisung (a. a. O., S. 72 ff.) dieser Querschnitt nach den Regeln der Ähnlichkeitslehre zu verzeichnen gelehrt. Teilweise ähnliche Sätze findet man auch in einem die Bedürfnisse des Bildhauers vorwiegend ins Auge fassenden Werke aus dem Ende des in Rede stehenden Jahrhunderts; vgl. H. Brockhaus, De sculptura von Pomponius Gauricus, Leipzig 1886.

da Vinci auf, in dessen allumfassendem Geiste Kunst und Wissenschaft zu einer in ihrer Art kaum je wieder erreichten Weise fruchtbarer Durchdringung gelangten[1]. Die universelle Bedeutung Michel Angelos, der mit einiger Wahrscheinlichkeit als Lionardos Lehrer angesehen wird[2], ist zu bekannt, um hier eigens besprochen zu werden, und auch Raffael würde den besondern Reiz seiner Gemälde nicht haben bewirken können, wenn ihm nicht ein ganz eigentümlicher Takt innegewohnt hätte, die strengen Regeln der Linearperspektive mit höheren ästhetischen Erfordernissen zu versöhnen[3]. Von deutschen Malern, den Nationalitätsbegriff im engern Sinne genommen, hat dem Anscheine nach vor Albrecht Dürer keiner der Geometrie eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt; umsomehr aber that dies der genannte, dessen Leistungen denn auch eine gesonderte und eingehende Prüfung erheischen. Nach Libris Meinung[4] verfolgte übrigens Luca Paciolis Werk über den goldenen Schnitt, an dessen Ausarbeitung sich auch Lionardo da Vinci beteiligte, den Zweck, für alle bildenden Künste die leitenden geometrischen Grundsätze

[1] Wegen Lionardos vergleiche man die folgenden Arbeiten: Venturi, Essai sur les ouvrages physico-mathématiques de Léonard da Vinci, Paris 1797; Libri, Histoire des sciences mathématiques en Italie, tome III, Paris 1840, S. 1 ff.; Grothe, Leonardo da Vinci als Ingenieur und Philosoph, Berlin 1874; Klemm, Zur Würdigung Leonardo da Vinci's als Naturforscher, Bremen 1877; M. Cantor, Lionardo da Vinci, Westermanns Monatshefte, Juli 1878. Auf kleinem Raume vereinigt wohl der zuletzt genannte Essay das meiste Material zur Würdigung der uns hier interessierenden Fragen. In dem »Trattato di pittura«, dessen ältere Ausgaben übrigens nach Libri (a. a. O., S. 30) überaus unvollständig sind, entwickelt Lionardo meisterhaft die Grundzüge einer exakten Kunstästhetik und zumal auch die Lehre von der früher unterschätzten, resp. verkannten »Luftperspektive«. Lionardos feiner Sinn hob ihn leicht über den Mangel tieferer geometrischer Kenntnisse hinweg, denn dafs diese nicht eben bedeutend waren, dürfte eine neuere Veröffentlichung (Léonard da Vinci; le manuscrit A de la bibliothèque de l'Institut, publié par Ravaisson-Mollien, Paris 1881) aufser Zweifel setzen. Dort werden nämlich verschiedene Näherungskonstruktionen regelmäfsiger Polygone mitgeteilt, die Lionardo angegeben hatte, und darunter befindet sich z. B. für das Zehneck eine so unvollkommene (sin 36° soll $= 1:\sqrt{3}$ sein), dafs ein Mathematiker von Fach sich gewifs nicht bei ihr beruhigt hätte. Besser ist die Verzeichnung des Siebenecks $\left(\sin\frac{180^0}{7} = \frac{1}{4}\sqrt{3}\right)$; vgl. auch § 47.

[2] Libri, a. a. O., S. 60 ff.

[3] Raffaels Auffassung der Perspektive wird zum Vorwurfe einer feinsinnigen Betrachtung gewählt von Hauck: Die Stellung der Mathematik zur Kunst und Kunstwissenschaft, Vortrag, gehalten am Schinkelfest, Berlin 1880; Perspektivische Studien, Zeitsch. f. Math. u. Phys., 27. Band, S. 236 ff.

[4] Libri, a. a. O., S. 21 ff., S. 143 ff.

festzustellen[1], und es kann dasselbe sonach mit einigem Rechte als Vorläufer der Dürerschen Lehrbücher (vgl. § 48, 49) betrachtet werden. —

Vielleicht mag es etwas befremdend erscheinen, dafs am Ende eines Abschnittes, welcher ausdrücklich Kunst und Gewerbe zu berücksichtigen hat, noch die Feldmefskunst erscheint. Allein dieselbe war eben in jener Zeit vielfach nichts als ein Gewerbe, und so findet sie hier denn auch ganz naturgemäfs ihren Platz. Freilich beschäftigten sich mit geodätischen Aufgaben auch sehr vielfach die gelehrten Mathematiker an den Hochschulen, wofür wir ja in Kap. IV genug Belege beizubringen in der Lage waren, allein die Praxis des Lebens blieb von diesen mehr wissenschaftlichen Bestrebungen nahezu unberührt. Die Koebel, Conrat, Rensberger, Reymer, der »Pfarrherr zu Langenforch«, und wie alle die schriftstellerisch thätigen Feldmesser des XVI. Jahrhunderts heifsen mögen, waren Empiriker, die in obrigkeitlichem Auftrage Vermessungen der Grundstücke für die Lösung zivilrechtlicher Fragen ausführten und Andern zu solcher Verrichtung Anleitung zu geben wünschten[2]. Die Be-

[1] Das geometrische Werk Paciolis ist, in Deutschland wenigstens, zur bibliographischen Seltenheit geworden, was zur Folge hatte, dafs Schriftsteller, die darüber urteilen wollten und es doch niemals gesehen hatten, die grotesksten Behauptungen aufstellen durften. Ein schwer nachahmliches Beispiel dieser Art liefert Sonnenburgs Programm (Der goldene Schnitt; Beiträge zur Geschichte der Mathematik, Bonn 1881). Authentische und zuverlässige Angaben über das eigenartige Buch trifft man dagegen bei Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 417 ff.) und bei Pfeifer (Der goldene Schnitt und dessen Erscheinungsformen in Mathematik, Natur und Kunst, Augsburg 1885. S. 43 ff.) an. 1489 in Venedig gedruckt, weist das Werk folgendes Titelblatt in gotischen Lettern auf: Divina proportione Opera a tutti glingegni perspicaci e curiosi necessaria Ove ciascun studioso di philosophia: Prospettiva Pictura Sculptura: Architectura: Musica: e altre Mathematice: suavissima: sottile: e admirabile doctrina consequira: e delectarassi: con varie questione de secretissima scientia. Der Name rührt her von der Teilung einer Strecke nach äufserm und mittlerem Verhältnis — a : x = x : (a — x) —, welche nach Pfeifers Untersuchungen hier zum erstenmale mit einem so glänzenden Aushängeschilde versehen erscheint. Weiterhin zieht Bruder Lucas eine Anzahl von merkwürdigen Polyedern — darunter nicht etwa blos die platonischen und archimedischen — in betracht, erörtert die Grundlehren der Baukunst und die Regeln, welche für die richtige Zeichnung des menschlichen Körpers mafsgebend sind; nachgehends kubiert er die Kugel und gewisse andere Körper, von denen bei Albrecht Dürer die Rede sein wird. Man kann Paciolis »Göttliche Proportion« als die erste Stereometrie bezeichnen, welche die von Euklid dieser Wissenschaft im 11. bis 14. Buche der »Elemente« gezogenen Grenzen mit Bewufstsein um ein erkleckliches hinausrückt.

[2] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 648 ff.

zeichnungen »Landschneider« oder »Feldmesser und geschworner Steinsetzer«, welche ab und zu vorkommen[1], sprechen das Verhältnis, in welchem die fraglichen Funktionäre zur Wissenschaft standen, deutlich genug aus. Immerhin bedurften auch sie einiger theoretisch-geometrischer Kenntnisse, und wenn auch (s. o.) für das sechzehnte Jahrhundert die Quellen, aus welchen solche zu schöpfen waren, klar erkennbar sind, so war man doch bis vor kurzem hinsichtlich des fünfzehnten um so übler daran.

Diesem Mangel wurde neuerdings abgeholfen durch einen glücklichen Fund, welcher auf der Universitätsbibliothek zu Breslau gemacht ward[2]. Die bezügliche Handschrift ist bezeichnet als »Geometria Culmensis« und stellt in ihren deutsch geschriebenen Bestandteilen die zur Zeit nachweisbare älteste geometrische Reliquie in unserer vaterländischen Sprache vor. In der Einleitung preist der Autor, von dem man absolut nichts näheres weifs, die Weisheit des preufsischen Hochmeisters Konrad von Jungingen, der alle Streitigkeiten zwischen seinen Unterthanen zu verhüten wisse. Solcher Streit sei nur zu häufig ein agrarischer, durch die Ungeschicklichkeit des bestellten Feldmessers hervorgerufener, und so habe der Hochmeister die Herstellung dieses Büchleins veranlafst, welches denn auch folgerichtig als nähere Bezeichnung diese trägt: »Liber magnifici principis Conradi de Jungingen, magistri generalis Prussie, geometrie practice usualis manualis«. Einer vorausgehenden Beschreibung der im Ordenslande üblichen Mafse folgen fünf »Tractatus«. Zwei derselben handeln von den Dreiecken, je einer vom Viereck, Fünfeck und Kreis, und zwar folgt dem lateinischen Texte immer eine deutsche Übersetzung, welche im weitern Fortgang immer freier ausfällt. Verschiedentlich richtet der Verfasser an die »Mensores«, welche er (s. o.) in »literati« und in »laici« einteilt, Ermahnungen, sie sollten sich möglichster Genauigkeit befleifsigen und zumal auch den »Algorismus de integris et minuciis« ordentlich studieren. Das Werkchen selbst ist weniger ein Lehr-, als ein praktisches Hilfsbuch, etwa nach Art jenes berühmten altägyptischen Traktats des Aahmes[3], doch ruht es entschieden auf

[1] A. a. O., 3. Band, S. 295; 1. Band, S. 659.

[2] Herr Bibliothekskustos Dr. Mendthal in Königsberg i. Pr., welchem der im Texte erwähnte Fund gelang, hat seitdem darüber in einer besondern Publikation berichtet. Dankbar mufs der Verf. die Freundlichkeit des genannten Gelehrten anerkennen, welcher ihm die im Texte und in der zweitfolgenden Note verwerteten Bemerkungen bereitwilligst zur Verfügung stellte.

[3] Cantor, Vorlesungen etc., S. 19 ff.

Studien, die nicht blos an der Oberfläche haften, wie denn auch für Rhombus und Trapez die arabischen Ausdrücke Campanos gebraucht sind[1]. Auffallend ist, dafs des Büchleins in den Quellen der Ordensgeschichte nirgendwo gedacht wird.

Die »unterirdische« Geometrie, das Markscheiden, mufs innerhalb des Zeitraums, an den sich unsere geschichtliche Darstellung zu halten hat, noch ganz nach der Routine betrieben worden sein. Erst 1556 erschien der erste Versuch, auch diesen Zweig der Mefskunst wissenschaftlich zu gestalten, das bekannte »Bergwerkbuch« Agricolas[2].

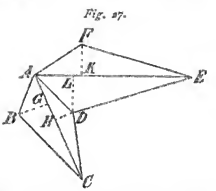
46

Die Geometrie der Bauhütte und deren Litteratur.

Seit der Mitte des XIII. Jahrhunderts beginnt langsam aber sicher der weit einfachere byzantinisch-romanische Baustil, dessen einfache rundliche Formen weder dem Architekten noch dem Bildhauer besonders schwierige Aufgaben stellten, durch den weit mehr Geheimnisse in sich bergenden Spitzbogenstil abgelöst zu werden[3]. Dem Volksbewufstsein drängte sich die Eigenart dieser schönen aber geheim-

[1] Flächenberechnungen nehmen in der Geometria Culmensis einen grofsen Platz ein; es wird die Höhe (»Kathetus« oder deutsch »Mitteldrehbaum«) im Dreieck gezogen und mit der halben Grundlinie multipliziert. Etwas zu gut thut sich der Autor auf seine Inhaltsbestimmung der Vielecke, die jedoch so einfach wie möglich vor sich geht. Soll etwa der Inhalt des Sechsecks ABCDEF (Fig. 27) ermittelt werden, so werden die Diagonalen AC, AD, AE und weiter

Fig. 27.



die Linien BG, DH normal zu AC, FK und DL normal zu AE gezogen. Dann ist die gesuchte Fläche durch den Ausdruck

$$\frac{1}{2}\left[\mathrm{AC}\left(\mathrm{BG}+\mathrm{DH}\right)+\mathrm{AE}\left(\mathrm{FK}+\mathrm{DL}\right)\right]$$

gegeben.

[2] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 697 ff.

[3] Vgl. die Bemerkungen über byzantinische, maurische und gotische Bauart in v. Raumers »Geschichte der Hohenstaufen und ihrer Zeit« (6. Band, Reutlingen 1829. S. 449 ff.)

nisvollen Architektur mächtig auf, und es gab dieser instinktiven Wahrnehmung dadurch verständlichen Ausdruck, dafs berühmte Zeitgenossen auch als grofse Baumeister bezeichnet wurden. Neben Erwin von Steinbach, den Erbauer des Strafsburger Münsters, ward Albert von Bollstädt, der gröfste Naturkundige des Mittelalters (s. o. §26) als Kölner Dombaumeister gestellt[1]. Jedenfalls sah auch der minder gebildete ein, dafs Bauten von dieser Art nicht von Werkleuten, sondern von denkenden und geschulten Meistern auszuführen waren.

Mathematische und in engern Sinne geometrische Kenntnis war für den Gotiker nach zwei Richtungen hin ein unabweisbares Bedürfnis. Während die Byzantiner sich im wesentlichen mit einfachen Tonnen- und Zylindergewölben begnügt hatten, deren Konstruktion mehr nur richtige Verwendung des vorhandenen Materials voraussetzte, traten von nun an ganz andere Erfordernisse hervor. »Gewölber so kühn und künstlich, als die so genannte gothische Baukunst zeigt«, sagt Kästner[2], »werden von unsern Baumeistern nicht mehr gebraucht«. Leider sind uns über die Mafsnahmen, welche bei den Gewölbebauten der Architekten eine Rolle spielten, gar keine Nachrichten aufbewahrt, doch können wir uns aus inneren Gründen ein Bild von den grofsen dabei zu überwindenden Schwierigkeiten entwerfen[3]. Besser ergeht es uns im Hinblick auf die andere

[1] Dafs Albertus Magnus den Bauriſs zum Kölner Dom gefertigt habe, scheint v. Bianco (Die alte Universität Köln, 1. Theil, S. 45) als eine verbürgte Thatsache hinzunehmen. Doch ist nach Schnaase und Krafft (vgl. dessen »Briefe und Dokumente«, S. 117) irgend eine aktive Beteiligung Alberts am Kirchenbau durchaus nicht anzunehmen. Als hauptsächlichster Gewährsmann galt Alberts Biograph Vincentius Justinianus, der da gesagt hatte: »Chorum — tamquam optimus architectus juxta normam et verae geometriae leges — erexit.«

[2] Kästner, Gesch. d. Math., 2. Band, S. 41.

[3] An eine mathematische Betrachtung der Gewölbe hatte zuerst Pacioli gedacht, indem er (Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 440) sich mit der Durchdringung zweier Kreiszylinder von gegen einander senkrechter Achsenstellung beschäftigte und den körperlichen Inhalt des beiden Zylindern gemeinsamen Stückes zu bestimmen suchte. Sodann sind es Franzosen gewesen, welche vom XVII. Jahrhundert an die Theorie der Körperdurchsetzung, auf welcher die Lehre vom Gewölbebau beruht, nach verschiedenen Seiten hin gefördert haben. Chasles rechnet diese Männer zu denjenigen, welche in erster Linie dem Begründer der Projektionslehre die Stätte bereiten halfen (Gesch. d. Geom., deutsch von Sohncke, S. 376). »Wenn man auch Monge«, führt er aus, »als den Schöpfer der beschreibenden Geometrie anerkennt, so mufs man doch, um gerecht zu sein, zugestehen, dafs verschiedene Verfahrungsarten dieser Wissenschaft und die Anwendung der Projection in den verschiedenen Theilen der construirenden Künste schon seit langer Zeit bekannt waren, besonders

Seite der Gotik, nämlich auf die ornamental-künstlerische. Eine Reihe von Aufzeichnungen bewährter Meister, nur teilweise durch den Druck verewigt, befähigt uns zu einem sachgemäfsen Urteil über die Konstruktionsmethoden der mittelalterlichen Architekten; auch die Vorgeschichte der deskriptiven Geometrie geht dabei nicht ganz leer aus.

In der Pariser Nationalbibliothek findet sich[1], aus der Abtei St.- Germain des Près stammend, ein Manuskript des Villard de Honnecourt, welches der ersten Hälfte des XIII. Jahrhunderts angehört. Man kann dasselbe als ein Handbüchlein für den Baumeister bezeichnen, nach welchem derselbe selber zu verfahren und auch sein Personal anzuweisen hatte. Der didaktische Charakter der Zusammenstellung spricht sich deutlich in folgenden Worten aus: »car en cest liure puet on trover grant consel de la grant force de maconerie et des engiens de carpenterie et si troveres la force de la portraiture les trais ensi comme li ars de jometrie (sic) les comande et ensaigne«. Freilich liegt die geometrische Kunst noch in ihren Windeln, wie denn überhaupt »Pläne« im modernen Sinne vor dem XIV. Jahrhundert gar nicht angefertigt worden sein sollen[2]; Villards Grundrisse sind durchweg gut, aber das Wesen des Aufrisses ist noch nicht klar erfafst, vielmehr erscheint derselbe noch vielfach mit perspektivischen Zeichnungen untermengt[3]. Mit Villard

den Zimmerleuten und den Steinschneidern. Philibert von Lorme, Mathurin Jousse, Desargues, P. Deran und De la Rue haben auf die genannten Künste, welche auf der Projectionslehre beruhen, Anwendungen gemacht. Desargues hat schon bei diesen Autoren die Analogie zwischen den verschiedenen Verfahrungsarten nachgewiesen und sie an allgemeine Principien angeknüpft. Frezier (officier supérieur du génie) hat in seinem Traité de stéréotomie, welches ein gelehrtes und mit nützlichen Anwendungen auf die theoretische und praktische Geometrie angefülltes Werk ist, die Ideen der Verallgemeinerung von Desargues verfolgt und auf eine abstracte und allgemeine Weise geometrisch die verschiedenen Fragen behandelt, welche sich bei den verschiedenen Theilen des Schnitts der Steine und des Zimmerwerks darbieten müssen.« Vorgearbeitet hatte ihm namentlich Courcier durch die in seinem »Opusculum de sectione superficiei sphaericae per superficiem sphaericam cylindricam atque conicam« (Paris 1633) enthaltenen Untersuchungen über doppelt gekrümmte Kurven, welche bekanntlich erst weit später, nämlich in Clairauts »Traité des courbes à double courbure« (Paris 1729) für die analytische Methode in Beschlag genommen wurden.

[1] Schnaase-Woltmann, Geschichte der bildenden Künste, 5. Band, Düsseldorf 1872. S. 118 ff.

[2] Ibid. S. 409.

[3] Zur Steuer der Wahrheit mufs freilich bemerkt werden, dafs die gerügte Unvollkommenheit nicht etwa dem XIII. Jahrhundert eigentümlich ist. Nach

beginnt die Reihe der kunstsinnigen Baumeister, welche sich bewufst waren, dafs ihr Werk nur in wissenschaftlichem Sinne betrieben werden dürfe, deren Überzeugung sich auch in den hübschen gereimten Bausprüchen über die Notwendigkeit theoretischen Wissens ausspricht; einige solcher unzweifelhaft von gewiegten Meistern[1] herrührender Gedichtchen sind uns von Heideloff aufbewahrt[2]. Die Aufgabe dieser Männer wurde im Verlaufe der Zeit eine immer schwierigere, denn die geometrischen Künsteleien im Mafswerk — man denke nur an die sogenannte »Fischblase« — gewannen stets ausgiebiger Boden; wieder »eine Gelegenheit zur Anwendung künstlicher geometrischer Zeichnung gewährten die Strebepfeiler mit

v. Haradauer (Die Kartographie auf der historischen Ausstellung der Stadt Wien, 1883, Mitteil. d. k. k. geogr. Gesellsch. in Wien, 1884. S. 89 ff.) sind sogar jene Pläne, welche gegen das Ende des XVII. Jahrhunderts der sächsische Ingenieur Suttinger für die Stadt Wien fertigte, dadurch entstellt, dafs sich in den geometrischen Aufrifs stets halbperspektivische Bildchen einmischen; erst ein paar Jahrzehnte später entstand der den strengsten Bestimmungen der Situationszeichnung genügende Plan der Wiener Befestigungen von Anguissola. Die Geschichte der Kartographie gewährt denselben Anblick; vgl. Früh, Zur Geschichte der Terraindarstellung, Zeitschr. f. wissensch. Geographie, 2. Jahrgang, S. 156 ff.

[1] Ob der Name »Magister«, der tüchtigen Baukünstlern nicht selten beigelegt wird, auf einen akademischen Grad oder nur als eine Vertrauenskundgebung der Grofsen zu deuten ist, will Schnaase (a. a. O., S. 123 ff.) unentschieden lassen.

[2] Heideloff, Die Bauhütte des Mittelalters in Deutschland, eine kurzgefafste geschichtliche Darstellung mit Urkunden und andern Beilagen, sowie einer Abhandlung über den Spitzbogen in der Architektur der Alten, Nürnberg 1844. S. 15 ff. In einem alten »Stain Mezbüchlein« liest man:

»Was in Stain-Kunst zu sehen ist
Dafs kein jrr noch Abweg ist
Sondern schnur recht, ein Linial
Durchzogen den Circkel überall
So findst du Drey, in viere stehn,
Und also, durch eins, ins Centrum gehn,
Auch wieder aus dem Centro in drey
Durch die vier, im Circkel ganz frey.
Des Stainwercks kunst und all die Ding
Zu forschen macht das lehrnen gring
Ein Punkt der in den Circkel geht,
Der im Quadrat und drey angel steht,
Trefft ihr den Punkt, so habt ihr gar
Und komt aus Noth, Angst und Gefahr
Hie mit habt ihr die gantze kunst,
Versteht ihrs nit, so ists umbsunst
Alles was jhr gelernt hab,
Das klagt euch bald, damit fahrt ab.«

ihren Fialen«[1]. In der deutschen Gotik spricht sich Schnaase zufolge[2] zweierlei gegenüber der französischen, englischen und spanisch-italienischen aus: ernste Einfachheit und Vorliebe für geometrisches Formenspiel. Zumal die böhmische Schule des Peter von Gmünd huldigte dieser Richtung, in welcher sich dann auch die Baumeisterfamilien der Roriczer und Junker bewegten[3].

Die Bauhütte war der Ort, in welcher junge Adspiranten des Handwerks von Meister und Palier mit den geometrischen Regeln bekannt gemacht wurden, die ihnen zur Erlangung höherer Kunstfertigkeit unentbehrlich und irgendwo anders nicht zu lernen waren. Wir müssen uns deshalb die Bauhütte zugleich als eine praktische Schule vorstellen. Die Annahme Heideloffs[4], dafs jene das »Collegium fabrorum«, von welchem Vitruvius spricht, wieder aufleben lasse, mag etwas weit hergeholt erscheinen; sicherer ist ihre Zurückführung auf die Bauthätigkeit der Klöster[5]. Seit den Zeiten der Hohenstaufen soll nach diesem Gewährsmann die Hütte, die damals noch vielfach von Geistlichen geleitet worden wäre, den streng nationalen Charakter hervorgekehrt und keine Ausländer mehr zur Aufnahme zugelassen haben[6]. »Es hatte sich in den Bauhütten

Die absichtlich geheimnifsvollen Andeutungen finden weiter unten im Texte ihre Interpretation. Ein anderes Büchlein dieser Art bringt die folgenden Verse:

»Circkels Kunst und Gerechtigkait
Den, an Gott, niemand uslait.
Das Winkelmas hat Kunst genug,
Wenn man es brucht an Ortes Fug.
Der Masstab hat Kunst manigfalt
Wird auch gebrucht von jung und alt.
Die Wag ist gar hoch zu loben,
Sie zeigt an den rechten Kloben«.

[1] Schnaase-Woltmann, Gesch. etc., 6. Band, Düsseldorf 1874. S. 79 ff.

[2] Ibid. S. 185.

[3] Ibid. S. 288 ff. Die »Junker von Prag«, ein Geschlecht, dessen nähere Umstände in ein eigentümliches Dunkel gehüllt sind, erfreuten sich als Theoretiker weitum grofsen Ansehens; Figurenzeichnungen von ihnen befinden sich in Erlangen. Auf diese Prager Architekten berief sich Mathias Roriczer, der mittlere der drei Träger dieses Namens, welche als »Thumbmaister« in Regensburg bedienstet waren (Konrad, Mathias, Wolf) bei Abfassung seines bald näher zu besprechenden Büchleins, welches den Übergang vom freien Individualisieren zum Schaffen nach fester mathematischer Regel markiert.

[4] Heideloff, a. a. O., S. 3.

[5] Ibid. S. 5. Man denke nur an den Bauriſs von St. Gallen (s. o. S. 114) und an die Bauten Wilhelms, des Hirschauer Abtes (s. o. S. 48). Letzterer soll vor seiner Berufung an die Spitze des schwäbischen Klosters bereits Meister der Hütte von St. Emmeram zu Regensburg gewesen sein.

[6] Seit 1200 etwa bestanden in Deutschland die vier Hauptbauhütten von

eine gewisse Zahlensymbolik Eingang verschafft. Die Symbole galten als Norm und Richtschnur bei Ausübung der Kunst; sie erleichterten dem, der sie verstand, die Arbeit, über deren Zweck und Führung er dadurch auf dem kürzesten Weg verständigt wurde; nach dieser Kunstsprache wurden die Konstruktionen gebildet. Pläne und Risse verfertigten ausschliefslich die Meister, die Schablonen wurden dann auf den Stein gelegt und von den Gesellen aus diesem herausgearbeitet«.

Tief eingehende Belehrung über das Wesen der Vorlagen, nach welchen die Bearbeitung des Steins zu geschehen hatte, vermittelt uns das treffliche Werk von Hoffstadt[1], neben welchem auch die mehr das Gebiet der Schönheitslehre treffenden Forschungen von Zeising[2] nicht unberücksichtigt bleiben dürfen. An erster Stelle haben wir zu konstatieren, dafs die regulären Vielecke den Gotikern genau bekannt waren und in den verschiedensten Anwendungen der Baukunst immer wiederkehren. Die sogenannten »Chorschlüsse« spielen dabei eine besonders wichtige Rolle; es sind nämlich die Kirchenchöre drei-, fünf-, sieben- und auch zehnseitig »vorgeschossen«, wie ein Ausdruck in Wolframs »Titurel« lautet[3]. Auch das Achteck bildet eine gerne und verständnisvoll verwendete Basis für die

Wien, Zürich, Strafsburg und Köln. Die bayerischen Meister z. B. gehörten, wie Lipowsky nach einem Aktenvermerk der Münchener Hofkammer feststellen konnte (s. Günthner, a. a. O., S. 244) zum Strafsburger Verbande.

[1] Hoffstadt, Gothisches ABC Buch, das ist: Grundregeln des gothischen Styls für Künstler und Werkleute, Frankfurt a. M. 1840.

[2] Zeising, Ästhetische Studien im Gebiete der geometrischen Formen, Deutsche Vierteljahrsschrift, 1868, II. S. 219 ff.

[3] Hoffstadt, a. a. O., S. VI ff. Nicht blos in den Chorschlüssen — »Chores Maafs und Gerechtigkeit« nach damaliger Ausdrucksweise — kam die Teilung der Kreisperipherie in aliquote gleiche Teile zur Geltung, sondern allenthalben in der Dekorationstechnik. Mit Beziehung auf Metzgers »Gesetze der Pflanzen- und Mineralienbildung, angewendet auf altdeutschen Baustil« (Stuttgart 1835) fährt Hoffstadt fort: »Die vegetabilischen Verzierungen beruhen auf keiner blofsen Nachahmung wirklicher Vegetabilien, sondern ihre Konstruktion gründet sich auf dieselben Kreistheilungen oder Vielecke, welche auch den geometrischen Verzierungen zu Grunde liegen«. — Hätte Raffael diesen Umstand gehörig beachtet, so würde er wohl nicht brieflich gegen Leo X. jenes harte und ungerechte Urteil über die Gotik gefällt haben, welches in Heideloffs Verdeutschung (a. a. O., S. 129 ff.) folgendermafsen lautet: »Die Bauart der Deutschen entstand aus wildwachsenden Bäumen, deren Äste gebogen und zusammengebunden ihre Spitzbogen bildeten. Obwohl dieser Ursprung nicht ganz zu verwerfen ist, so ist er doch auch nicht sehr erheblich. Weit sicherer besteht die Hütte aus Balken, unter sich verbunden, als Säulen aufgestellt, mit ihren Giebeln und Dächern, so wie es Vitruv bei dem Ursprung

Ornamentik des Spitzbogens[1]; im nächsten Paragraphen werden wir zeigen, wie die Steinmetzkunst solche Polygone exakt und eventuell näherungsweise zu verzeichnen wufste. Sogar das Dreizehn- resp. Sechsundzwanzigeck ist einigen französischen Kirchen nicht fremd, unter denen wegen ihres eigentümlichen polygonalen Chorschlusses zumal die Kathedrale von Le Mans besondere Beachtung verdient; in Deutschland (Liebfrauenkirche zu Trier, St. Elisabeth zu Marburg, Kapellenkranz des Freiburger Münsters) war der Abschlufs des Chors durch blos sieben Seiten des regelmäfsigen Zehnecks beliebt[2].

Weit einschneidender war jedoch die geradezu superiore Bedeutung, welche allseitig dem gleichseitigen Viereck mit vier rechten Winkeln, dem Quadrat, beigelegt wurde, zumal wenn es mit einer andern ihr kongruenten Figur dieser Art durch die sogenannte Übereckstellung verbunden war[3]. Aus zwei über Eck gestellten Quadraten entwickelte sich die ganze vielgegliederte Schaftordnung,

der dorischen Ordnung beschreibt, als aus diesen Spitzbogen, welche zwei Mittelpunkte haben. Ein halber Zirkel, dessen Fugen alle nach einem einzigen Punkte zulaufen, unterstützt viel besser. Aufser seiner geringen Festigkeit hat ein solcher Bogen nach deutscher Art auch nicht jene Gefälligkeit für unser Auge, welches nur den vollkommenen Zirkel schön findet. Die Natur selbst strebt nach keiner andern Form«.

[1] Zeising, a. a. O., S. 285. »So ist das regelmäfsige Achteck von der Baukunst mehrfach als Grundrifs zu Gebäuden benützt, z. B. zur Kirche San Vitale in Ravenna, zur Kaiserkapelle in Aachen, zur Kirche in Oberwittinghausen bei Würzburg, zu den Kapitelhäusern von Salisbury, York, der Westminsterabtei u. a., noch häufiger als Grundrifs zu oberen Geschossen von Thürmen, zu Kuppeln, Thurmspitzen, Fialen, Pfeilern, Kanzeln, Erkern u. s. w., hie und da auch als Grundform des Kreuzmittels, anstatt der sogenannten Vierung oder des Centralquadrats, z. B. im Dom zu Florenz, im Baptisterium von St. Pietro zu Asti und in der Kathedrale von Ely. Besonders häufig aber hat man von ihm bei Choranlagen Gebrauch gemacht, indem man an vielen gotischen Kirchen den Chorschlufs bald aus 3, bald aus 5, nur selten dagegen aus 4 Seiten des Achtecks konstruierte. Diese einfachste Form des polygonalen Chorschlusses, die sich als solche auch neben Formen einer fortgeschrittenen Entwicklung zu behaupten wufste, findet sich u. a. an St. Sebaldus zu Nürnberg, an der Marienkirche zu Lübeck, an St. Stephan in Wien, an den Domen von Halberstadt, Meifsen, Regensburg, Schwerin, den Kirchen von Gelnhausen, Boppard u. s. w. Nicht minder häufig ist das Achteck von der Baukunst als Schema zu sternförmigen Gewölben, zum Mafswerk der Fenster, zu Rosen und Rosetten, zu Fufsböden- und Deckenverzierungen und andern Erzeugnissen der Ornamentik benützt, und in gleichem Sinne bedient sich seiner fort und fort die Kunstindustrie bei der Entwerfung von Mustern zu Webereien, Stickereien, Tapisserien u. s. f.«.

[2] Ibid. S. 294.

[3] Hoffstadt, a. a. O., S. 1 ff. S. 49 ff.

wie auch ein Quadrat oder ein Paar derselben im Grundrifs als sogenanntes »Kreuzmittel« auftreten; nur ausnahmsweise, z. B. beim Wiener Stephansdom, war das Quadrat durch ein längliches Rechteck ersetzt. Ganz besonders wichtig aber wurde die Verwendung der übereckgestellten Vierecke bei der Konstruktion der »Fialen«, jener eigentümlichen schlanken Seitentürmchen, welche einem gotischen Kirchenbau zum besondern Reize gereichen und in ihrer Häufung, wie wir sie etwa bei den Domen von Köln und Mailand beobachten, wirklich den Eindruck eines versteinerten Waldes hervorrufen. Diesem Einzelproblem der gotischen Architektur sind die beiden einzigen von deutschen Baumeistern niedergeschriebenen didaktischen Werkchen gewidmet, welche noch aus dem XV. Jahrhundert stammen, nämlich die Anweisungen zum Fialenbau von Roriczer[1] und

[1] Für Roriczer mafsgebend ist die nachstehend genannte Monographie Reichenspergers: Das Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit von Mathias Roriczer, weyland Dombaumeister in Regensburg, nach einem alten Drucke aus dem Jahre 1486 in die heutige Mundart übertragen und durch Anmerkungen erläutert, Trier 1845. Allerdings hatte Heideloff bereits in seiner oben (S. 338 Note 2) angeführten Schrift über die Bauhütte das Fialenbüchlein abdrucken lassen, jedoch in einer so unkritischen Weise, dafs dieser Wiedergabe das nicht leicht verständliche Original, welches die Nürnberger Stadtbibliothek als Bestandteil eines mathematischen Sammelbandes (4°, Math. 484) besitzt, immer noch vorzuziehen ist. Reichensperger gibt auch die notwendigen terminologischen Erläuterungen. Das Wort Fiale kommt schon bei den alten französischen Baumeistern als »viole« vor, wie auch Rivius von »Maaswerk und Violen« spricht, und bedeutet sonach ursprünglich blos die mit Blumenknäufen und Blattwerk verzierte Spitzsäule; allerdings könnte man auch an eine ganz andere Etymologie denken, indem Villard de Honnecourt (s. o.) von »fioles« (kleine Töchter der Türme?) spricht, und in Anlehnung hieran auch Schmuttermayr sie Fiolen und nicht immer Fialen nennt. Mafswerk (»maçon« oder »mason,« ein heute noch in der Freimaurerei herrschendes Wort) weist auf diejenigen Konstruktionsteile hin, bei welchen die geometrische Ausgestaltung das vegetabilische Element beherrschte. »Riese« bedeutet ein Spitzdach, »Mafsbretter« sind Schablonen, »Theilrifse« sind Hilfslinien, »Austheilung« endlich deckt sich vollkommen mit dem, was wir heute Orthogonalprojektion nennen. — Roriczers Büchlein umfafst, so wie es uns vorliegt, 19 Quartseiten mit 22 Figuren in Holzschnitt. Den Zweck, welchen der Autor verfolgte, mag man aus der in der ursprünglichen Rechtschreibung wiedergegebenen Dedikation an den Eichstätter Bischof ersehen. »Dem hochwirdigen fursten und herrn herrn wilhelm bischove zu eystet geborn aus dem geslecht Reichenau meinem genedigenn herrn entbeute ich Mathes Roriczer die czeit Tumbmaister zu Regenspurg Mein gehorsam untertanig dinst zuvoran willig und berait Genediger her nach dem ewer furstlich gnaden der freyen kunst geometrien Nit allein bishere ein liebhaber und furdrer Sunder auch das die jn der bezzren vernunft und verstantnufs kome die sich defs gebrauchenn und neren mussen bevor damit dy mangel und gebrechen durch die So sich des annemen und nit gruntlich versteen ausgereutet verkomen und solche kunst

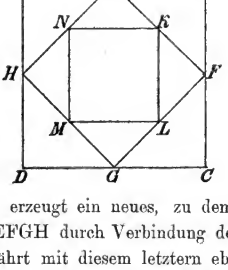
Schmuttermayr[1]; andere Schriften von verwandter Tendenz, deren Hoffstadt erwähnt (siehe auf Seite 344, Note *), gehören einer beträchtlich späteren Zeit an.

gemeinen nucz zugut ausgepraitet und offembare an das liecht gebracht werde ye vonn albeginn begirlich jn meynung willen unn furnemen gewesen unn noch sein Alsdann ewer gnaden derhalben mermalen mit mir rede gehabt haben Ewer gnaden guetenn willnn zu betetigen um gemeinen nucz ufnemen So doch ein yde kunst materien form und mafse hab jch mit der hilff gotes etwas besunter kunst der geometrey zu erleuternn Unn am ersten dasmale den anfang des aufsgeczogens stainwerchs wie unn in welcher mafs das aufs dem grunde der geometrey mit austailung des zirckens herfurkomen und in die rechten mafse gebragt werden solle Zu erclern furgenomen und jn disen hernachberurten form mit einer clainen auslegung geczogenn Und nit allein aus mir selbs sundern vor auch durch die alten der kunste wifsende Und nemlichen dj jungkherrn von prage erclaret jst Ewer furstlich gnad und die Die solche kunst versteen Bittende solch mein furnemen Nit dafs ich es aufs besunderen rome Nur allein gemeinem nucz zugut furgenomen hab zu gedenken und wo das zu pessernn waere Zu pessernn wann wo das frucht bringen verren die künste leuternn und erclern wille«. So Roriczer; man wird nach Lesung dieser Eingangsworte zugeben, dafs die geometrischen Vorschriften des Mannes, der sich übrigens in der Begriffsbestimmung seiner Kunstwissenschaft als völlig auf der — scholastischen — Höhe der Zeit stehend bewährt, zum Begreifen die Beihilfe eines Kommentars, wie des Reichenspergerschen, dringend erfordern.

[1] Eine derjenigen Roriczers vielfach ähnelnde Anweisung zur Anfertigung der Spitzsäulen hat v. Essenwein unlängst aufgefunden und neu herausgegeben (Hans Schmuttermayrs Fialenbüchlein, Anz. f. Kunde d. Vorzeit, 1881. Sp. 65 ff.) Dasselbe befindet sich als Nr. 36045 in der Bibliothek des germanischen Museums zu Nürnberg und besteht aus vier Quartblättern Text nebst zwei Quartblättern Zeichnungen; gedruckt dürfte es gewissen Anzeichen nach zu schliefsen um 1485 durch Georg Stuchs aus Sulzbach sein. Typographisch und kunstgeschichtlich erweckt es einiges Interesse dadurch, dafs darin erstmalig der Kupferstich für architektonisch-geometrische Zwecke Verwendung fand (s. o. S. 278). Obwohl schwerlich ein Kind der alten Reichsstadt, hat der Verfasser doch in Nürnberg die Anregung zur Abfassung seines Vorlagenhefts, wie man es wohl nennen könnte, empfangen: »Hyrumb hab ich Hanns Schmuttermayr von Nurmberg die art solichs mafswercks. virung. rotund. der violn. winperg. unn der pfeyler mit aller irer zugehorungen auff die neu mitsamt der alten art gerecht gemacht«. Der genannte behandelt vornemlich die Wymperge exakter als Roriczer und überhaupt hat er, wie sich schon aus der nahe übereinstimmenden Abfassungszeit ergibt, trotz der oft augenfälligen Analogie beider Texte keineswegs den Plagiator gemacht; wohl aber ist denkbar, dafs die Lehrtradition der Bauhütte eben damals schon eine so unverbrüchliche, ja stereotype geworden war, dafs dieselben Ausdrücke und Stilwendungen ganz von selbst wiederkehren mufsten. Schmuttermayr nennt als seine Vorgänger einen Ruger und einen Nikolaus von Strafsburg; ersterer ist halbmythisch (Roger Bacon?), letzterer aber vermutlich Nikolaus Dotzinger, der auf dem Vereinstage der Hütten zu Regensburg im Jahre 1459 als Delegierter erscheint. Man könnte auch annehmen, dafs der gemeinsame Lehrmeister Mathias Roriczers und Schmuttermayrs der Regensburger

Die Fiale wird nun von Roriczer sowohl wie von Schmuttermayr in folgender Weise hergestellt. Man verzeichnet (Fig. 28)

Fig. 28.



ein Quadrat ABCD, erzeugt ein neues, zu dem vorigen »über Eck gestelltes« Quadrat EFGH durch Verbindung der Seitenmittelpunkte des erstern und verfährt mit diesem letztern ebenso, so dafs ein zu dem ursprünglichen konzentrisches und ähnlich liegendes Quadrat KLMN entsteht. Mit Weglassung des einbeschriebenen Vierecks EFGH wird dann die Verbindung der beiden Quadrate ABCD und KLMN in der Art, wie es Fig. 29 ersehen läfst und wie es wohl

Fig. 29.

Dommeister Konrad Roriczer (s. o. Note 3 Seite 339) gewesen sei, der u. a. auch den Chor der St. Lorenzkirche zu Nürnberg erbaut hat. Von den Verfeinerungen, durch welche sich Schmuttermayrs Konstruktionsweise von derjenigen seines Konkurrenten unterscheidet, handelt unser Text.

* Aus dem XVI., XVII. und XVIII. Jahrhundert sind (Hoffstadt, a. a. O., S. 65 ff.) verschiedene gedruckte Handweiser für den geometrischen Teil des Steinmetzgewerbes (in erster Linie Ranisch, Grundrisse und Aufzüge aller Kirchengebäude in der Stadt Dantzig, Danzig 1695) vorhanden, ebenso wie Alabaster- und Holzmodelle zu Kreuzgewölben. Von der Überlieferung abzuweichen, hat man sich wohl nicht gestattet. Auch des Rivius deutscher Vitruv (Kästner, Gesch. d. Math., 2. Band, S. 186 ff.), in welchem »Triangel und

ohne nähere Beschreibung der Einzelkonstruktion verständlich ist, zu einem neuen Diagramm erweitert, welches den Grundrifs der Fiale darstellt. Die ganz dem Wesen der darstellenden Geometrie entsprechende weitere Ausführung besteht nämlich in folgendem: Denkt man sich durch jeden ausgezeichneten Punkt des Grundrisses eine Senkrechte zur Bildebene errichtet und auf dem Perpendikel eine für jeden Einzelfall vorgeschriebene Länge abgetragen, so erhält man einen ausgezeichneten Punkt der wirklichen Fiale. Für die »Wymperge« diente ein etwas abweichendes Verfahren, wenigstens soweit der planimetrische Teil der Arbeit in Frage kommt; hier erhält man eine etwas andere Verbindung der Grundfiguren, für welche der Umstand charakteristisch erscheint, dafs die beiden über Eck gestellten Quadrate diesmal kongruent, ihre Eckpunkte also mit denjenigen eines regelmäfsigen Achtecks identisch sind. Schmuttermayr legt die sukzessive Einbeschreibung von Quadraten in Quadrate, die sich hier im ganzen achtmal rekapituliert, weit eingehender als Roriczer dar.

In grofsen und ganzen spielen bei diesen Zeichnungen, wie man sieht, ganze und halbe rechte Winkel die wesentlichste Rolle. Zeising weist aber nach[1], dafs gleichschenklige Dreiecke mit den

Quadrat in rechter Symmetrie« als »echter Grund des Steinmetzen« bezeichnet werden, gehört in diese Kategorie.

[1] Zeising, a. a. O., S. 268. Weit umfassender ist dem Auftreten des goldenen Schnitts in der Baukunst Pfeifer (Der goldene Schnitt etc., S. 194 ff.) nachgegangen und insbesondere hat er sich nicht auf die Gotik beschränkt, sondern seine Nachforschungen auch auf den romanischen Stil ausgedehnt. Wenn eine Strecke von der Länge 1 in der angegebenen Weise geteilt werden soll, so hat man, den Major $= x$, den Minor $= 1 - x$ setzend, die Proportion $1 : x = x : (1 - x)$, woraus $x^2 + x = 1$, $x = \frac{1}{1 + x}$ sich ergibt. Fortgesetzte Anwendung des nämlichen Divisionsverfahrens ergibt die Kettenbruchentwicklung

$$x = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}$$

Jeder Näherungswert dieses Kettenbruchs wird zugleich als Wert des Majors gelten dürfen; sobald man also in den Abmessungen eines Baudenkmals häufiger die bezüglichen Näherungsbrüche

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34} \ldots$$

auftreten sieht, wird man an ein bewufstes oder doch instinktives Obwalten der Sectio divina denken dürfen. Die Zähler und Nenner dieser Bruchfolge fügen sich der nach Lamé benannten, aber schon bei Fibonacci zu findenden rekurrenten Reihe ein, deren Bildungsgesetz durch

Basiswinkeln 36°, 54°, 63° nicht selten an Wympergen, Pyramiden und Dachschrägen, solche mit den Basiswinkeln 72°, 81° an Turmspitzen und Fialen angetroffen werden. Dem goldenen Schnitt sich anpassende Mafsverhältnisse will Zeising ebenfalls zum öftern wahrgenommen haben.

Vom Spitzbogen als solchem, der doch insonderheit bei der Anlage von Fenstern und Thüren[1] die Norm abgab, ist bis jetzt noch gar nicht gesprochen worden, und doch mufs die Verzeichnung irgend eines Spitzbogen-Musters stets als ein noch dazu nicht immer ganz leichtes Problem der Geometrie bezeichnet werden. Es ist das Verdienst von Reusch, diese Thatsache ganz allgemein erfafst und zugleich nachgewiesen zu haben, dafs alle in Frage kommenden Figuren auf zwei Typen, nämlich auf den n Pafs und das n Blatt, die Figurenverbindungen aber grofsenteils auf das apollonische Taktionsproblem sich zurückführen lafsen[2]; unter dem rein geometrischen Gesichtspunkte sind die Fundamentaltypen später noch eingehender von Mehmke untersucht worden[3]. Wir geben in Note[4] eine der häufiger vorkommenden Konstruktionen samt ihrem Beweis; dieser letztere fiel im Mittelalter selbstverständlich weg, aber dafs, was den eigentlich graphischen Prozefs betrifft, der Lehrling der mittelalterlichen Bauhütte Lineal und Zirkel in ganz ähnlicher Weise zu handhaben angewiesen wurden, wie es die neueren Mathematiker vorschreiben, das glauben wir für sehr wahrscheinlich halten zu sollen.

$$U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$$

gegeben ist (s. Pfeifer, die Lamésche Reihe bei Fibonacci, Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterricht, 17. Jahrgang. S. 250 ff.). Bei 13 von Pfeifer geprüften Kirchengrundrissen (davon 1 in Spanien, 5 in Deutschland, 7 in Italien) haben sich nur für das Verhältnis von Länge und Breite — bei andern auch für die Hauptdimensionen von Querschiff und Langhaus — gerade die bezeichneten Brüche ergeben. Es gilt demgemäfs für das romanisch-deutsche Mittelalter ganz das gleiche, was Cantor (Vorlesungen etc., S. 151) von einer gewissen Periode des Altertums aussagt: »Der goldne Schnitt spielte in der griechischen Baukunst der perikleischen Zeit eine nicht zu verkennende Rolle«.

[1] Über Thürkonstruktionen gibt interessante Eröffnungen Hoffstadt (a. a. O., S. 114 ff.).

[2] F. E. Reusch, der Spitzbogen und die Grundlinien seines Maafswerks, Stuttgart 1854. Der n Pafs ist ein reguläres, nach innen konvexes Kreisbogenpolygon; das n Blatt weicht von ihm insofern ab, als seine Begrenzungsbogen nicht zu hohlen, sondern zu erhabenen Zentriwinkeln gehören.

[3] Mehmke, Geometrie der Kreise in Einer Ebene, Zeitschr. f. Math. und Phys., 24. Band. S. 257 ff.

[4] In hübscher und elementarer Weise kann man einzelne wichtigere Aufgaben über Spitzbogen behandelt finden bei Riecke (Mathematische Unterhal-

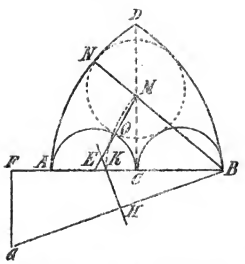
47

Der erste gedruckte Lehrbegriff der Geometrie in deutscher Sprache.

Jedenfalls noch dem XV. Jahrhundert gehört ein sehr kurzer und populärer Leitfaden der Geometrie an, mit welchem sich dieser Paragraph beschäftigen soll; auch Hain, dieser gründliche Kenner der älteren Druckschriften, erklärt sich für unsere Zeitbestimmung[1]. Dies ist die »Geometria deutsch«, eine anonym, ohne Angabe des Verfassers, Druckortes und Datums erschienene kleine Quartschrift

tungen, 1. Heft, Stuttgart 1867. S. 67; 2. Heft, ibid. 1868. S. 57 ff. S. 73 ff.). Sei etwa A B (Fig. 30) die Basis der gleichseitigen Spitzbogenfigur ABD, ferner

Fig. 30.



sei AC = CB, und über jeder der letztgenannten beiden Strecken sei nach oben ein Halbkreis konstruiert. Nun handelt es sich um die Verzeichnung eines Kreises, dessen Zentrum M auf der Symmetrielinie CD des Spitzbogens liegen, und der sowohl die beiden Halbkreise als auch die beiden Kreisbogen AD und BD berühren soll. Wenn $AE = \frac{1}{4}$ AB ist, so mache man AF = AE, errichte in F ein Lot auf FB und bestimme darauf den Punkt G so, dafs AG = AC wird. Hierauf ziehe man BG und dessen normale Halbierungslinie, welche AB in K schneidet; wird nunmehr um B als Mittelpunkt mit BK als Halbmesser ein Kreis beschrieben, so ist der Durchschnittspunkt M dieser Kreislinie mit CD das gesuchte Zentrum, d. h. es ist, wenn man BM bis zum Durchschnitt mit Bogen AD in N verlängert und den Schnittpunkt von EM mit dem Halbkreise über AC durch O bezeichnet, MN = MO. Fortgesetzte Anwendung des Pythagoreers liefert nämlich die Relationen:

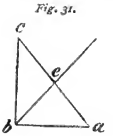
$\overline{BM}^2 - \overline{ME}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2 = \overline{AG}^2 - \overline{AF}^2 = \overline{FG}^2 = \overline{GK}^2 - \overline{FK}^2 = \overline{BK}^2 - \overline{FK}^2 = \overline{BM}^2 - \overline{FK}^2$, woraus also ME = FK folgt. Nun ist weiter ME = MO + OE, FK = AK + AF = AK + OE, also auch MO = AK = AB − BK = BN − BM = MN, und damit ist die Richtigkeit der Lösung erwiesen.

[1] Hain, Repertorium bibliographicum, Vol. I., Pars I, Stuttgart-Paris 1826. S. 450.

in 6 Blättern. Der Verf. hat dieselbe mit erläuternden Noten schon früher wieder abdrucken lassen[1], ja er mufste sich später überzeugen, dafs seine Neuausgabe nicht die erste gewesen war, da schon viel früher Heideloff eine solche besorgt hatte[2], und zwar mit Zugrundelegung ebendesselben Exemplars aus einem Sammelbande der Nürnberger Stadtbibliothek. Auf welche Veranlassung hin Heideloff einen gewissen Hans Hösch von Gmünd als wahrscheinlichen Verfasser angibt, wissen wir nicht zu sagen. Das Büchlein bildet gewissermafsen die notwendige Voraussetzung für die Baumeisterbücher von Roriczer und Schmuttermayr. In den letztern nämlich, sowie überhaupt in der architektonischen Praxis ward die Kenntnis gewisser einfacher Regeln und Handgriffe vorausgesetzt, und eben diese zu lehren hat die »Geometria deutsch« sich vorgesetzt. Es wird sich auch zeigen, dafs neben den Interessen des Steinmetzgewerks, für welches die Verzeichnung der regelmäfsigen Vielecke zunächst wichtig war (s. o), auch diejenigen eines Kunstgewerbes, nämlich desjenigen der »Plattner« oder Harnischmacher, Berücksichtigung finden. Bequemerer Übersicht halber werden die 10 Abschnitte, in welche das ganze zerfällt, durch Numern von einander unterschieden.

»Aus der geometrey etliche nutzparliche stueck, die hernach geschriben sten«. 1. »Zum ersten behend ein gerecht winkel mafs zu machen So mach zwen rifs uber einand angefert wie du wilt unn wo die rifs uber einander geen da setz ein . e . Darnach setz ein zirckel mit einem ortt auf den Punkt . e . unn zeuch in auf als weit du wilt unn mach auf yde linj ein punckt. Das sein die puchstaben . a . b . c . Daz alles ein weiten sei Darnach mach ein linj von . a . in daz . b . und vom . b . in daz . c . So hastu ein gerecht winkelmafs des ein exempel hie stet«[3] (Fig. 31).

Fig. 31.



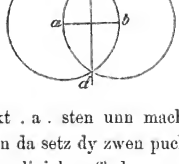
[1] Günther, Zur Geschichte der deutschen Mathematik im fünfzehnten Jahrhundert, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 20. Band, Hist.-litter. Abteilung. S. 1 ff. Dazu gehören die im gleichen Jahrgang erschienenen Noten: Curtze, Bemerkungen zu dem Aufsatze Günthers etc., S. 57 ff.; Günther, Nachträge zu einer früheren mathematisch-historischen Arbeit, S. 113 ff.

[2] Heideloff, Die Bauhütte des Mittelalters etc., S. 95 ff.

[3] Die Konstruktion des rechten Winkels, welche hier gelehrt wird, ist des-

2a. (Fig. 32) »So einer ein fünffort reissen wil mit unverrucktem zirckel So thu den zirckell auff alfs weit du ein feldung haben wilt unn mach zween puchstaben . a . b . Darnach lafs den zirckel mit

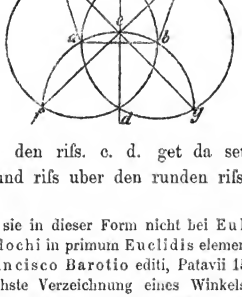
Fig. 32.



einem ort in den punckt . a . sten unn mach ein runden rifs unn wo die rifs uber einander gen da setz dy zwen puchstaben . c . d . Darnach leg ein richtscheit oder linial auff den punckt . c . und . d . unn mach ein langen rifs durch die zwen punckt des ein Figur hernach gemacht stet«.

2b. (Fig. 33) »Item darnach setz den zirckel mit einem ort auff den punckt d. unn mach ein runden rifs durch das. a. b. unn wo

Fig. 33.



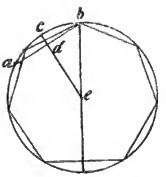
der rund rifs uber den rifs. c. d. get da setz ein. e. Darnach schau wo derselb rund rifs uber den runden rifs. d. b. h. get da

halb merkwürdig, weil sie in dieser Form nicht bei Euklid, sondern erst bei Proklos (Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentariorum libri IV. a Francisco Barotio editi, Patavii 1560. S. 161) vorkommt. Die bei weitem einfachste Verzeichnung eines Winkels von 90°, aus Eukl. lib. III, prop. 20 unmittelbar folgend, scheint selbst um 1500 nur wenig bekannt gewesen zu sein, wie aus folgender, von Kästner (Gesch. d. Math., 1. Band, S. 111) mitgeteilter Anekdote erhellt. »Schwenter erzählt, wie Adam Riese einen Ingenieur gedemüthigt, der einen silbernen Zirkel auf dem Hute trug, sich als Meister des Zirkels auszuzeichnen: A. R. wettete mit ihm: Wer in der kürzesten Zeit die gröfste Zahl rechter Winkel machen könnte. Ehe der Meister des Zirkels mit den Anstalten fertig war, auf eine gerade Linie eine andre senkrecht zu setzen, hatte der Rechenmeister schon einige rechte Winkel im Halbkreise gezeichnet«.

setz ein. f. des gleichen auff der anderen seiten da setz ein. g. Darnach leg ein richtscheit auff den punckt. f. unn auff das. e. unn mach ein rifs durch dy punckt gar hinaufs pifs an den runden rifs. d. a. c. g. da setz ein k. Desgleichen an. d. auf deren seyten da setz ein. h. Darnach setz den zirckel auff den punckt. k. und mach ein rifs uber die linj. d. e. c. und wo das uber einander get da setz ein. i. Darnach mach ein rifs vom. i. in dz. k. vom k. in dz. b. vom. b. in dz. a. vom. a. in das. h. vom. h. in das. i. So hast du ein gerecht fuenfeck des do ein exempel stet. Daraufs kumpt das gerecht fuenffort«[1].

3. (Fig. 34) »Unn wer ein syben ort behend austeilen wil der reifs ein gantz gerunden rifs und setz ein. e. in das centrum. Darnach mach ein ris von. e. pis zu dem. c. Alfs weit von. e. pifs

Fig. 34.



zu dem. c. ist So weit sol von dem. a. pifs zu dem . b. sein schlecht uber mit der rundung nach unn wo die zwen rifs uber einander gen da setz ein. d. des ein exempel wie hernach stet. Darnach setz ein zirckel auf dz centrum. e. unn du (sic!) in auff pifs in den punckt. d. dieselbig weit tayl aufsen umher der werden siben und mach von einen Punkt zu dem andren ein rifs. So hastu ein gerecht sibeneck des ein exempel«[2].

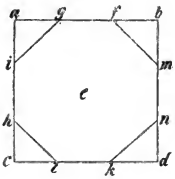
4. (Fig. 35) »Der do wil ein gerecht acht ecke machen So mach eine gerechte firung mit den puchstaben verzaychnet. a. b. c. d. und setz in dy mit ein. e. Und setz ein zirckell mit einem ort in dz. e. unn

[1] Nach Chasles (Gesch. d. Geom., S. 211) hat Clavius die Winkel dieses approximativen Fünfecks berechnet und $\sphericalangle abk = \sphericalangle hab = 107^0 2'$, $\sphericalangle bki = \sphericalangle ahi = 108^0 22'$, $\sphericalangle hik = 109^0 12'$ gefunden. Diese Angaben sind aber nicht ganz genau; vgl. des Verf. Programm »Die geom. Näherungskonstruktionen Albrecht Dürers« (Ansbach 1886).

[2] Diese Näherungskonstruktion, deren sich auch Lionardo da Vinci bedient, ist recht genau (s. o.). Ihre organische Notwendigkeit ergibt sich direkt aus einem von Weihrauch (Geometrischer Satz, Archiv d. Math. u. Phys., 48 Theil. S. 116) hergeleiteten Satze für beliebige reguläre Vielecke.

thu in auf in dz. a. dieselben weiten mach von dem. a. gegen dem. b. ein punckt da setz ein. f. desgleichen von dem. b. gegen. a. Da

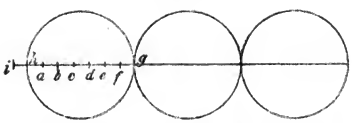
Fig. 35.



setz ein. g. vom. a. gegen dem. c. da setz ein. h. vom. c. gegen. a. da setz ein. i. vom. c. gegen. d. da setz ein k. vom. d. gegen. c. da setz ein. l. vom. d. gegen dem. l. da setz ein. m. vom. b. gegen. d. da setz ein. n. Darnach zeuch ein linj vom. f. in dz. m. vom. n. in das. k. vom. l. in dz. h. vom. i. in das. g. des ein figur hernach verzeichnet ist« [1].

5. (Fig. 36) »Hernach so einer ein gerunden rifs scheitrecht machen wil dz das scheitgerecht rifs und dz gerund ein leng sey so mach drey gerunde neben einander und tayl dz erst rund in siben gleiche

Fig. 36.



teil mit den puchstaben verzeichnet. h. a. b. c. d. e. f. g. Darnach alfs weit vom. h. in das. a. ist da setz hindersich ein punckt

[1] Das Achteck konstruiert die »Geometria deutsch« vollkommen richtig. Dafs die Winkel durchaus $= 135^0$ sind, ergibt sich unmittelbar aus der Figur; für die Seiten diene nachfolgende Betrachtung. Wir setzen in der obigen Figur $ab = p$, $fg = x$, $ag = bf = ai = bm = y$, $gi = z$, dann hat man diese drei Gleichungen:

$$x + 2y = p,\ x + y = \frac{p}{\sqrt{2}},\ z = y\sqrt{2};$$

daraus berechnet sich

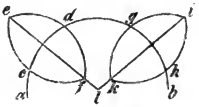
$$x = z = \frac{p}{\sqrt{2}}\left(2 - \sqrt{2}\right).$$

Es ist diese Konstruktion, wie Cantor (Die röm. Agrimensoren, S. 173) nachweist, die alte, um 100 v. Chr. von Heron Alexandrinus gegebene, die somit ihren Weg durch Gerberts Geometrie hindurch bis in die Neuzeit gefunden hat.

da setz ein. i. Darnach als weit von dem. i. pifs zu dem. k. ist Gleich so lang ist der runden rifs einer in seiner rundung der drei neben einander sten des ein fig. hernach gemacht stet«[1].

6. (Fig. 37) »Ein punckt zu vinden der ab gethan ist und nit west wo der zirckel gestanden ist zu einem gezogen rifs. a. b. Mach zwen punckt auf den rif wie du wilt an geferd mit den puchstaben. c. d. setz den

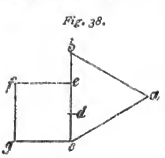
Fig. 37.



zirckell in das. c. und thu in auff in das. d. mach ein rifs desgleichen setz den zirckel in das. d. mach ein rifs von dem. c. wo die zwen rifs uber einander gen da setz oben ein. e. und untenn ein. f. also mach gleich ein solche Figur neben der wie weit du dar von wilt mit den puchstaben verzeichnet. g. h. i. k. Darnach mach ein rifs durch das. e. und f. und des geleichen durch das. i. und. k. wo die zwen rifs unten uber einander gen da setz ein. l. in dem selben punckt ist der zirckel gestanden des ein figur hernach gemacht stet«[2].

7. (Fig. 38) »Wer do machenn wil ein firung unn ein driangel dz die firung unn dz driangel itlichs als vil in im helt als dz. ander. So

Fig. 38.



mach ein driangel dz ist ein. a. b. c. tail vom. c. pifs zu dem. b. in drei gleiche teil das ist. d. e. abernach mach ain fierung aufs dem. c. e. wirt. f. g. So helt die fierung gleich als vil in als der driangel des ein exempel hernach gemacht stet«[3].

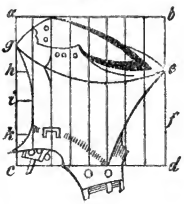
[1] Wir sehen hier, dafs der unbekannte Verfasser den archimedischen Näherungswert $\pi = 3\frac{1}{7}$ kennt und in etwas umständlicher Weise konstruiert.

[2] Euklid (lib. III, prop. 1) löst die bezügliche Aufgabe nur für einen Vollkreis, es liegt somit ein Zeichen vor, dafs man auch in den Kreisen der Praktiker selbstthätig die Erweiterung einfacher Wahrheiten durchzuführen vermochte.

[3] Bezeichnet man die Quadratseite mit d_1, die Dreiecksseite mit d_3, so soll sein $d_1^2 = \frac{1}{4}\, d_3^2 \sqrt{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{4} d_1^2 \sqrt{3}$, sonach $\sqrt{3} = \frac{16}{9}$, $3 = \left(\frac{16}{9}\right)^2$. An

8. (Fig. 39) »Merck so einer ein stech helm aufs der geometry machen wil der mach ein fierung mit den puchstaben verzaichnet. a. b. c. d. Darnach teil vom. a. zum c. inn fünff gleiche tayl mit den puch-

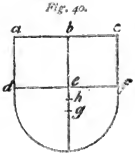
Fig. 39.



staben. g. h. i. k. Darnach tayl vom. b. pifs zum d. in drey gleiche tayl mit den puchstaben. e. f. Darnach tayl vom. a. zum. b. in acht gleiche tayl. Des gleich vom. c. zum. d. und reifs rifs von einem tayl zu dem anderen. Darnach schaw auf die rifs unn zueg wie sie darinnen steen des ein exempel hernach stet«.

9. (Fig. 40) »So einer ein schilt mit der geometry machen wil der mach ein rifs mit den puchstaben. a. b. c. und das dz. b. in der mit sey. Darnach mach ein rifs von dem. b. schlecht unter sich ab und als

Fig. 40.



weit vom. b. zum a. oder. c. ist. So weit mach ein punckt auf der linj unter sich ab da mach ein. e. und reifs ein rifs von dem. b. uberzwerch dz dyselb linj gleich der obern sey. Darnach nym die weyten uber ort vom. e. zum a. die selben weiten setz auf dz. b. unnd

diese falsche Relation läfst sich gleichwohl eine nicht gleichgiltige Bemerkung anknüpfen. In der altägyptischen Geometrie des Aahmes (s. o. § 45) wird nämlich (s. Cantor, Vorlesungen etc., S. 51) die Zahl $\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2$ gesetzt, während sonst die empirische Mefskunde aller Orientalen durchgängig nur den Wert $\pi = 3$ kennt und verwendet (a. a. O., S. 91). Die achte Aufgabe der »Geometria deutsch« repräsentiert hiernach einen ganz eigenartigen Versuch, die beiden ältesten Werte von π durch eine anderweite Flächentransformationsaufgabe unter einander in Beziehung zu setzen — einen Versuch freilich, den in diesem Sinne erst die fortgeschrittene antiquarische Forschung aufzufassen in die Lage versetzt war.

mach ein punckt da mach ein. g. Darnach ein. h. in die mit. Darnach nym ein weit. a. b. (?) unn setz mit einem ort auf dz. h. unn mach ein runden rifs vom. f. zum. d. ein exempel hernach stet«. —

Abgesehen von den einzelnen Bemerkungen, welche wir bereits in einigen der den zehn Problemen angehängten Noten niederlegten, gibt uns das vorstehend mitgeteilte die Möglichkeit, uns ein Urteil über das Mafs geometrischen Wissens und Könnens zu bilden, welches man ungefähr im letzten Jahrzehnt des XV. Säkulums bei einem einigermafsen mit den Anforderungen seiner Zeit rechnenden Zunftgenossen von einem der höheren Gewerke voraussetzen darf. Allerdings setzt auch die »Geometria deutsch« selbst noch einiges voraus, wie z. B. die Teilung einer Strecke in eine vorgegebene Anzahl gleicher Teile; diese Konstruktion nahm auch schon das Bamberger Visierbüchlein (s. § 45) als bekannt an. Wertvollen Gewinn zieht aus unserer Vorlage die Geschichte der geometrischen Terminologie. Wir erfahren, dafs der rechte Winkel »Winkelmafs« heifst, ein in jeder Hinsicht treffender Ausdruck, den auch das in N. 2, S. 338 erwähnte Steinmetzverslein kennt, wir sehen, dafs eine begrenzte Grade eine »Feldung«, dafs n Eck synonym und abwechselnd mit »n Ort« gebraucht wird, dafs eine Grade schlechtweg »Rifs«, ein Kreisbogen »gebogner Rifs« und ein Vollkreis »ganzer runder Rifs« genannt wird, dafs für Quadrat die wörtliche Übersetzung »Vierung« dient. Recht interessant nach der sprachlichen Seite ist auch die Wiedergabe von »Rektifizieren« durch »scheitrecht machen«. Wichtig ist auch das Hervortreten der Geometrie Einer Zirkelöffnung[1].

48

Albrecht Dürer als Mathematiker.

Wir sagten bei der Darlegung der Grundsätze, von welchen wir uns bei der Ausarbeitung dieses nunmehr seinem Ende sich nähernden Buches leiten lassen wollten (s. o. S. III), dafs als einer der uns durch die Natur des Gegenstandes selbst gesetzten Grenzsteine das ausgezeichnete geometrische Lehrbuch des Fürsten der deutschen Maler, Albrecht Dürers, gelten müsse. Zeitlich sind wir in unserer Wanderung durch das Kindheitsstadium der deut-

[1] Die weiteren Stadien in der Ausbildung dieses hübschen Spezialkapitels der Elementargeometrie hat der Verf. (Nachträge etc., S. 117 ff.) geschildert. Ihren Höhepunkt erreichten diese Bestrebungen bekanntlich in Steiners Schrift »Die geometrischen Constructionen, ausgeführt mittels der geraden Linie und eines festen Kreises« (Berlin 1833).

schen und sich zugleich deutsch fühlenden Mathematik bei diesem Manne angelangt, und auch sachlich sehen wir uns zu ihm hingeführt, der, um mit seinem Biographen Thausing[1] zu reden, vollständig von dem geometrischen Geiste der Bauhütte durchdrungen war und zu den vielen von uns bereits erwähnten Männern, die in ihrer Person die Interessen der Kunst mit denjenigen der Raumlehre zu inniger Verbindung brachten, als einer der letzten aber auch hervorragendsten hinzutritt[2].

Albrecht Dürer der jüngere, wie er mit Rücksicht auf seinen gleichnamigen Vater, einen gebornen Deutsch-Ungarn, häufig benannt wird, erblickte das Licht der Welt zu Nürnberg am 20. Mai 1471. Zum väterlichen Handwerk, der Goldschmiedekunst, bestimmt, erlernte er neben den ihm in erster Linie notwendigen Elementen des Zeichnens wahrscheinlich schon im elterlichen Hause soviel Geometrie, als eben (s. o. § 47) tüchtige Gewerbsleute für ihren Beruf bedurften, und dazu mag in dem damaligen Nürnberg, wo vor wenigen Jahren noch ein Regiomontan (s. o. § 36) gewirkt hatte, wohl bessere Gelegenheit geboten gewesen sein, denn anderswo. Nur mit Mühe erwirkte er sich die Erlaubnis, sein Leben den graphischen Künsten widmen zu dürfen[3]. Die italienische Kunstreise, welche er im Alter von fünfunddreifsig Jahren unternahm, bereicherte ihn nicht nur mit artistischen, sondern auch mit neuen theoretischen Anschauungen[4]. Daheim mag der intime Umgang mit Pirckheymer und dessen ge-

[1] Thausing, Dürer, Geschichte seines Lebens und seiner Kunst, Leipzig 1876. S. 584.

[2] Mit Recht bemerkt Gretschel in einem Zusatze zu dem von der Kunst handelnden Abschnitte von Spottiswoodes Essay »Die Mathematik in ihren Beziehungen zu den anderen Wissenschaften« (Leipzig 1879. S. 6), dafs neben Lionardo nach der angedeuteten Richtung hin auch unser Dürer einen Platz verdiene. Jene allumfassende Originalität, welche den Italiener auszeichnete, war Dürer nicht in gleich hohem Mafse verliehen, speziell als Geometer aber überragt er Lionardo entschieden.

[3] In einer anonymen Biographie (Albrecht Dürer, Chemnitz 1823. S. 10) wird mit Berufung auf Sebastian Franks »Weltchronik« gesagt, es habe sich der junge Dürer seinem Vater gegenüber dahin geäufsert, dafs für ihn die Malerei und die mathematischen Wissenschaften weit mehr anziehendes hätten, als die Metallbearbeitung, und endlich habe er jenen hiervon überzeugt.

[4] Seine Absicht, einen Abstecher nach Bologna zu machen, motiviert Dürer in einem aus Venedig entsandten Briefe, den Johanna Schopenhauer (a. a. O., S. 240 ff.) mitteilt, wie folgt: »Um Kunst willen, in heimlicher Perspektive, die mich einer lernen will, da werd ich ungefehr in acht oder zehn Tagen auf seyn gen Venedig wieder zu reiten, darnach will ich mit dem nächsten Boten kommen«.

lehrter Tafelrunde[1] vielfach fördernd auf Dürer eingewirkt haben. Jedenfalls befähigte denselben auch sein bis zu unglaublicher Feinheit ausgebildeter Sinn für Schönheit und Form, von dem mancherlei Erzählungen berichten[2], zum tieferen Eindringen in das Wesen der geometrischen Gestaltungen, als ihm dies sonst seine selbstverständlich doch immer ungenügende Vorbildung möglich gemacht haben würde.

Sogar die Geschichte der Zahlwissenschaft, die also doch beruflich einem Manne wie Dürer so ferne wie nur möglich liegen mufste, hat Ursache, seines Namens zu gedenken. Er ist der erste Deutsche, der Bekanntschaft mit den sogenannten Zauberquadraten an den Tag legt, durch defsen Mitwirkung also diese arithmetischen Gebilde, mit denen sich bis dahin ausschliefslich Inder, Araber und Byzantiner beschäftigt hatten — s. übrigens auch Note 2, Seite 35 —, dem Abendlande und insonderheit auch unserem Vaterlande zugänglich gemacht wurden[3].

Auch in den Dienst der Astronomie hat Dürer sein künstlerisches Talent gestellt, indem er sich durch Stabius und Heinfogel (s. o. Seite 168 und 252) zur Anfertigung seiner Himmelskarte bewegen liefs. Dieselbe wird von Mädler[4] als das erste Werk dieser Art im Abendlande bezeichnet. Jedenfalls war die Karte das wertvollste an der wesentlich plagiatorischen Arbeit Heinfogels,

[1] Die anonyme Biographie, S. 50. Doppelmayr, a. a. O., S. 38.

[2] Ibid. S. 184. »Endlich gereichte auch Dürern neben obbemeldten herrlichen Ausführungen sein beykommendes besonderes Naturel in der Zeichen- und Mahler-Kunst, zu einem grosen Vortheil, und vielen Bewunderung, da er verschiedenes, was andere nicht nach zu thun vermogten, praestirte, als z. E. von freyer Hand, entweder mit der Feder oder dem Pinsel eine gerade Linie und einen Circkel so accurat ziehen kundte, als andere vielmehr mit Beyhülffe eines Linials und Circkels erst thaten. . .«

[3] Günther, Vermischte Untersuchungen etc., S. 214 ff. Das auf dem bekannten, als »Melancholie« bezeichneten Stiche angebrachte magische Quadrat (vgl. v. Eye, Leben und Wirken Albrecht Dürers, Nördlingen 1860. S. 353) ist das nachstehend nebst seinem Seitenstücke abgebildete:

1	14	15	4		1	15	14	4
12	7	6	9		12	6	7	9
8	11	10	5		8	10	11	5
13	2	3	16		13	3	2	16

Das erste der beiden Quadrate ist das Dürersche, das zweite dasjenige des Griechen Manuel Moschopulos, mit dessen Traktat über die Zauberquadrate man jedenfalls durch die nach dem Falle Konstantinopels zahlreich herübergekommenen gelehrten Flüchtlinge italienischerseits bekannt geworden war.

[4] Mädler, Geschichte der Himmelskunde, 1. Band, S. 138.

und so ist sie denn auch mehrfach aufgelegt worden[1]. Die damals als eine wichtige Hilfswissenschaft der Sternkunde hochgeachtete Gnomonik verdankt Dürer die Angabe einer neuen Methode zur Verfertigung von Sonnenuhren[2].

Die eigentlich schwerwiegende wissenschaftliche Bedeutung des grofsen Malers übersieht natürlich nur Der, der sich mit seinen litterarischen Leistungen bekannt gemacht hat. Dieselben werden das ausschliefsliche Objekt der nächsten beiden Paragraphen bilden. Fachmännische Würdigung findet seine Thätigkeit als mathematischer Schriftsteller, von der die Zeitgenossen ungemein hoch dachten[3], aufser bei den Kompendienschreibern Freher, Gesner und Pantaleon hauptsächlich bei Barbaro[4], Tycho Brahe[5], Vofsius[6] und unter den Neueren bei Kästner[7], Chasles[8] und Gerhardt[9], während begreiflicherweise die zahlreichen Kunstschriftsteller, welche Dürers Wirken als Maler und Graveur schildern, jene andere für uns wichtigere Seite nur oberflächlich, und auch nicht immer kor-

[1] Doppelmayr sagt (a. a. O., S. 155) von der Sternkarte: »Diese hat sich u. a. Johann Noviomagus, ein Rektor der Schule zu Deventer, sehr wohl zu Nutze gemacht, indem er solche seiner Isagoge de stellarum longitudinibus et latitudinibus, als einem Anhang zu des Claudii Ptolemaei Phaenomenis stellarum, die ex interpretatione Georgii Trapezuntii am ersten in Teutschland zu Cölln A. 1537 edirt worden, beygefüget, und zum weitern Gebrauch destiniret«. Die anonyme Biographie verzeichnet folgende frühere Ausgabe: Figurae asterismorum in zweiyen Hemisphaeris disponirt, Ingolstadt 1515.

[2] Martini, Abhandlung von den Sonnenuhren der Alten, Leipzig 1877. S. 28 ff.; Poppe, Ausführliche Geschichte der Anwendung aller krummen Linien in mechanischen Künsten und in der Architektur, seit den ältesten Zeiten, bis zum Anfange des neunzehnten Jahrhunderts, Nürnberg 1802. S. 32. An letzterm Orte heifst es: »Albrecht Dürer lehrt auch eine Arachne zu verzeichnen, und wenn man die von ihm entworfene Figur ansieht, so kann man wohl an ein Spinngewebe denken«. Doch dient dieselbe nicht der Geometrie.

[3] In einem Schreiben an Camerarius äufsert Melanchthon: »Habeo Dureri germanica omnia, etsi mihi non sint usui, tamen asservo propter memoriam summi et optimi viri«. Vgl. auch die Briefsammlung des Erasmus (Lib. XXX, Ep. 40).

[4] D. Barbaro, La Pratica della Prospettiva, opera molto utile à pittori, scultori e architetti, Venedig 1568. S. 79.

[5] Tycho Brahe, Astronomiae instauratae Progymnasmata, Prag 1603, Lib. I. S. 766. »Ars pictoria in geometria, optica et perspectiva sua habet fundamenta, quae ad scientias mathematicas referuntur, ideoque Durerus et alii horum ex parte quasi praestantiores in arte pingendi evaserunt artifices«.

[6] Vossius, De universa matheseos natura et constitutione liber, Amstelodami 1650. S. 297. S. 423.

[7] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 684 ff.

[8] Chasles, Gesch. d. Geom., S. 624 ff.

[9] Gerhardt, Gesch. d. Math. in Deutschland, S. 25 ff.

rekt, mitbehandeln[1]. Es ist nicht so ganz leicht, dieser Aufgabe gerecht zu werden, ohne entweder in den Fehler der Unterschätzung oder in den der Übertreibung zu verfallen. Letzteres geschieht z. B., wenn Gerhardt (a. a. O.) meint: »Dürer hat die erste darstellende Geometrie in Deutschland geschrieben«. Die ersten Anklänge an das, was wir heute mit jenem Namen bezeichnen, finden sich lange vor 1525 in den Anleitungen zur Reifskunst von seiten der Baumeister (s. o. § 46), und zudem kann man nicht behaupten, dafs gerade das, was den Kern der deskriptiven Geometrie ausmacht, das Projizieren, sich bei Dürer in irgend erheblicherem Umfange nachweisen lasse[2].

49

Dürers Schriften zur angewandten Geometrie.

Aufser jenem geometrischen Werke, dessen Besprechung unsere letzte Aufgabe bilden soll, hat Dürer noch einige andere Bücher verfafst, deren Grundlage eine geometrische ist. Zunächst kommt hier in betracht seine äufserst ausführliche Abhandlung über die Formenverhältnisse des menschlichen Körpers[3], von welcher Küst-

[1] Dahin gehört z. B. Thausings Behauptung (a. a. O., S. 501 ff.), Dürers Geometrie sei im Anschlufs an Euklid gearbeitet. Ansprechender erscheint die ebendort ausgesprochene Vermutung, der junge deutsche Maler habe während seines ersten — noch ins XV. Jahrhundert fallenden — italienischen Aufenthalts den Unterricht Paciolis genossen (s. u.).

[2] Unter allen Umständen mufs Dürer als Schöpfer und Inspirator einer ganz neuen Litteraturgattung geschätzt werden, die allerdings indirekt den Begründern der deskriptiven Geometrie vorarbeitete. Wir meinen hier die geometrisch-perspektivischen Lehrbücher eines Rodler, Hirschvogel, Stoer, Jamnitzer, Lenker u. s. w., welche Kästner (Gesch. d. Math., 2. Band, S. 9 ff. sorgfältig registriert und beschreibt.

[3] Die erste Ausgabe dieses Werks scheint von 1528 zu datieren, also von Dürers Todesjahr; »hierinn sind begriffen vier Bücher von menschlicher Proportion, durch Albrechten Dürer von Nürnberg erfunden und beschrieben zu nutz allen denen, so zu dieser Kunst lieb tragen«. Die anonyme Biographie weifs zu berichten, dafs 1538 von diesem Buche eine legitime zweite Auflage herauskam, und dafs des Camerarius lateinische Bearbeitung im Preis zweimal, 1532 und 1534, aufgelegt wurde, dafs aber auch der Nachdruck sich des beliebten Werkes bemächtigte, wie denn die Pariser Ausgaben von 1537 und 1614 einen ungesetzlichen Ursprung haben. Schon bald nach des Verfassers Tode mufste den von Lochner edierten Nachrichten Neudörfers zufolge (a. a. O., S. 156) der Formschneider Andreae vom Nürnberger Rate vermahnt werden, kein plagiatorisches Konkurrenzwerk gegen die Bücher von der menschlichen Proportion erscheinen zu lassen. — Eine holländische Übersetzung veranstaltete ein Arnheimer Buchhändler 1622; eine italienische gab es schon früher, und zwar unter dem folgenden Titel: Di Alberto Durero pittore, e geometra chiarissimo. Della

ner sagt[1]: »Dürer bringt die Zeichnung völlig auf Verhältnisse von Linien, und in so fern läfst sich seine Arbeit als ausübende Geometrie ansehn«. Es soll hiedurch etwa jener Zweck erreicht werden, der neuerdings durch die grofsen Werke über »plastische« Anatomie von Harlefs und Kollmann erstrebt und selbstverständlich auch in weit vollkommenerer Weise erreicht wird; der Künstler soll befähigt werden, männliche und weibliche Gestalten unter allen Umständen anatomisch und ästhetisch richtig zu zeichnen. Die Distanz zwischen der Horizontalebene, auf welcher der Mensch steht, und jener Ebene, welche ersterer parallel den Kopf in dessen Scheitel berührt, wird in eine bestimmte Anzahl gleicher Teile — gewöhnlich 100 — geteilt, und von jedem irgend ausgezeichnetem Punkte des Körpers wird angegeben, welcher Ort in der angegebenen Vertikalstrecke ihm zukomme. Jede Stellung des Menschen wird durch eine den Umrissen des Körpers sich möglichst treu anpassende Konstruktion dargestellt. Zweifellos kann eine derartige, mit äufserster Konsequenz und Rücksichtslosigkeit durchgeführte Systematik eine gewisse Gezwungenheit nicht verleugnen, dem künstlerischen Genius wird eine vielleicht allzu enge Fessel angelegt, allein andererseits wird auch nur durch diese strenge Gewöhnung an das geometrische Element Dürers souveräne Beherrschung der menschlichen Anatomie in seinen Bildern zu erklären sein, welche sehr erheblich gegen die Gewohnheiten seiner unmittelbaren Vorgänger absticht, in deren Gemälden man arg verzeichneten Gliedmafsen begegnet[2]. Jedenfalls haben Dürers Aufstellungen allen Versuchen späterer Zeit, die Metrologie des menschlichen Leibes exakt zu begründen, die Richtung angewiesen[3].

simmetria dei corpi umani libri quattro, Nuovamente tradotti dalla lingua Latina nella Italiana, da M. Gio. Paolo Gallucci Salodiano, Venezia 1591. Gallucci hat eine kurze Dürer-Biographie und ein fünftes Buch mit speziellen Anweisungen für Maler hinzugefügt, und zwar nicht erst der 1594 erschienenen zweiten, sondern gleich dieser ersten Auflage (vgl. Joachim v. Sandrarts »Teutsche Akademie«, I, 2. Buch, S. 104).

[1] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 694.

[2] Es wird erzählt (Doppelmayr, a. a. O., S. 183), dafs Dürer aus den Mafsverhältnissen irgend eines menschlichen Gliedes sofort auch auf die Gröfse eines beliebigen andern Körperteils richtig zu schliefsen verstanden habe.

[3] Hierher gehört z. B. Schwenters 51. Aufgabe im 3. Buche seiner »Deliciae physico — mathematicae« (»Von der Proportion des menschlichen Leibs«); es wird dabei von dem Grundsatz ausgegangen, dafs, wenn ein normal gebauter Mann sich in Form eines Kreuzes auf den Boden legt, sein Nabel der Schwerpunkt eines Quadrats sei, dessen vier Seiten resp. durch die Spitzen der Zehen, durch

Ein ganz nach derselben Methode bearbeitetes Werk über die symmetrischen Verhältnisse des Pferdekörpers hat Dürer nachweislich ebenfalls verfafst, es ging jedoch verloren, und zwar anscheinend noch bei Lebzeiten des Autors. Es ist sonach unrichtig, wenn die mehrfach erwähnte anonyme Biographie unter den posthumen Veröffentlichungen des grofsen Künstlers auch eine »Proportion vom Rofs« anführt; aus einer Angabe Doppelmayrs[1] scheint zu folgen, dafs eine Verwechselung des Dürerschen Originals mit der allerdings noch von diesem selbst angeregten und vielleicht geleiteten Arbeit eines seiner Schüler vorgelegen habe.

Unter den Begründern einer wissenschaftlichen Theorie des Festungsbaues wird unser Dürer ebenfalls mit allem Rechte genannt. Italienische Gelehrte, Tartaglia und Scriva, hatten allerdings noch vor ihm Fragen der Kriegsbaukunst mit mathematischen Mitteln zu erörtern begonnen, in Deutschland aber war das ganze Fortifikationswesen noch immer der Tummelplatz roher Empirie, und so verdient sein Lehrbuch[2], das durchweg nichts entlehntes sondern nur die Spuren eigener Geistesthätigkeit aufweist, auch auf diesem Gebiete als eine Leistung ersten Ranges gepriesen zu werden. Die neueren Geschichtschreiber der Militärwissenschaften sprechen denn auch von jenem mit der gröfsten Achtung[3].

diejenigen des ausgestreckten Mittelfingers der rechten und linken Hand und durch den Scheitelpunkt hindurchgehen. Auf einer ähnlichen Grundlage fufst der gelehrte Fechtmeister Thibaut in seiner »Académie de l'espée« (Paris 1628). Aber auch neuere Forschungen von Liharžik und Zeising knüpfen an jene Vorarbeiten an; s. Günther, Adolph Zeising als Mathematiker, Zeitschr. f. Math. u. Phys., 21. Band, Hist.-litter. Abteilung, S. 157 ff.

[1] Doppelmayr, a. a. O., S. 155 ff. »Sebald Böhm, ein Liebhaber der Mathematique, gebohren in Nürnberg A. 1500., begriefe die Geometrie und Perspectiv, nachdem er bey seinem Vettern, Barthel Böhm, im zeichnen, mahlen und Kupffer-stechen, wie sein Absehen war, einen glücklichen Anfang gemacht, und darinnen nach A. 1520 bey Albrecht Dürern noch weiter stattlich avanciret, mittler Zeit aber bey ihme wohl eingesehen, wie solche Künste noch mehr bey stattlicher Application der mathematischen Fundamenten befördert werden mögten, mit in den Fleifs, und gabe hernach, als er sich darinnen ziemlich habilitiret, zu dern erwünschter Ausübung A. 1528 eine kurtze Unterweisung von der Proportion der Pferde in 4to. allda zum Druck . . . Diese Unterweisung käme dazumahl denen Kunstliebenden, da man sich auf dasjenige Werk von gleichen Inhalt, das Albrecht Dürer einige Jahr zuvor verfertigte, dann aber unversehens verlohre, nicht mehr zu verlassen hatte, inmittelst aber dieses aus einerley Fundament herrührte, gar wohl zu statten«.

[2] Dürer, Etliche Underricht zur Bevestigung der Stett, Schlofs und Flecken, Nürnberg 1527; lateinisch übersetzt, Paris 1535.

[3] Noch 1823 erschien in Berlin von einem sich nicht nennenden, sachkun-

In vier Abschnitten behandelt Dürer die gewöhnlichen runden Bollwerke, die einfache Polygonalbefestigung, die Zirkularbefestigung mit vielfachen Anklängen an das später so berühmt gewordene Verfahren Montalemberts und die Hilfsmittel, durch welche alte und schlechte Umwallungen rasch in geeigneter Weise verstärkt werden können. Theoretisch und praktisch geschult[1], gibt Dürer stets einfache und handliche geometrische Regeln für die Zeichnung des Befestigungsplanes auf dem Papier, und manche seiner Grundsätze haben sich bis auf die neueste Zeit behauptet, wiewohl die absolute Unkenntnis der Wirkungen des Wurffeuers und des indirekten Schusses andere seiner Maßnahmen bald ihres früheren Wertes berauben mußte.

50

Dürers geometrisches Hauptwerk.

In Dürers Anleitung zur Geometrie[2] erblicken wir sozusagen die Krönung des wissenschaftlichen Gebäudes, welches im XIV. und XV. Jahrhundert von den Praktikern des Bau- und Kunsthandwerks aufgeführt worden war. Dürer hat viel studiert, die griechischen mathematischen Klassiker sind ihm, wie wir zeigen werden, durchaus nicht ganz fremd, obwohl er sie jedenfalls nur durch Mitteilungen befreundeter Gelehrter kennen gelernt hat. Auch ist er sich dessen gar wohl bewußt, daß die Ausdrücke »demonstrative«

digen Autor eine modernisierte Ausgabe des Fundamentalwerks unter folgendem Titel: Dürer, Einiger Unterricht von der Befestigung der Städte, Schlösser und Flecken, neu herausgegeben. Die sehr eingehend gehaltene Vorrede ist im Texte benützt worden (hauptsächlich S. XXVIII ff.).

[1] Verschiedene Halbkreisbasteien der Nürnberger Stadtmauer, sowie auch die zum teil noch intakt gebliebenen »Streichwehren« (Kaponièren, Defensivkasernen) weisen auf Dürer als ihren Urheber hin. Dagegen ist die vielfach gehörte Behauptung, es rührten von ihm auch die berühmten vier Rundtürme an den Ecken des die Stadt bildenden Parallelogramms her, unrichtig; diese mächtigen Bauten entstanden erst zwischen den Jahren 1555 und 1569.

[2] Dürers Geometrie ward zum erstenmale 1525 gedruckt (s. o. S. III). Uns selbst diente bei unsern Untersuchungen ein Exemplar der folgenden Ausgabe: Underweysung der Messung mit dem Zirckel und richtscheyt, in Linien, Ebenen und gantzen Corporen, durch Albrecht Dürer zusamen gezogen, und durch ihn selbs (als er noch auff erden war) an viel orten gebessert, insonderheyt mit . XXII . Figuren gemeret, dieselbigen auch mit eygner handt auffgerissen, wie es denn eyn yder werkmann erkennen wirdt, Nun aber zu nutz allen kunst liebhabenden in truck gebenn. 1538. Des Camerarius lateinische Übersetzung kam 1532 in Paris, ein Nachdruck davon ebenda 1535, ein weiterer Nachdruck zu Arnheim 1600 ans Licht.

und »mechanice« etwas sehr verschiedenes bedeuten; erstern gebraucht er durchgängig für theoretisch richtige, letztern für approximative aber praktisch brauchbare Konstruktionen. Schon die Einleitung stellt das strenge System des Euklides zur eigenen populären Darstellung in scharfen Gegensatz; wer sich in jenem zurechtfinde, bedürfe seines Werkes nicht[1]. Zu bedauern ist, dafs selbst jene Fachhistoriker, die an Dürers Werk nicht achtlos vorübergegangen sind (s. o. Seite 357) doch nicht tief genug in den freilich oft etwas dunkeln Inhalt eingedrungen sind; gegenwärtiger Paragraph soll diese Lücke wenigstens in etwas ausfüllen und zumal Dürer als den deutschen Geometer schildern, der als erster unter seinen Landsleuten die seit der Griechenzeit völlig brach gelegene Theorie der höheren algebraischen Kurven selbstthätig gefördert hat.

Das Dürersche Lehrbuch besteht aus vier Kapiteln. Körper, Fläche, Linie, Punkt[2] werden nach euklidischer Art mittels ihrer Dimensionenzahl bestimmt, dann folgt die Erklärung der graden und Kreis-Linie, der »Schlangenlinie« und des — sehr weit gefafsten — Begriffs paralleler Linien[3]. Manche dieser Definitionen gewähren, mit denen der »Geometria deutsch« (s. o. § 47) zusammengehalten,

[1] Die Worte Dürers sind diese: »Der aller scharff sinnigst Euclides, hat den grundt der Geometrie zusammen gesetzt wer denselben wohl versteht, der darff« — bedarf — »diser hernach geschriben Ding gar nit, denn sie sind alleyn den jungen und denen so sonst niemandt haben der sie trewlich underweyst geschrieben«. In der Dedikation an Pirckheimer spricht sich die praktisch-pädagogische Tendenz der Schrift noch deutlicher aus. Fehler der Malerei hätten meistenteils in mangelnder geometrischer Kenntnis ihren Grund, und dem gedenke er zu begegnen, doch hoffe er, dafs sein Bemühen auch für Goldschmiede, Bildhauer, Steinmetzen und Schreiner (Tischler) gute Frucht bringen werde. Hätte es in jener Zeit schon organisierte »Baugewerkschulen« gegeben, Dürers Lehrbuch wäre denselben recht eigentlich auf den Leib geschrieben gewesen.

[2] Um den dimensionslosen Punkt seinen an Abstraktionen wenig gewöhnten Lesern zu veranschaulichen, stellt Dürer jenen dar durch »ein gemel mit eym tupff«.

[3] Parallellinien sind bei unserm Autor Linien, »die alweg gleich weit von einander lauffen«. Diese von der euklidischen abweichende Auffassung des Parallelismus ist also schon durch Dürer und nicht erst durch Clavius und Peletarius in die Wissenschaft eingeführt worden. Richtig stellt auch die Vorlage an einer Zeichnung fest, dafs zwei Bleilote auf der kugelförmigen Erde nicht in aller Strenge parallel sein können. Bei Dürer sind in obiger Definition übrigens auch die sogenannten Parallelkurven enthalten, zu denen beispielsweise zwei konzentrische Kreise gehören, und deren Gleichung in den laufenden Koordinaten ξ, η aus der gegebenen, in x und y ausgedrückten Kurvengleichung durch die Relationen:

einen ganz hübschen Einblick in die allmähliche Ausbildung der geometrischen Terminologie[1]. Daran reiht sich dann, was wir heutzutage eine geometrische Formenlehre nennen würden, und es läfst hier Dürer, den die von Clebsch[2] für das Kennzeichen des echten Geometers erklärte »Freude an der Gestalt« in besonders hohem Mafse beseelte, seinem Schaffensdrange freien Lauf. Zunächst ziehen die Schneckenlinien sein Interesse auf sich; er lehrt die bekannte »jonische« Schnecke der Architekten aus konsekutiven Halbkreisen von sich stets verdoppelndem Durchmesser zusammenzusetzen und geht dann zur archimedischen Spirale über. Dieselbe konstruiert er, indem er in einem Kreise eine Anzahl Radien von gleicher Winkeldistanz zieht und auf dem ersten, zweiten, dritten . . . nten resp. eine Strecke a, 2a, 3a . . . na abträgt, deren Endpunkte dann durch einen Kurvenzug verbunden werden[3]. Je näher ein Radius dem andern liege, je kleiner a sei, umso genauer werde die Zeichnung; wie den ersten Umlauf, so könne man durch Vergröfserung des Grundkreises auch beliebige weitere Umläufe herstellen. Durch Aufsetzung gewisser »bletter« auf je einen Teilbogen der Spirale erhält man eine Linie, die das Modell eines Bischofsstabs darstellen soll. Auch eine erste Anwendung der Projektionslehre findet sich hier vor, indem diejenigen Raumkurven verzeichnet werden, als deren Orthogonalprojektionen einerseits die Spirale von vorhin[4], andererseits der Kreis erscheinen. — Jetzt erst lehrt Dürer die normale Halbierung einer Strecke und im Anschlufs daran die Konstruktion

$$\eta - y = -\frac{dx}{dy}(\xi - x);\ (\eta - y)^2 + (\xi - x)^2 = \text{Konst.}$$

gefunden werden kann.

[1] Einige Beispiele zu Dürers Namengebung mögen hier angeführt sein. »Gefierte Ebne« ist Quadrat, »Eyn runde Ebne« ist Kreis; »Eyn kuglete Ebne« Kugelfläche, »Eyn bogne Ebene« Zylinderfläche. Man sieht, dafs der Unterschied zwischen Kreislinie und Kreisfläche, Kugeloberfläche und Kugel als Raumkörper, welchen selbst jetzt noch laxe Schreibart nicht immer gebührend berücksichtigt, in Dürers Definitionen sich bereits ganz sachgemäfs offenbart. Auch die Eigenschaft developpabler Flächen, ohne Falten in eine Ebene übergeführt werden zu können, tritt in dem Terminus für den Zylinder hervor.

[2] Diese Ansicht findet man entwickelt in der von Clebsch vor der gelehrten Gesellschaft zu Göttingen gehaltenen Gedächtnisrede auf Plücker (Göttingen 1871).

[3] Eigentümlich und für die Unvollkommenheit der rein graphischen Vorstellung bezeichnend ist der Umstand, dafs Dürer die rechts- und linksgewundene Spirale, die er beide verzeichnet, nicht als identische Linien erkannt zu haben scheint.

[4] »Difs ist der schneck aus dem grund auffgezogen, mit allen nottürftigen linien, daraus er gemacht wirdet«.

einer Kreisbogen-Ovoide (»eynem wolgestalten ey gleich«); die sechs Krümmungsmittelpunkte, auf deren richtiger Wahl das Zustandekommen einer gefälligen Gestalt dieser Pseudo-Ellipse beruht, werden auf eine dem Verfasser durchaus eigentümliche Art bestimmt. Es folgt, ganz im Sinne der »Geometria deutsch« (s. o. in § 47) die Auffindung des verlorengegangenen Kreisbogenzentrums und ein Hilfsverfahren, welches die scharfe Bestimmung des einer Kreislinie und ihrer Berührenden gemeinsamen Punktes auch in dem Falle ermöglichen soll, wenn der Radius des erstern sehr grofs ist. Die sich zunächst anschliefsenden Betrachtungen lassen keinen Zweifel darüber, dafs Dürer über das geometrisch unendliche ganz klare Anschauungen besafs, insofern er unendlich entfernte und asymptotische Punkte zwar nicht als solche definiert, aber doch deutlich genug beschreibt[1]. Auch das Wesen der asymptotischen Kurven ist unserm Autor nicht unbekannt[2], und endlich geben seine Zeichnungen (zumal fol. 15 der gedachten Ausgabe) einen Anhaltspunkt zu der Vermutung, es sei sich Dürer der Möglichkeit, eine Kurve gleichmäfsig durch Tangenten wie durch Punkte zu verzeichnen, voll und ganz bewufst gewesen. — Die Kurven zweiter Ordnung, »Elipsis«, »Parabola«, »Hiperbola« werden direkt aus dem Kegel hergeleitet[3]; doch werden für die erstgenannte Kurve auch rein

[1] Dürer wählt auf einer von zwei Parallellinien einen festen Punkt und zieht von ihm Grade nach Punkten der andern. Die Winkel, welche diese Linien mit den Parallellinien einschliefsen, werden immer spitzer und schliefslich über jede gegebene Gröfse hinaus klein. Die asymptotischen Punkte sind offenbar in der folgenden Definition gemeint: »So mag eyn ewige lini erdacht werden, die da stetiglich zu eynem Centrum einwartz, auch an dem andern teyl in die weitten uber eynander laufft und nimer mehr zu keym end kombt«. Die beigefügte Figur erinnert ganz an die logarithmische Spirale, welche bekanntlich zugleich stereographisches Abbild der Kugelloxodrome ist.

[2] Die gradlinige Asymptote der Hyperbel scheint Dürer, wenn ihm jene Kurve gleich keineswegs fremd war, nicht gekannt zu haben, obwohl, wie wir aus des Barozzi Monographie der Asymptoten (Venedig 1586) ersehen, im dritten Jahrzehnt des XVI. Jahrhunderts bereits eine kleine Litteratur über diesen Gegenstand vorhanden war, an deren Zustandekommen sich vorzugsweise auch hebräische Schriftsteller beteiligt hatten. Dürer sucht eine Kurve durch punktuelle Konstruktion zu bestimmen, die sich einem Kreise mehr und mehr nähert, ohne ihn je zu erreichen.

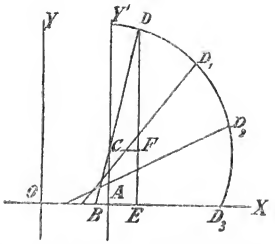
[3] Bei Chasles (a. a. O., S. 624) lesen wir, dafs bei Dürer der Kegel als Pyramide bezeichnet werde. Dies ist nicht richtig, Dürer selbst spricht nur vom »kegell«, und nur in der lateinischen Übersetzung seines Buches, auf die sich der französische Geometer ausschliefslich angewiesen sah, ist irrtümlich immer »pyramis« statt »conus« gebraucht.

planimetrische Konstruktionen angegeben[1]. Die Verwendung der Parabel bei der Anfertigung von Brennspiegeln wird sehr detailliert auseinandergesetzt. — Zum Schlusse dieses Abschnitts begegnen wir dem bereits oben angekündigten Exkurs auf höhere Kurventheorie; zwei Kurven, die »Muschellini«[2], deren Nicht-Übereinstimmung mit der »Muschellinie des Nikomedes Kästner richtig hervorhebt[3], und die »Spinnenlini«[4], werden ausführlich diskutiert

[1] Wegen der Stellung dieser Ellipsenkonstruktionen im Systeme der Kurvenlehre vgl. Gretschels »Lehrbuch der organischen Geometrie« (Leipzig 1868. S. 212).

[2] Wenn wir von dem unwesentlichen Beiwerke in Dürers Konstruktion absehen, so handelt es sich um folgendes. XOY (Fig. 40) ist ein rechtwinkliges Koordinatensystem, auf OX ist OA = a abgetragen und in A auf OX ein Loth AY' errichtet. Nun mache man OB = AC = u, ziehe BC und trage auf BC von B aus eine Strecke BD von der konstanten Länge b ab, dann erfüllen die

Fig. 40.



Punkte D, D_1, D_2... die als Muschellinie bezeichnete Kurve. Die Koordinaten OE = x und DE = y des veränderlichen Punktes D lassen sich unschwer als Funktionen des Parameters u darstellen. Da nämlich BD = BC + CD und, wenn man von C auf DE die Senkrechte CF fällt, $BD = \sqrt{\overline{BA}^2 + \overline{CA}^2} + \sqrt{\overline{CF}^2 + \overline{DF}^2}$ ist, so hat man als erste Gleichung die nachstehende:

$$\sqrt{(a-u)^2 + u^2} + \sqrt{(x-a)^2 + (y-u)^2} = b.$$

Eine zweite Gleichung liefern die ähnlichen Dreiecke BAC und CFD:

$$\frac{a-u}{u} = \frac{x-a}{y-u}.$$

Daraus ergibt sich

$$x = \frac{b\,(a-u) + u\sqrt{a^2 - 2au + 2u^2}}{\sqrt{a^2 - 2au + u^2}}, \qquad y = \frac{b\,u}{\sqrt{a^2 - 2au + u^2}}.$$

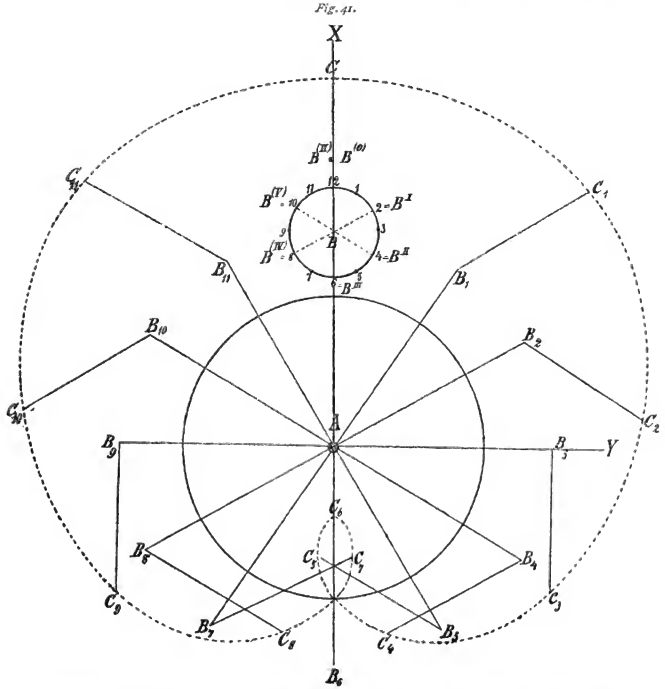
Würde man u aus beiden Gleichungen eliminieren, so erhielte man die sehr wenig übersichtliche Orthogonalgleichung einer Kurve achter Ordnung.

[3] Kästner, Gesch. d. Math., 1. Band, S. 985.

[4] In Fig. 41 sind, genau nach Dürers Vorschrift, zwei exzentrische Kreise resp. mit den Mittelpunkten A und B verzeichnet; AB ist = r und auf der Verlängerung von AB ist noch eine Strecke BC = ρ abgetragen. Jede der beiden

und legen ein schönes Zeugnis von der originalen Gestaltungskraft ihres Erfinders ab. Die unverwüstliche Kreiskonchoide abgerechnet, hatte sich keine einzige Kurve von höherem als zweitem Grade das

Fig. 41.



Kreisperipherien ist in n — hier speziell in 12 — gleiche Teile geteilt. Um nun einen Punkt der Spinnenlinie zu erhalten, verbinde man A mit einem Teilpunkt der gröfseren Peripherie, der vom Nullpunkt um p (< n) Teile absteht, und trage darauf eine Strecke $AB_1 = r$ ab; von B aber ziehe man den Radius BB^I nach jenem Teilpunkt des kleinern Kreisumfangs, welcher von dessen Nullpunkt um 2 p absteht, und mache B_1C_1 gleich BC aber parallel BB^I. Erzielt man solchergestalt noch weitere Punktgruppen $B_2\,B^{II}\,C_2$, $B_3\,B^{III}\,C_3$, $B_4\,B^{IV}\,C_4$ u. s. w., so liegen C_1, C_2, C_3, C_4 . . . auf der gesuchten Kurve. Chasles nennt dieselbe (a. a. O.) mit Recht eine Epizykloide; dafs sie dies wirklich ist, erhellt, wenn man die Koordinaten x und y für das in der Figur angedeutete Achsensystem X A Y durch jenen Winkel φ ausdrückt, welchen der Fahrstrahl A B jeweils mit der Abszissenachse einschliefst. Man findet nämlich sofort

Mittelalter über in den Überlieferungen der Fachmänner zu behaupten gewufst, und Dürers Leistung steht deshalb um so isolierter und gröfser dar. Auch ein Instrument zum Kurvenzeichnen wird angegeben[1]. — Eine im Verhältnis zur Einfachheit der Sache sehr eingehende Untersuchung über Proportionalität[2] leitet nunmehr über zum zweiten Kapitel.

»Das ander büchlein von den ebnen feldern« beginnt mit der Konstruktion des rechten Winkels nach der Zunfttradition. Was

$$x = r\cos\varphi + \rho\cos 2\varphi,\quad y = r\sin\varphi + \rho\sin 2\varphi,$$

und bekanntlich gehört jede Kurve zu den zyklischen, deren Koordinaten durch einen nach den Sinus und Kosinus der Multipla eines Arguments fortgehenden Summenausdruck dargestellt werden können. Aus der ersten der beiden Parametergleichungen folgt

$$2\rho\cos^2\varphi + r\cos\varphi = x + \rho,\ \cos\varphi = \frac{1}{4\rho}\left(-r + \sqrt{r^2 + 8\rho x + 8\rho^2}\right).$$

Addiert man dagegen die beiden erwähnten Gleichungen, nachdem man sie vorher ins Quadrat erhoben hat, so erhält man

$x^2 + y^2 = r^2 + \rho^2 + 2r\rho\,(\cos 2\varphi\cos\varphi - \sin 2\varphi\sin\varphi) = r^2 + \rho^2 + 2r\rho\cos\varphi.$

Wird für $\cos\varphi$ sein Wert gesetzt, die Quadratwurzel separiert und abermals quadriert, so restiert eine Gleichung, die für x und y vom vierten Grade ist. Übrigens kann man die wichtigeren Eigenschaften der Kurve schon deshalb aus der Parameterdarstellung bequem ablesen, weil Sinus und Kosinus leicht zu differentiieren sind. So findet sich z. B. unmittelbar

$$\frac{dx}{d\varphi} = -r\sin\varphi - 2\rho\sin 2\varphi,\ \frac{dy}{d\varphi} = r\cos\varphi + 2\rho\cos 2\varphi,\ \frac{dy}{dx} = \frac{x + \rho\cos 2\varphi}{-(y + \rho\sin 2\varphi)}.$$

Für $\varphi = 90^0$ wird, wie auch die Figur lehrt, $y = r$, $x = -\rho$, für $\varphi = 180^0$ wird $y = 0$, und es schneidet also die Kurve in diesem Punkt ebensowohl die Abszissenachse, wie wenn $\varphi = 0^0$ ist. Offenbar wird y aber auch dann der null gleich, wenn

$$r + 2\rho\cos\varphi = 0,\ \cos\varphi = -\frac{r}{2\rho}$$

wird, d. h. es bildet die Linie eine Schleife, welche die X — Achse zur Symmetrielinie hat und diese in den beiden Punkten schneidet, für welche $x = -r + \rho$ und gleich $-\rho$ ist. Demgemäfs ist unsere Spinnenlinie eine Verallgemeinerung der Kardioide, deren Schleife in eine Spitze zusammengeschrumpft ist (s. Weinmeister, Die Herzlinie, Zeitschr. für math. u. naturw. Unterricht, 16. Jahrgang, S. 245 ff., zumal S. 271), und Albrecht Dürer kann mit Fug als Begründer der Lehre von den Rollkurven angesehen werden.

[1] Es ist zu verwundern, dafs Chasles (a. a. O., S. 97) die Priorität der Idee einer »organischen« Beschreibung der Kurven dem Cavalleri und dem De Witt beilegt, während doch schon Dürers Kurvenzirkel die Lösung dieser Aufgabe anbahnt. Vier Scheiben sind durch Charniere mit einander verbunden; an den zwei äufsersten Linealen sind Zirkelspitzen angebracht. Auch die Muschellinie wird mittels eines besondern Schieblineals erzeugt.

[2] Kurz und bündig können die etwas weitschweifigen Betrachtungen dahin zusammengefafst werden: Die Änderungen der goniometrischen Funktionen sind nicht proportional den Änderungen des Arguments. — Doch wird auch, ganz so wie wir es noch machen, die Konstruktion der vierten Proportionallinie gelehrt.

spitze und stumpfe Winkel, Scheitelwinkel sind, wird erklärt, dann werden grad- und krummlinige Dreiecke und gründlicher die regelmäfsigen Polygone betrachtet. Das Siebeneck wird nach Art der »Geometria deutsch« (s. o. in § 47) konstruiert, dann folgen Vierzehneck, Quadrat, Achteck, Sechzehneck in durchaus korrekter Weise[1]. Für das Fünfeck werden zwei Methoden nachgewiesen, eine strenge[2] und die uns von früher her bekannte approximative; das Zehneck und Fünfzehneck[3] schliefsen sich an, für Neuneck, Elfeck und Dreizehneck mufs man sich mit Näherungskonstruktionen behelfen[4]. Weiterhin begegnen wir Verwandlungsaufgaben, ein Rechteck wird mit Beibehaltung seiner Gestalt n fach vergröfsert, u. s. w. Dabei findet die Konstruktion der mittlern Proportionallinie vielfache Anwendung. Dürer beweist nach Art der Inder[5], dafs ein Dreieck einem Rechteck von gleicher Grundlinie und halber Höhe gleich ist, und quadriert den Kreis[6] mit Hilfe der Annäherung $\pi = \frac{25}{8}$. Endlich wird noch der pythagoreische Lehrsatz für den Fall ähnlicher, auf den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks konstruierter Figuren erweitert und die Einzeichnung kontinuierlicher Berührungskreise in ein von zwei gleichen Kreisbogen gebildetes Zweieck (Fischblase) gezeigt.

Das dritte Buch ist stereometrischen Inhalts; Prismen, Pyramiden, gewundene Säulen von allerorts kreisförmigem Querschnitt werden über regulären Polygonen errichtet. Verschiedene Monumentalzeichnungen sind ohne geometrisches Interesse. Zur Höhenmessung

[1] Bemerkt mag werden, dafs Dürer das Achteck zwar auch aus dem Viereck heraus konstruiert, nicht aber nach dem Verfahren seines unbekannten Vorläufers (§ 47), sondern regelrecht durch Halbierung der Zentriwinkel.

[2] Dürers Verzeichnung des regulären Fünfecks ist nicht die im vierten Buche des Euklid, sondern die in lib. I, cap. 9 des Almagests von Ptolemaeus gegebene. Das Theorem, dafs die Summe der Quadrate von Sechsecks- und Zehneckseite dem Quadrat der Fünfeckseite gleich ist, war dem Verfasser geläufig.

[3] Das regelmäfsige Fünfzehneck wird von Dürer in Gemäfsheit der Identität $\frac{360^0}{15} = \frac{1}{2}\left(\frac{360^0}{3} - \frac{360^0}{5}\right)$ konstruiert.

[4] Näher geht auf diese Näherungskonstruktion ein des Verf. Programmabhandlung: A. Dürers geometrische Näherungskonstruktionen, Ansbach 1886. Ebendort findet man eingehend Dürers Winkeltrisektion behandelt, bezüglich deren übrigens auch Kästners »Geometrische Abhandlungen« (1. Sammlung, Göttingen 1789. S. 241 ff.) nachzusehen sind.

[5] Cantor, Vorlesungen etc., S. 558.

[6] Cantor, Die röm. Agrimensoren, S. 88. Der erwähnte Wert für π kommt aufser bei Dürer nur noch 1500 Jahre früher, bei Vitruvius Pollio, vor.

bedient sich Dürer, wie seinerzeit die Ägypter, des gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecks[1]. Sonnenuhren lehrt Dürer auf einer beliebigen Ebene zu konstruieren[2]. Den Beschluſs des Buchs bildet die geometrische Kalligraphie[3], zu der (s. o.) ihr Begründer die Anregung vielleicht durch Pacioli empfangen hatte.

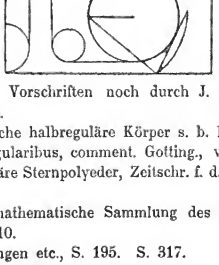
Im vierten Buche wird gezeigt, wie man die Netze der fünf platonischen Polyeder und auch derjenigen Körper zu entwerfen hat, die resp. von 4 Sechsecken und 3 Dreiecken, 6 Vierecken und 8 Dreiecken, 6 Sechsecken und 6 Vierecken, 6 Achtecken und 8 Dreiecken, 18 Vierecken und 8 Dreiecken, 6 Quadraten und 32 Dreiecken, 6 Achtecken, 8 Sechsecken und 12 Quadraten umschlossen sind[4]. Auch die Verfertigung der Segmente, aus denen sich das Kugelnetz zusammensetzt, findet hier ihre Stelle[5]. Dürer verdoppelt weiterhin den Würfel ganz nach den Methoden von Platon und Heron[6] und bemerkt gelegentlich, was zu Gerberts Zeit noch so schwer verständlich war (s. o. Kap. II), daſs nämlich ähnliche Körper sich wie die Kuben homologer Strecken verhalten.

[1] Cantor, Vorlesungen etc., S. 116; Diogenes Laertius, I, 24 ff. Thales soll dem speziellen Dreieck bei der Schattenmessung ein willkürliches substituiert haben.

[2] U. a. wird ein gerades Prisma mit regulär-achteckiger Basis auf eine seiner rechteckigen Seitenflächen gelegt, und jede der sechs Flächen, die alsdann der Besonnung ausgesetzt bleiben, wird mit einer besondern Sonnenuhr versehen.

[3] Wie sich Dürer hiebei verhielt, mag Fig. 42, die Konstruktion eines groſsen L darstellend, deutlich machen. Wesentlich erweitert und verfeinert

Fig. 42.



wurden die bezüglichen Vorschriften noch durch J. Neudörffer (Doppelmayr, a. a. O., S. 157).

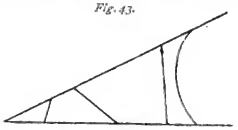
[4] Näheres über solche halbreguläre Körper s. b. Kästner (De corporibus polyedris data lege irregularibus, comment. Gotting., vol. VI, VIII, IX) und bei Pitsch (Über halbreguläre Sternpolyeder, Zeitschr. f. d. Realschulwesen, 6. Jahrgang, S. 72 ff.).

[5] Günther, Die mathematische Sammlung des germanischen Museums, Leopoldina, 1878. S. 110.

[6] Cantor, Vorlesungen etc., S. 195. S. 317.

Ganz zum Schlusse wird die Linearperspektive auf den in Fig. 43 erläuterten Satz begründet, dafs die »scheinbare« Gröfse

Fig. 43.



eines Objekts ausschliefslich vom Gesichtswinkel abhängig ist. Am Würfel wird das Wesen der Schattenkonstruktion dargelegt, und alsdann skizziert Dürer mit sicherer Hand und unterstützt durch einen Apparat, in welchem die Sehstrahlen durch Schnüre vertreten sind, die Grundlinien der »Glastafeltheorie«, welche 350 Jahre lang unangetastet die Herrschaft behauptet und in dieser auch durch Haucks kühne Reformen[1] nur teilweise angegriffen werden soll.

Nachwort.

Wir sind zu Ende. Wie sich unter dem Einflusse der grofsartigen Neuerungen eines Coppernicus, Tartaglia, Cardano u. a. der Unterricht in den exakten Wissenschaften gestaltete, dies zu schildern, liegt aufserhalb des Bereichs unserer Aufgabe. Möge es gelungen sein, die Anfänge des gelehrten Mittel- und Hochschulunterrichts in unserm Fache möglichst treu nach den Quellen zu zeichnen und in nachträglicher Ausführung diese Darstellung noch in der Weise abzurunden, dafs auch auf die gewifs nicht unerhebliche eigene Thätigkeit der von berufsmäfsiger Gelehrsamkeit unberührten Schichten unsers Volkes das richtige Schlaglicht geworfen wird!

[1] Hauck, Die subjective Perspective und die horizontalen Curvaturen des dorischen Stils, Stuttgart 1879.

I. II. III.

ALGORITHMUS IN VULGARI UT REOR BRABANTICO.

Der Inhalt macht den Eindruck eines nachgeschriebenen Kollegienheftes; Rechnungsbeispiele fehlen. Von den 11 Seiten bringt unser Photogramm die erste und die beiden letzten zur Anschauung. Vgl. Vorwort S. (8).

Namen- und Sachregister

Namen- und Sachregister

Vorbemerkung: Verweise sind möglichst vermieden worden. Ortsnamen, sofern sie bei einem bibliographischen Nachweise genannt sind, sind nicht aufgeführt worden. Wo die römischen Ziffern die Seiten der Einleitung bedeuten, steht vor denselben ein Doppelpunkt. Die Ziffern in ( ) bedeuten die Seiten des Vorwortes.

A.

Aachen, Hof Karls des Grofsen 20.
Aahmes 334. 353.
Abaelard 201.
Abakus 59. 62. 67-69. 72. 89. 92-106. 175. 178. — Maschineller 101. — Rechnen mit dem 99 ff. — Sandabakus 101. — Addieren und Subtrahieren 99. — Multiplizieren 100. 101. — Dividieren 102-105. — Bruchrechnung 106. — Beseitigung des Abakus 258.
Abazisten 69. 200. 311.
Abbo von Fleury 51. 89-91.
Aberration, fphärische 153.
Abraham bar Chija Judäus 142. 144. 145. 146.
— **ibn Esra** 142. 144. 145.
Abulafia 142.
Academia 202.
Académie de l' espée 360.
Achsenrichtung der Gebirge 152.
Achteck 117. 340. 341. 350. 351. 368.
Acronius 267.
Adalmann 55.
Addition 158. 176. 312. 316. 321.
Adelbold von Utrecht 50. 56. 62. 118. 119. 120.
Adellin 73.
Adilperga 2.
Admont, 44. 53.
Adrastos 6.
Adrianus Romanus 214.
Ähnliche Körper verhalten sich wie die Kuben homologer Strecken 369.
Aelbert 18.
Aelian 191.
Aeneas Sylvius 228.
Aequatio solis 239.
Äquatorial 170.
Aequatorium peculiare 170.
Aequivalent, mechanisches der Wärme 153.
Ära des Nabonassar 126.
Agricola, Rud. (Huesmann) 277.
— Georg 335.
— Rud. (Hydroburgensis, Rhaetus) 253.
Agrimensoren 115-117.
Ahmed ben Josef 162.
Ahrens 191.
Aichung 328.
d'Ailly, Alliacus 188. 263.
Akademie. Akademie Karls des Grofsen 24.
Akad. Lehrer 197 ff.
Akad. Stundenplan 217.
Akad. Unterricht 192 ff.
Akroamatische Unterrichtsmethodik 192.
Alantsee 227. 307.
Alanus ab Insulis 155. 214.
Alberti 331.
Albertus Blar de Brudzewo (Brudzewski) 230. 231. 232. 235.
— **de Pniewy** 230.
— **de Saxonia** 171. 172. 180.
— **Magnus** 151. 154. 168. 171. 191. 270. 336. — Als Geograph u. Botaniker 152-153. — Als Kosmologe 209. — Seine Botanik als Grundlage der Lehre vom Ackerbau 211. 212. — Seine Schrift: De natura locorum 256.
— **Pighius** 256.
Albinus 24. 34. 56.
Albohazen 189.
Albrecht 308.
— I. 208.
— V. 141.
Albumasar 131. 189.
Alcalá 201.
Alchwarizmî (Mohamed ben Musa) 69. 107. 108. 109. 130.
Alexander de Villa Dei 163. 192.
Al Fergani (Alfraganus) 144. 242.
Alfons 77. 133. 171. 183. 221.
Algebra 44. 157. 158. 173. 220. — Fundamentalkodex derselben 259 bis

260. — Elementa Algebrae 213. — Erste Algebra in deutscher Sprache 260. — Die Algebra bei den Rechenmeistern 324-326. — Die Algebra im deutschen Kloster 129-130. — Anwendung der Algebra auf Geometrie 243.
Algorithmiker 69. 200. 310. — Gegensatz zwischen Abazisten und Algorithmikern 69.
Algorithmus, Algorismus (8). 67. 69-70. 107-110. 129. 176-178. 180. 182. 216. 217. 224. 233. 237. 306-308. — Die 4 Spezies mit dem Algor. Addieren 107. — Subtrahieren 108. — Multiplizieren, blitzartige und netzförmige Multiplikation, Netzmultiplikation 108. — Komplementäre Multiplikation 109. — Dividieren 109.
Alg. de minutiis 199. 220. 233. —
— de minutiis physicis 307. —
— de integris 233. —
— de integris et minutiis 334. —
— linealis 258. 301. 307. —
— demonstratus 246. 259.
— in integris et fractis 258.
— projectilium de integris 258. —
— proportionum 173. 174.
Algus 176.
Alhazen (Ibn Haitham) 163. 164.
Alhidade (Alhiada) 76. 114.
Alignement 76.
Alkabitius 133. 170. 189. 198. 209. 221.
Alkarkhî 110. 147.
Alkindus 131. 190.
Alkuin: II. 1. 3. 14 ff. 43. 53. 77. 87. 91. 106. 115. 118. 306. 326. — Sein Bildungsgang 18. 19. — Sein Verhältnis zu Karl dem Großen 21. 22. — Seine Thätigkeit auf dem Gebiete des Schulwesens 23. 25 ff. — Seine Korrespondenz 62. — Als Vertreter der Zahlenmystik 82.
Allegorisches Bild der mathematischen Wissenschaften 25.
Almagest 148. 274.
Almanach, Entstehung des Wortes 190. — 229. 270.
Almansor 131.
Almosnino 143.
Altdorf 223.
Altmann 305.
Altranstädt (8).
St. Amand sur l'Elnon 51.
Ambros 29. 46. 71. 111. 113. 183.
Ambrosius 111. 185.
Amerigo Vespucci 248. 267. 270.
Amerika, zum ersten Male auf einer Karte genannt, 263.
Amiens 171.
Amortisation 292.
Amsterdam (8).
Analogien 85.
Analytik, unbestimmte 245.
Analytische Geometrie 182.
Anatomie, plastische 359.
Anomalie, wahre und mittlere 239.
Anaxagoras 124.
Andalò di Negro 190.
Andreae 358.
Andree 81.
Angers, Festsetzungen des A. Generalkapitels 40. — Generalstudium 200. — Juridische Akademie 205.
Anguissola 338.
Annibale dalla Nave 223.
Anschauungsunterricht 151.
Anselm 59. 60.
St. Ansgar 52.
Anthologie 34.
Antiaristoteliker 232.
Antiastrologische Tendenzen 172.
Antiphon 161.
Antipoden 17. 55. 121. 122. 152.
Antoninus Pius 6. 34.
Aomar 131.
Apian, Philipp 264. 270.
— Peter 13. 108. 157. 238. Seine Erdkarte 263. — Sein Gehalt in Ingolstadt 268. — 279. 308. 309. 320. 322. 324.
Apizes 96 ff.
— Namen derselben 98.
Apogaeum 239.
Apollonios 163. 275. 311.
Apollonisches Taktionsproblem 346.
Apulejus 10.
Aquinus 325.
Arabische Ziffern 175.
Aratos 7. 49. 270.
Archimagister 54.
Archimedes. Sein »Ochsenproblem« 32. — 106. 118. 148. 149. 163. 171. 329.
Architektur 284. 337.
Archytas 73. 162.
Ardisaeus 267.
Arezzo 133.
Aribo 111.
Arin (Weltkuppel) 122.
Aristoteles: (8) VI. 5. 7. 73. 126. 138. 140. 147. 152. 153. 154. 173. 191. 197. 199. 203. 213. 227. 232. 275. 277. Aristotelische Physik 171. 190.
— Schulphilosophie: IV.
Aristoxenos 112.
Arithmetik: (8) IV. 25. 53. 57. 60. 62. 66. 173. 176-180. 182. 198. 199. 204. 221. 227. 229. 230. Verschiedene Bezeichnungen d. Arithmetik 67-68. 75. Theoretische Arithmetik 81-88. 157. — Praktische Arithmetik 145. 287. — Arithmetische Lehrbücher 237. 257. 272. 280. 283. — Handelsarithmetik 302.
Arithmetica integra 305.
— integralis 271. —
— speculativa 165.
Arithmetices elementa 237. — Introductorium in arithmeticam 237.

Armillarsphäre 170.
Arnest 208.
Arnold von Dorth 212.
Arnoldi 263.
Arrigis 2.
Ars experimentalis 153.
Ars notaria 193.
— rei et census 243.
Artes liberales (siehe freie Künste) 23. 26 ff. 41. 140. 196. 204.
Articuli 89. 99.
Artilleriewesen 326.
Artistische Magister 233. Artist. Vorlesungen 198.
v. Arx 43.
Aryabhatta 142.
Aschbach 171. 172. 194. 195. 197. 198. 199. 208. 209. 233. 234. 235. 236. 241. 242. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 258. 260.
Asseres 85.
Assistenten 223.
Astrognosie 76. 125.
Astrolabium 47. 48. 72. 75. 106. 114. 116. 145. 170. 230. 231. 234. 279. 284.
Astrologie 45. 129. 172. 173. 189. 190. 198. 203. 208. 209. 220. 221. 224. 228. 229. 231. 255. 262. 264. 270. 284.
— trigonometrisch behandelt 248.
— des Ptolemaeus übersetzt 148.
Astrometeorologie 190. 270.
Astronomie: IV. 4. 18. 21. 24. 29. 30. 37. 45. 47. 52. 53. 62. 64. 73. 76. 129. 145. 152. 173. 174. 184. 189. 199. 216. 221. 224-228. 230. 231. 255. 274. 282. 284. Astron. Kodex 77. — Anonyme Geschichte derselben 170. — Astronomische Beobachtungstechnik 78. — Astronomische Koordinaten 77. 78. 121. — Astronomischer Unterricht 121 bis 127. — Die Himmelskarte von Dürer 356. — Astronomie, apotelesmatische 262. — Astronomie (»Astromei«) als Lehrgegenstand (8). — Astronomiae judiciariae principia 189. — Astronomische Instrumente, Kunst sie zu handhaben 281. — Astronomischer Lehrbegriff 242. — Astronomische Schriften Stoefflers. — Astronomische Tafeln 234. 255. — Auferstehung der Astronomie 237. — Astronomische Beobachtungskunst 247. — Herstellung astronomisch-geodätischer Beobachtungs-Instrumente 279.
Asymptote 364.
Aszensionaldifferenzen 247.
Atelhart von Bath 17. 68. 69. 90. 147. 148. 149. 247.
Atelstan 17.
Athen 194.
Attalos 6.
Auctores (= Klassiker) 204.
Auerbach 258.
Aufgabensammlungen 243. 301.
Auf- und Untergang eines Gestirns, kosmischer, heliakischer, akronychischer 185.
Aufklärungszeitalter: V.
Auflösen mathematischer Aufgaben 243.
Aufrisse 337.
Augsburg 58. 135. 137. 256. 289. 299.
Augustinus 14. 15. 65. 73.
Aurea gemma 39. 125. 168.
Aurelian von Reome 71.
„Austheilung" (Orthogonalprojektion) 342.
Autolykos 148.
Automaten 152. 330.
Autun 58.
Auxerre 45.
Aux solis 239.
Aventin, (Johannes Petri de Habensberg) 230.
Averroes 148.
Avicenna 214.
Avignon 200.
Avo 272.

B.

Bacon, Francis 152.
Bacon, Roger 150. 153. 154. 188. 343.
Baculus astronomicus 246. 247.
Bade 57.
Baebler 163.
Bäumlein 139. 196.
Baier, Johannes 141.
Bakkalariatsexamen 216.
Bakkalarien 197. 198. 211. 216. 229. 232.
Balbus 115.
Balderich 55.
Baldi 169. 170.
Balingen 135.
Balthasar, Abt 141.
Bamberg 28. 58. 299.
Bangor, Klosterschule 3.
Bank, Banckir, Rechenbank 311.
Banken, Geldgeschäfte 288.
Barack 27. 78. 79. 84.
Barbaro, D. 357.
Barbirianus 277.
Barlaam 161.
Barozzi 88. 349. 364.
Basedow: VI.
Basel: III. 214. 216. 266.
Batello 319.
Bathometer 282.
Battus 273.
v. Bauernfeind 241.
Baugewerkschule 362.
Bauhütte 335 ff.
Baumeister 336. 338.
Baupläne 337.
Baurisse 114.
Bausprüche 338.
Baustil, byzantinisch—romanischer 335. 336.

van Bebber 190.
Beckmann 191.
Beda: II. 1. 3. 4—9. 32. 38. 50. 62. 66. 75. 88. 91. 121. 124. 188.
Befestigungspläne 361.
Begriffsspielereien 151.
Behaim, Martin 248.
Beham, Sebald 330.
Behende und hübsche Rechenung auff allen Kaufmannschaften 305.
Beldomandi 177.
Benediktbeuern, 44.
Benediktiner 39. 42. 51.
Benedictus de Ungaria 198.
Benedictus Thiriaca 224.
Benedikt von Nursia 39.
Benevent 2.
Benjamin ben Jehuda 143.
Benno von Hildesheim 55.
Benrath 315.
Beobachtungsinstrumente, astronomisch-geodätische, deren Herstellung 279.
Beobachtungskunst, astronomische 247.
Beobachtungstechnik, atronomische 78.
Bernardus 169.
Bergmann 152.
Berengar von Tours 55.
Bergwerkbuch 335.
Berlet 300. 308. 325. 326.
Bernecker, Hans 325.
Bernelin 50. 68. 94. 99. 100. 104. 106.
Bernhardt: III.
Berno 47. 49. 79. 111.
Bernold 49.
Bernward 57. 86.
Berührungspunkt von Kreis und Tangente 364.
Bessarion 242.
Beseleel (Beiname Einhards) 24.
Besserer 137.
Bestrahlung, solare 28.
Bethmann 106.
Bettelorden 41.
Bewegungsgesetze 153.
Beyschlag 136.
Bezo Pliensis 214.
v. Bezold 251.
Bhascara Acharya 129.
Biagio da Parma 181. 182. 209. 224.
Bianchini 225. 228. 235. 243. 245.
v. Bianco 29. 212. 213. 336.
Bibel, arithmetisch interpretiert 19. 22.
Biberach 135.
Bilanzziehung 303.
Billion 316.
Billwiller 189.
Birbaum, Alexis 298.
Bischofsstab 363.
Biscop 3.
Bissextum 187.
Blafs 70.
Blaubeuren 269.
Blume 91.
Bobbio (lombard. Kloster) 50. 115.
v. Böck 51. 58. 67.
Böhm, Barthel und Sebald 360.
Böckeschen vor de leyen unde kinder 304.
Boeschenstein 299. 307. 316.
Boethius 1. 5. 8. 25. 27. 45. 47. 48. 51. 53. 57. 68. 94. 115. 117. 128. 165. 180. 207. 209. 228. 272. 283. 301. 306. 310. Mafsgebend im arithmethischen Unterricht 65-66. — Mafsgebend in der Musik 71-72. 73. — Übersicht über den Inhalt der »Institutiones arithmeticae« des Boethius 82-87. — Erstes Vorkommen der Apizes in den Boethius-Handschriften 96-99. — Übersicht über den Inhalt der »De musica libri quinque« des Boethius 111-113.
Boissier 88.
Bollwerke 361.
Bologna 201. 203. 225. 229. Rotoli 219. 220.
Bombelli 9.
Bonatti 226.
Bonaventura 154.
Boncompagni 12. 14. 67. 68. 69. 90. 98. 148. 156. 169. 180. 190. 225. 279. 305.
Bonifacius, (Winfried) 17. 42.
Borgo, Pietro 301.
Borra, Carolus 226.
Bose 237.
Botanik 152.
Bourgeat 29.
Bourges 205.
Bouvelles, Bovillus 285.
Bradley 6.
Bradwardin 165. 166. 167. 177. 180. 181. 182. 198. 209. 261.
Braunschweig, Vereinbarung zwischen Rat und Geistlichkeit das Schulwesen betr. 132.
Brauweiler 55.
Bravais 153.
Brechtel 325. 326.
Brechungswinkel 164.
Breite 182.
— geographische 122.
Breitenbestimmung mit dem Gnomon 7.
Breithaupt 279.
Bremen, St. Ansgar'sche Schuleinrichtung 57.
Brennspiegel 164.
— parabolische 365.
Brenz 139.
Brescia 55.
Breslau 272.
Bressler 218.
Bretschneider 161.
Breusing 247. 322. 323.
Brewer 154.

Brifmaler, Sporer, Buchdrucker, Hans 328. 329.
Brockhaus 331.
Broscius 232.
Bruch- oder Minutienrechnung 8. 89. 179. 199. 283. 302. 304. 315. 320. 321. Minutientabelle Atelharts 90. — Brüche, sechzigteilige 320. — Grundoperation mit denselben 321. — Heben von Brüchen 321. — Sexagesimalbrüche 283.
Brudzewski s. Albertus.
Brunetto Latini 124.
Brunnenaufgaben 32-33.
Brunner, L. 136.
Bruno 39.
Bryson 161.
Budinszky 207.
Buch der Natur, Konrads von Megenberg 168.
Buch der Naturgegenstände, syrisch 191.
Buchdruck und Buchhandel, begünstigen die Ausbreitung mathem. Wissenschaften 277.
Buchhaltung 302.
— doppelte 303.
Buchstabenrechnung 157. 158. 174.
Büchsenmeisterey 326.
Büdinger 23. 31.
Bühlmann, Jakob 330.
Bugenhagen 140.
Bulaeus 205.
Bunderl 182.
Burgpfaff 293.
Bursian 23. 45. 61. 88. 149. 235.
Buschius, Hermann 212.
Busse 110.

C.

Caesar 187.
Caesarius von Heisterbach 203.
Cahors 201.
Cailly 40.
Calculi (Rechensteine) 95.
Calculus des Victorius 91.
Cambio commune, reale, secco und fittivo 302.
Cambridge 200.
Camerarius: III. 357. 358. 361.
Camerino 263.
Camers 255. 263.
Campano 67. 131. 149. 165. 206. 221. 224. 278. 335.
Canale 288.
Canones de motibus corporum coelestium 224.
Canones Eclipsales 170.
Canones Fabularum 170.
Canon paschalis 91.
Cantor: VI. 2. 11. 15. 19. 25. 31. 32. 33. 34. 44. 45. 49. 50. 51. 60. 61. 69. 70. 72. 73. 79. 82. 85. 86. 89. 91. 92. 93. 94. 97. 98. 106. 107. 108. 109. 115-118. 120. 121. 148. 156. 160. 165. 178. 221. 241. 244. 246. 284. 287. 302. 311. 321. 332. 334. 346. 351. 353. 368. 369.
Capiscolus 54.
Capitaneus 273.
Capito 258.
Capitulare siehe Kapitulare.
Cardanische Formel 223.
Cardano 370.
Carnotus 56.
Carpzov 290.
Cartesius 165.
Cassini 172.
Cassiodorius 1. 8. 15. 25. 27. 39. 65. 73. 113.
Cavalleri 367.
Cecco d'Ascoli 220.
Celio Calcagnini 225.
Celtes, Celtis 212.263. — Schüler Brudzewskis 230. — Sein Entwurf für das »Collegium poetarum et mathematicorum« in Wien 250-252.
Censorinus 27.
Centiloquium 13.
Cerdonis 278.
Certamina lusus 87.
Chabaille 12.e
Chaim ben Delcret 143.
Chalcidius 1s. .
Characteres 316.
Chartres 59. 201.
Chasles 18. 56. 60. 68. 72. 97. 98. 102. 106. 113. 116. 145. 156. 158. 165. 166. 184. 221. 243. 281. 285. 301. 308. 336. 350. 357. 364. 366. 367.
Chemie 284.
Chems-Eddin el Massoul 9.
Chiromantie 208.
Chorschlüsse 340.
Christ 8. 89. 91.
Christine, Königin 179.
Christoph von Stadion 58.
Chrodegang von Metz 19.
Chronicon Malleacense 59.
Chronographie 8.
Chronologie 3. 4. 5. 8. 66. 209.
Chuquet 279.
Chytraeus 135. 275.
Ciolek 164.
Circulus, (»Null) 179.
Ciromantia 277.
Cisiojanus (8). 177.
Cistercienser 40.
Clairaut 337.
Classen 275.
Clavius 184. 321. 350. 362.
Clebsch 368.
Clemens VI., Papst 170. 188. 282.
Cleve (8).
Clodius 214.
v. Clugny, Peter 29.
Cluniacenser 40. — Reform 43. 76.
Coburg 140.

Cochlaeus, s. »Dobeneck«, 137-139.
Codex Amplonianus 149.
— Arcerianus 115.
— Arnamagnaeanus 167.
— Ottobonianus 166.
Cod. lat. Mon. N 11067 77. 261. N 13084, geometrische Formenlehre 128. — N 14401, 26. — N 14583, Sterntafel 77. — N 14684, Algebraische Gleichungen, Lehrbuch der Geometrie 128. 129. — N 14783, Geometria arithmeticalis 129. — N 14908 130.
Coimbra 201.
Collegium fabrorum 339.
— poetarum et mathematicorum 251.
— trilingue 227.
Collimitius, (Tannstätter) 254. 255. 257. 264.
Columban 3. 21.
Columbus 152. 241. 267.
Comenius V 140.
Compendium musicae seu arithmeticae 139.
Computus 38. 46. 66. 67. 70. 77. 88 bis 91. 189. 262.
— chirometricalis 209. 230.
— ecclesiasticus, siehe auch „Osterrechnung“ 13. 49. 62. 126. 127. 186. 187. 209.
— digitalis 11.
— judaicus 209.
— major 188.
— physicus 199.
Super computum naturalem des Johannes de Brunswic Alemannus 189.
v. Conches, Wilh. 5. 124. 126.
Conrad 325. 333.
Constantinus Afer 3.
—, Stiftslehrer 18. 50. 72. 114.
Convexität gröfserer Wasserflächen 185.
Coppernicus 172. 184. 185. 222. 223. Sein Doktordiplom 225-229. 231. 235. 239. 240. 270. 274. 281. 282. 322. 370.
Cornelius Gemma 227.
Corvey 43.
Cofs. Cubik-Cofs 281.
Cofsisten 280. 324. 325. 326.
Courcier 337.
Cramer 60. 192. 227.
Crophius 58.
Cruciger 274. 275.
Cuneoli 85.
Cursor biblicus 209.
Curtze 98. 149. 150. 157. 158. 159. 162. 164. 165. 167. 172. 173. 180. 182. 183. 186. 188. 220. 227. 278. 282. 348.
Cusanus, Johannes 258.
—, Nikolaus, s. „Nikolaus von Cusa“.
Cuspinian 195. 251. 263.
Cybi 85.
Cyrillus 31.
Czerny 53.

D.

Daisenberger 58. 136. 137.
v. Dalberg 268.
Daniel v. Morley 203.
Dante Alighieri 124. 302.
Dantiscus 227.
Darlehnskassen, öffentliche 290.
Darstellende Geometrie 114. 336. 337. 345. 358.
D'Avezac 123. 253.
David, König 24.
—, Bischof 227.
Δεδόμενα, des Euklid 148.
Deferenz- und Beikreise der Planeten 261.
Dekadische Ergänzung 108.
Dekadisches System 175 ff.
Dekadische Zahlenbehandlung 200.
De la Hire 281.
Delambre 268.
De la Roche 279. 280. 300. 320. 322.
De la Rue 337.
Delere, (wegstreichen) 317.
Deliciae, mathemato-physicae 36. 359.
Delisches Problem 162.
Delisle 65.
Demokrit 152.
Demonstrative 361.
De Morgan, A. 68. 183.
Denifle 41. 133. 156. 200. 203. 204. 205. 208. 224. 229.
St. Denis 22.
Denis 182. 236. 237. 250. 253. 255-258. 262. 263. 277-279. 307.
Denk, Dank, Johannes 169-171. 189.
Deran, P. 337.
Desargues 281. 337.
Deutsche Schule 297.
Deutsche Sphära 168.
Deutschorden 41.
Deventer 59.
De Witt 367.
Dezimalbrüche 321.
Dezimalstrich 260.
Dialogus miraculorum 203.
Dichter 251. 252.
Dicuil 38.
Didaktik der exakten Wissenschaften 277. 281.
Didaktische Schriftsteller 242.
Didaktische Technik 192.
Diemer 168.
Differenzen, zweite 282.
Digitalkalkul, s. auch »Fingerrechnen« 9 ff.
Digiti 99.
Diktieren 193.
Dimensionalzahl 362.
Diogenes Laertius 369.
Dionysische Ära 51.
Dionysius 55. 177. 263.

Dionysodorus 277.
Diopterlineal 114. 284.
Disputationes 194-196.
Disputatio de quolibet 194. 195.
Disputationes de veritate 153.
Distanz, Distanzmesser 241. Distanzmessungen 116. 181.
Disziplinen, geheime 203.
— naturwissenschaftliche 190.
Dividieren 18. 28. 29. 176. 274. 313 bis 315. 319. 321.
Division, komplementäre 102. 105.
Dobeneck, Joh. (Cochlaeus) 137-139. 193.
Doktoren 150. 197. 232.
Doktordiplom, ältestes 208.
— des Coppernicus 225.
Domenico Maria von Ferrara, (di Novara) 222. 241.
Dominicus Parisinus. (9).
Dominikaner 41.
Domschulen 54 ff. Zu Augsburg 58. — Bamberg 58. Bremen 57. Chartres 59. Deventer 59. Hamburg 57. Herford 57. Hildesheim 57. 58. Köln 55. Konstanz 58. Laon 59. Lincoln 60. Lisieux 60. Magdeburg 57. Mainz 55. Mont St. Michel 60. Münster 57. Osnabrück 57. Paderborn 57. Passau 58. Regensburg 58. Rheinische Domschulen 55. Rouen 60. Salisbury 60 Speier 55. Trier 59. Verona 60 Worms 55. York 18. 24. 60.
Donaubruderschaft 251.
Donolo 142. 146.
Doppelmayr 138. 223. 241. 242. 249. 296. 299. 325. 328. 330. 356. 357. 359. 360. 369.
Doppelwurzel 244.
Dorbellus, Nicolaus 29.
Dorn, Johannes 249.
Dorotheus 131.
Dorpius 227.
Dotzinger 343.
Dou 299
Doublier 153.
Drechsler 281.
Dreiecke 106. 116. 117. 118. 284. — Flächenberechnung der — 119. 120. 145. — Die Fläche des —, ausgedrückt durch die 3 Seiten 306; rationale — 129. — sphärisches 158. — pythagoreische 116. (s. auch »Vieleck.«)
Dresden (8).
Drobisch 150. 197. 214. 271. 272. 305.
v. Drossendorf, Friedr. 198.
Droysen 167.
Druck mathematischer Schriften 277 bis 279.
— von Figuren 277.
Dryander 269.
Dublin 201.
Düker 57. 83. 86.
Dümmler 18. 27. 46. 47. 72. 74. 106. 113.
Dürer, Albrecht: III. 36. 134. 332. 333. 350. als Mathematiker 354 ff. — Magisches Quadrat 356. — Seine Lehrbücher 361. — 370.
Dürre 140.
Dungal 22.
Duns Scotus 218.
Duplieren 176. 238. 258. 283. 312.
Durand, 51. 155.
Duval 78.

E.

Ebbe und Flut, s. »Gezeiten«.
Eber 275.
Ebene, deren Zusammensetzung aus regelmäfsigen Feldern 284.
Eberhard, Herzog 218.
Ebert 23. 38. 45. 66.
Echter von Mespelbrunn, Julius 214.
Egbert 18. 87.
Egenolph 259. 269. 277.
Eid, als Ersatz des Examens 206. 210.
Einfallswinkel 164. 191.
Einhard 24. 30. 31.
Einmaleins 13. 14. 313.
— der Römer 13.
Einsiedeln 43.
Einteilung des mathematischen Pensums 61 ff.
Einwirk 54.
Eisleben 325.
v. Eitelberger 296.
Ekkehard IV. 46. 47. 113.
Ekkehard, s. V. v. Scheffel 63.
Ekliptikschiefe 241.
Eleasar von Worms 142.
Elbing 295.
Elektrizität 191.
Elementa 316. — Elementa algebrae 213. — Elementa arithmetices 237. — Elemente des Euklid 149. 333.
Elementargeometrie 166.
Elementarunterricht: IV.
Elferprobe 110. 111. 319.
Eliger 170.
Ellipse 364.
Ellwangen, Abtei 26.
Emanationstheorie 154.
Emmanuel ben Jacob 142.
St. Emmeram (bei Regensburg) 44. 52. 53. 128.
Emmerich (8).
Enchiridion Algorismi 301.
— elementorum puerilium 304.
— tütscher Orthographi 304.
— von Huswirt 306.
Endemann 289.
Eneström 166. 167. 247.
Engel 249. 250. 278.
Engelbert von Lüttich 50.
—, Abt 53.

Engelhard 52.
Engelhardt 48. 124.
Entlehnung 317.
Enzyklopädie der Mathematik 145. 248. 249.
Eobanus Hessus 258.
Epakte 127. 187.
Epaphroditus 33. 107. 115. 116.
Ephemeriden 190. 248. 255.
Episkopalschulen 2.
Epiktet 34.
Epistola de astronomica scientia 203.
Epizykeln 186. 238.
Epizykloide 366.
Erasmus 227. 258. 357.
Eratosthenes 73. 115. 121.
Erbteilung 34.
Erde, ein großer Schwamm, »Schwammtheorie« 124. — Sphärizität und Größe derselben 121. 126. — Erdbeben 7. 284. — Erdbewegung 142. 173. — Erdbilder 75. — Erddurchmesser 185. Erdkarte 7. 263. — Erdkunde 7. 17. 29. 263. — Erdkrümmung 185. — Erdoberfläche 122. — Erdrundung 143. 284. — Erdzonen 185.
Erfurt 168. 200. 213. 243. 271. 329.
Erhard 155. 177. 268. 276.
Ermenrich 26. 27. 29. 46.
Ermisch 175.
Erosion 154.
Ersch und Gruber 142. 241.
Erwärmung, Abnahme derselben mit der Vertikalerhebung 152.
Erwin von Steinbach 336.
von Essenwein (9). 343.
Ethelwold 51.
Etymologien des Isidor 113. 122.
Etzlaub 325.
Eudemos 171.
Eudoxos, 5. 85. 238.
Eugen II., Papst 2.
Eugenius Ammiraceus Siculus 148.
Euklid 17. 59. 73. 83. 113. 115. 142. 144. 147-150. 157. 160. 163. 167. 180. 181. 198. 206. 208. 209. 211. 215-218. 220. 221. 224. 229. 230. 232. 248. 256. 261. 264. 267. 269. 272. 278. 279. 281. 326. 327. 330. 331. 333. 349. 352. 358. 362. 368.
Euler 83. 246.
Euphranor 85.
Eutokios 321.
Examina 227.
Exercitium meteororum 230.
Exerzitien 196.
Experientia = Anschauung bei R. Bacon 150.
Exzenter 186. 239.
Exzentrizität. Exzentrizitätshypothese 185. — Exzentrizität von Land- und Wasserkugel 154.
van Eyck 331.

F.

Faber Stapulensis 88. 157. 226.
Fabricius, Joh. 299.
Faccius, Bartholomäus 331.
Fachlehrer, mathematische 226.
—, erster der Arithmetik 220.
Fachprofessur, erste mathematische in Deutschland 233. — mathematische 221. 222. — Kreierung derselben 219.
Facultas artium 208.
Facultas docendi 202. 205.
Faktorentabellen 15.
Falk 295.
Falkenstein 303.
Falsberechnung 129.
Faulhaber 85.
Faullenzer, (Rechenknecht) 89.
Favaro 14. 108. 222. 224. 225.
Fechtschule, »Vähtschul« 276.
Feingehaltsbestimmungen 322.
Feldmesser 333. 334.
Feldmeßkunst 114. 115. 181. 333.
Feldung 354.
Felkel 15.
Fellner 74. 153.
Fernrohr 76. 77. 153.
Ferrara 225. 243.
Ferro, Scipione dal 222. 223.
Festrechnung, s. auch »Computus ecclesiasticus« u. »Osterrechnung» 4. 8. 13. 15. 23. 30. 62. 67. 126. 187.
Festungsbau, Theorie des — 360.
Feuersphäre 125.
Fialen 339. 342. Konstruktion derselben 344. 345.
Fialenbüchlein 342. 343.
Fibonacci, Leonardo 12. 13. 69. 155. 156. 172. 322. 345.
Figura, im scholast. Sinne 182. 183.
Figurae (Ziffern) 316.
Figuren, Ursprung, Einteilung ders. 159.
Figurenzeichnungen 339.
Fingerrechnen, s. »Digitalkalkul« 9 ff. 88. 309. — Tractatus de computatione per digitos 189.
Finsternisse 126. 185. 186. 229. 230. — Mondfinsternis 237.
Finsternistafeln 252.
Firmicus Maternus 49.
Firminus de Bellavalle 188.
Fiore 223.
Firri 35.
Fischblase 338. 368.
Fixsterne 125. — Fixsternbilder 170. Fixsternkatalog 254.
Flaccus 24. 106.
Flächen 362. 363.
Flächeninhaltsberechnungen 117. 119. 120. 145. 284. 335.
Flemming 234.
Fleury (Kloster) 40. 51.
Florenz 187. 290.
St. Florian 44.

Fluck 198.
Flüsse, Lauf der unterirdischen 125.
Flut und Ebbe, s. »Gezeiten».
Fondi 220.
Forchtel 291.
Forma, im scholast. Sinne 182. 183.
Formaleoni 323.
Formenverhältnisse des menschlichen Körpers 358. 359.
— des Pferdekörpers 360.
Fortolf 28. 88.
Fracastor 225.
Fractiones diversae, physicae und — numerorum 179.
Frag- und Antwortgespräch 34. 79. 80.
Franciscus de Platea 289.
Franco von Köln 56.
Franco von Lüttich 121.
Frank 355.
Frankfurt a. M. (8). 133. 275. 287. 294.
Frankfurt a. O. 279.
Franz I., König 206.
Franziskaner 41.
Freher 357.
Freiburg i. B. 141. 266. 275. 341.
Freie Künste, s. a. »Artes liberales« 23. 140. 204.
Freising 44.
Frezier 337.
Friedlein 13. 68. 72. 89. 91-93. 95-97. 99-102. 105. 106.
Friedrich 155.
Friedrich Barbarossa 204.
Friedrich II., Kaiser 143. 156.
Friedrich, Markgraf 298.
Frischlin 75. 196.
Frobenius 21. 32.
Frontinus 33. 89. 115.
Fronto 3.
Frotolf 59.
Froumond von Tegernsee 27. 48.
Fuchsperger 204.
Fünfeck 334. 340. 345. 350. 368.
Fünfkirchen 201.
Fürer, Christoph 298.
Fürstenschulen. 131. — Brandenburgische 137. — Markgräflich-ansbachsche 139.
Füssen 52.
Fugger, Wolfgang 299.
Fulbert 56-59.
Fulda 42. 47. 74.
Fulko 201.
Fundamentalkodex der Algebra 259.
Fundamentum 101.
Funktionen, Wachstumsgeschwindigkeit derselben 183.

G.

Gabet 81.
Galea, Rechnungsschema 318. 319.
Galilei 220. 245.
Galipp 148.
St. Gallen 27. 43. 45. 47. 55. 63. 64. 74. 111. — Plan des Klosters 114.
Gall Morell 63.
Gallucci 359.
Gallus 3.
Gassendi 78. 170. 215. 241.
Gastrollen fremder Mathematiker 206.
— deutscher Mathematiker im Auslande 224.
Gastvorträge 235.
Gatterer 175.
Gauss 127.
Gedächtnisverse als Schema für die lectio 97.
Gehalt der Lehrer 204. 205.
— der ersten mathem. Professoren 253.
— der mathem. Ordinarien 264. 265. 268.
Geiger 192.
Geilfufs 253.
Gelcich 323.
Geldwertrechnung 288.
Geldwirtschaft 291.
Gelenius, Siegmund: III 139.
Gelenkzahl 89.
Gemma Frisius 227.
Generalnenner 304. 321.
Generalstudium, s. auch »Hochschule« und »Universität« 200 ff. 211. 214.
Genf 201. 204.
Geodäsie 240.
Geographie 29. 73-75. 263. 277. — geographische Koordinaten 77. 122. — Lehrbuch der — 267. — Lehrbegriff derselben 115. 347. — Geographische Länge und Breite 122. — Mathematische 138. 145. 152. 250. 251. 284. — Physikalische 256. — Physikalische des Meeres 7. — Ptolemäische Geographie 270.
Geometria Culmensis (9). 334.
Geometria deutsch 347-354. 364. 368.
— Gerberti 116.
— speculativa 165.
Geometricalis radius 114.
Geometrie: IV. 25. 29. 53. 59. 61. 64. 68. 72-75. 93. 94. 145. 150. 158. 168. 174. 180. 205. 209. 221. 234. 280. — analytische 182. — darstellende 114. 336. 337. 345. 358. — praktische 181. 261. — praktische und spekulative 283. — spekulative 167. — unterirdische 335. — einer Zirkelöffnung 354. — der Bauhütte 335. — Koordinatengeometrie 181. 183.
Geometrische Berechnungen 302. — Formenlehre 363. — Fundamentalaufgaben 284. — Geom. Handbüchlein 181. — Geom. Hauptwerk Dürers 361 ff. — Geom. Mittel 85.86. — Geom. Schriften Stoefflers 269. — Geom. Teilungsaufgaben 160. — Geom. Terminologie 354. 363. — Geom. Theorie des Zeichnens 331. — Geo-

metr. Unterricht 113-121. — Geom. Kalligraphie 369.
Geophysik 284.
Georg der Bärtige 271.
—, Markgraf 139.
— der Reiche 251.
— von Trapezunt 242. 357.
Georgius Hermonymus Lacedemonius 226.
— de Hungaria 301.
Gerade 362; begrenzte — 354.
Gerbert, Martin, Abt 68. 92.
Gerbert von Aurillac, Sylvester II. 18. 47. 48. 51. 58. 59. 62. 68. 69. 70. 72. 87. 88. 92. 100. 102. 103. 106. 114. 115. 125. 129. 149. 310. 351. 369. — Sein Entwicklungsgang 50. — Wiedereinführung der Armillarsphäre durch G. 78. — Inhaltsübersicht seiner Geometria 116 ff.
Gerhard von Cremona 44. 58. 148. 186. 203. 209. 216. 236.
Gerhardt, Carl Immanuel 98. 129. 258. 259. 260. 271. 299. 303. 307. 316. 325. 357. 358.
Gerhoh von Reigersberg 58.
Gerland 50. 68. 98. 100. 105.
Gerlandia, Garlandia, Johannes de, Garlandius 67. 187.
Geschichte, anonyme der Astronomie 170.
Gesellschaftsrechnung 34. 291. 306.
Gesellschaftsspiele 32.
Gesichtswinkel 370.
Gesner 138. 357.
Gesselen 177.
Gewicht, spezifisches 282.
Gewölbe, mathematisch betrachtet 336. — Gewölbebau 336-337.
Geyer 136.
Gezeiten 7. 124. — Urteil des Thomas von Aquin über die Ursachen derselben 153. — Urteil des Celtes darüber 251. — 284.
Gherardi 219. 220. 222. 223.
Gherardo di Sabionetta 148.
Giesebrecht 1-3.
Gilbert L. W. 165.
— Ph. 17.
— von Lisieux 50.
Giles 5. 18.
Giordani 223.
Giordano Bruno 282.
Giovanni Dondi 224.
Giraldus Cambrensis 154. 207.
Girandus s. Gerardus.
Girolamo Fracastoro 225.
Glareanus 207. 266. 267.
Glaser 298. 299.
Glastafeltheorie 370.
Gleichheitszeichen 157.
Gleichungen, einfache 35. — unbestimmte, diophantische 33. — unbestimmte vom 2. u. 4. Grad 302. — lineare 29. 326. — quadratische 244. 281. 305. 326; — kubische 223. 245. — mit mehreren Unbekannten 245.
Globen 76. 77. — deren Herstellung 279.
Glockendon 325.
Glossae Salomonis 46. 122.
Gnau 165.
Gnomon, Breitenbestimmung mit ds. 7. 78. — Gnomon geometricus, siehe geometrisches Quadrat.
Gnomonik 118. 189. 357.
Godesscalc 31.
Görlitz 80.
Goethe 251.
Göttliche Proportion 333.
Göttweig, Göttweih 44.
Goldener Schnitt 332 — in der Baukunst 345-346. — in Mathematik, Natur und Kunst 333.
Goldene Zahl 127. 187. 188.
Goniometrische Funktionen 244.
Gordianus 188.
Gotik 335-337. 339. 340.
Gow 9. 92.
Gozpert, Abt 114.
Grabner 298.
Gradmessung des Eratosthenes 106.
Gradstock (baculus astronomicus) 247.
Grammateus (Schreiber) 254. 258-260. 263. 264. 312. 324. — Übersicht über den Inhalt seines Rechenbuchs 307.
Grammatik 204.
Grammatische Schulen 139.
Graser, Johannes 198.
Grasser 327.
Gregor von Tours 19. 81.
— der Grofse 82. 111.
Greiff 135. 289. 299.
Greifswald 214. 215. 272. — Stadtbücher 175.
Grenoble 201.
Gretschel 82. 355. 365.
Grieninger, H. 134.
Griffel 70.
Grimm, Sigm. 308.
Grimoldus 37.
Gröfse und Lageverhältnisse der Erdteile und Weltmeere 7.
Gromatiker 115.
Grofsalmerode 175.
Grofseteste (Robertus Lincolniensis) 150. 188.
Grothe 332.
Gruber, siehe Ersch und Gruber.
—, Johannes 198.
Grüninger 284.
Grünpeck 262.
Grundrechnungsarten 28 ff. 176. 177. 304. 307. 311. 316.
Grundrisse 337.
Grynaeus 184. 267.
Gualterus Lud Deodatensis 284.
— Spirens's 27. 55. 86. 87. 125. 208.

Guazzo 169.
Gädemann 20. 143. 144. 290.
Günther, Siegm.: VI. 7. 8. 13. 17. 36. 146. 154. 232. 234. 247. 348. 356. 369.
Günthner 52. 134. 228. 327. 340.
Güstrow 135.
Guglielmo di Montorso 224.
Guido von Arezzo 71.
Guldenschreiber 298.
Gumpold 2.
Gundrada 24.
Gunzo von Novara 28. 51.
Gutenaecker (9).
Gutenberg 195.
Gymnasium 202. 273. 276.

H.

Hadrian 34.
Haeser 191.
Hafenzeit, Berechnung der Londoner 175.
Hafflingham 51.
Hagel 123. 284.
Hagen 35. 50.
Hain 347.
Halbieren 238. — einer Strecke 363.
Halliwell 17. 163. 175-179. 181. 188. 302.
Haly Habenragel 131.
Hamburg 57. 140.
Hammerl 153.
Handbüchlein, geometrisches 181.
Handelsarithmetik 302.
v. Haneberg 195.
Hankel 62. 97. 206.
v. Haradauer 338.
Harleſs 359.
Harmonische Reihe 319.
Harmonisches Mittel 86.
Harster 55. 86.
Hartfelder 212.
Hartlieb 277.
Hartmann 328.
Hartmuot 45. 75. 114. 241.
Hase 277.
Haſs 328.
Hassan ben Haitham 243.
Hattemer 45.
Hauck 332. 370.
— Erlendssön 167.
v. Haupt 293.
Hauptwissenschaften, die sechs 27.
Hauskaplan 293.
Hautz 210.
Heer 269.
Heerwagen 135. 331.
Hegel 294.
Heiberg 149. 150.
Heidelberg 195. 210 ff. 271.
Heideloff 338. 339. 340. 342. 348.
Heilbronner 294.
Heilermann 152.
Heilsbronn 58. 256. — Fürstenschule das. 139.
Heimo 59.
Heincze 294.
Heinfogel 168. 185. 356.
Heinrich der Löwe 39.
— von Brüssel 51.
— von Hürben 132.
— vom Michaelsberg 59.
— I. 69.
— II. 58.
— III. 46.
— IV. 38. 292.
—, Infant. 323.
Heiric 32.
Heis 31.
Helceph 147.
Heller A.: VI. 152. 153. 164. 382.
— J. 277.
Helmreich 303.
Helmsauer 295.
Helmsdörfer 48. 49.
Helperich 46. 67.
Hemisphärischer Berg 234.
Henlein, Peter 330.
Henry 147. 178.
Henry d'Andelys 29.
Heppe 132.
Herbart: VI.
Herberger 278.
Herford 57.
Heriger 60.
Hermannus Contractus 47. 58. 62. 67. 68. 71. 99. 106. 111. 121. 148. 203. — Seine astronomischen Schriften 75-76.
Herodot 96. 191.
Heron Alexandrinus 33. 115. 116. 128. 306. 351. 369.
Herrad von Landsperg. Ihr Computus nebst Tabelle 15-16. — 48. 77. 123-125.
Hersagen im Chor 82.
Hersfeld 42.
v. Hertling 152.
Herzogenbusch 59.
Heufs 330.
Hexameron 58.
Heyd 270. 271.
Heym 140.
Hildulf 67.
Hieronymianer 44. 49.
St. Hieronymus 73.
Hildegard 191.
Hildesheim 57. 58.
Hilfslinien 342.
Himmel, gestirnter 125. — Himmelskarte 356. — Himmelskörper, deren Beschaffenheit 126.
Hipler 225. 271.
Hipparch 6. 49. 239.
Hippokrates von Chios, Ypokrates 131. 171.
Hirschau 44.

Hirschfelder, Bernhard 297. 298.
Hirschvogel 358.
Hochschule (s. a. Universität) 200 ff. — Aufserdeutsche 203-207; 219-227. — Deutsche 207-219 und 228 ff. — „Wilde“ 203. — Hochschulunterricht: IV. 192 ff. — Zu Angers 205. — Bologna 203. 219. — Basel 214. 216. — Bourges 205. — Erfurt 213. — Ferrara 225. — Freiburg 236. — Genf 204. — Greifswald 214. 215. — Heidelberg 210. — Ingolstadt 214. 216-18. — Krakau 229 bis 232. — Leipzig 214. 215. — Löwen 227. — Lyon 205. — Mainz 214. — Orleans 205. — Oxford 207. —. Padua 204. 224. — Paris 205-207. 226. — Perugia 204. — Piacenza 224. — Pavia 225. — Prag 208. 228. — Jüdische Hochschule in Rom 143. — Rostock 214. 215. — Siena 204. — Toledo 203. — Toulouse 205. — Trier 214. — Tübingen 214. 218. — Verona 204. — Wien 171. 205. 208-210. 232 ff. — Würzburg 213.
Höhenmefsinstrument 72.
Höhenmessungen 116. 181. 244. 261. 262. 369.
Hölscher 57.
Hörmann A. C. 136.
Hörsaal 201.
Hösch, Hans 348.
Hoffat, Heinrich 299.
Hoffmann, R. 287.
— Ulrich 299.
Hoffstadt 340. 341. 343. 344. 346.
Hofleis 253.
Hofschule, s. Palastschule.
v. Hohenems, Rudolph 293.
Hohlspiegel 191.
Holbein 296.
Holder 1.
Holzmann 327.
Holzschnitte 277.
Homer 31.
Homocentrica, Fracastors 225.
Homozentrische Sphären 238.
Honorarlisten 210. 211. 215.
Honorius 29. 47. 58. 125.
Horarium 235.
Horaz 13.
Horizont 185.
Horoskopium 78. 116.
Horror vacui 284.
Hraban, Hrabanus Maurus 8. 42. 45. 47. — Sein liber de computo 66. — 67. 74. 79. 88. 89.
Hrotsvitha 27. 48. 77. 79. 83. 86.
Huber 207.
Huc 81.
Hucbald 51. 71. 111. 113.
Hueber, Kristofferus 294.
Hüllmann 288. 290.
Hugo v. St. Victor 123. 155.
Hultmann 167.
v. Humboldt, A. 52. 122. 191.
Hus, Johannes 208.
Huswirt 306. 317.
Huygens 175.
Humanismus 212. 213.
Hydraulische Experimente 172.
Hydrographie 125.
Hydrosphäre 125.
Hyginus, Jginus 49. 65. 115. 118. — Sein Poeticon Astronomicon 279.
Hygrometer 282.
Hylacomilus 263.
Hyperbel 334.
Hypotenuse 282.
Hypsikles 148.

I. J.

Jacob, Jakob 73.
—, Simon 308.
— ben Abbamani 143.
— ben Machir, Prophatius 190.
— von Minorca 323.
— von Schoonhoven (8).
— von Speier 243. 246.
Jacobsstab, Baculus 247. 284.
Jacques Pierre Roodh 206.
Jäger, J. 15.
—, E. L. 302.
v. Jäthenstein, Kalina 228.
Jaffé 21. 22.
Jahr, tropisches 126.
Jammy 152.
Jamnitzer 358.
Janitschek 331.
Japhar 190.
Jastrow 288.
Jauer 260.
Ibn Albanna 108.
Ibn Esra, s. Abraham.
Ibn Haitham, Alhazen 163. 164.
Ickelsamer 304.
Jean IV. 227.
Jehuda ben Samuel ben Abbas 144.
Jena 272.
Jesaja da Trani 144.
Jessen 191. 211.
Jeton 311.
Iginus, s. Hyginus.
Immanuel 143.
Ingolstadt 13. 213. 214. 217. 230. 250. 252. 254. 264. 268. — Lehrplan von 1478, 196.
Inhaltsberechnung 29, s. auch Flächeninhaltsberechnungen.
Inkommensurabilität 165. 166.
Insolationsstärke 152.
Institutiones 49.
— arithmeticae 83. 87. 237.
— philosophicae et astronomicae 75.
Instrumentaltechnik 279.
Instrumente, mathematische 252.
Instrumentum Albion 235.
— Euclidis 248.

Interusurium 290.
Introductio in scienciam perspectivam 286.
Introductorium in arithmeticam 237.
Johannes, Kalendariograph 188.
— de Brunswic Alemannus 189.
— de Ganduno 186.
— de Praga 228.
— de Thermis 188.
— Eligerus de Gondersleben 170.
—, Erzbischof 236.
— Hispalensis 147. 148.
—, Magister 133. 203.
— Saresberiensis 61.
— von Sevilla 69.
— von Glogau 231.
— von Pforzheim 249. 250.
— Siculus 170.
Johann von Gmunden 182. 195. — Sein Entwicklungsgang; (Er war der erste mathematische Fachprofessor an einer deutschen Hochschule [Wien] 1420). 232-235. — 242. 250. 277. 307.
— von Halifax 162.
— von Norfolk 163.
— von Norwich 203.
— von Oesterreich 206.
— XXII., Papst 204.
Johanniter-Orden 41.
Jonische Schnecke 363.
Joppel, Michael 296. 297.
—, Johann 297. 298.
Jordanus Nemorarius 88. 93. 166. 169. 170. 172. 220. — seine Schriften 156-162.
Joseph Caspi 144.
Jourdain 147.
Journal, Zornal 259. 303.
Irnerius 204.
Irrationales, Lehre vom 281. — Irrationalgröfsen 174. — Irrationalitäten 145. 146. — Irrationalzahlen, quadratische 280.
Isaak Argyrus 161. 188.
Isidoneus 276.
Isidor von Sevilla, (Hispalensis) 1. 5. 6-8. 25. 31. 49. 65. 73. 90. 113. 122.
Iso 46.
Isoperimetrische Sätze 161. 165.
Juan Ortega 280.
— Perez de Moya 9.
Juden, als Rechenkünstler 293. — deren Schulen und Bildungsmittel 141-146. — Jüdische Hochschule in Rom 143. — Jüdischer Kalender 186-188.
Julianische Periode 127.
Julius Orator 73.
Junghanns 329.
v. Jungingen, Konrad 334.
Junker, von Prag 330.
Justingen 268.
Juvenal 10. 214.
Juxtaposition 158.

K.

Kaemmel 1. 41. 42. 80. 277.
Kästner 78. 85. 88. 115. 117. 118. 161. 175. 184. 206. 249. 262. 271. 272. 274. 276. 279. 281. 299. 301. 302. 306. 307. 312. 316. 327. 328. 333. 335. 336. 344. 349. 357. 359. 365. 368. 369.
Kalb 272.
Kalender, jüdischer 186-188. — Kalenderrechnung 15. 64. 126. 145. — Kalenderreform 188. 255.
Kalendarium 15. — des Godesscale 31. — des Johannisklosters in Rostock 177. — secundum Gerlandium um 1200. 187. — »Taccuino« 187. — der Thorner Gymnasialbibliothek v. 1328. 188. — Regiomontans 230. — Johannis 234. 235. 248. 249. — Poetisches Kalendarium 16.
Kaliberstab 328.
Kalippos, Kalippus 5. 6.
Kallius 308. 309.
Kalonymos 20.
Kaltenbrunner 187. 188. 256.
Kampschulte 213.
Kanoniker 54.
Kapfer, Jobs 294. 296.
Kapitulare, Aachener 23.
Kardioide 367.
Karl der Grofse. Seine wissensch. Beziehungen mit Alkuin 19 ff. — 31. 37. 42. 54. 59. 62. 106. 111. 132. 251.
Karl der Kahle 38.
— der Kühne 227.
— IV., Kaiser 170. 204.
— V., König 226.
Karlinski 231.
Kartenzeichner 75.
Karthäuser-Orden 41.
Katechese 194.
Kasimir, Markgraf 298.
Katharein 175.
Katharina, die Heilige 195.
Kathedra 80. — Erste mathematische 139.
Kathete 282. 335.
Kathedralschulen s. a. Domschulen 19. 54 ff. — Zu Lüttich u. Mecheln 227.
Kaufmann 144.
Kaufmännische Rechnungsaufgaben 238.
Keck 51.
Kegel 281. 364. — Oberfläche des abgestumpften — 129.
Kegelschnitte 364.
Kehr 309.
Kehrbach, Karl (7).
Keiblinger 53.
Kelle 36. 37.
Keller 114.
Kepler 37. 75. 183. 185. 190. 251. — Mefskunst 329.

Kerbenrechnung 287.
Kerber 141.
Kettenbrüche 146.
Kettenreihen 321.
v. Khautz 233. 234. 236. 237. 240.
Kiesewetter 56.
Kink, Rudolph 194. 208. 232. 256. 257. 260. 263.
Kinkelin (8).
Kirchenbau 336. — Gotischer — 342.
Kirchenornamentik 341. 342.
Kirchenrechnung s. Computis ecclesiasticus.
Kirchenschulen 54 ff.
Kirchenuhren 330.
Kircher 289.
Kirchhoff 152. 277.
Klamroth 149.
Klemm 332.
Klima 7. 126. 185.
Klix 274.
Kloster, Klosterschule 39. 42 ff. — zu Admont 53. — St. Amand sur l'Elnon 51. — Bangor 3. — Bobbio 50. 115. — Corbie 43. — Corvey 43. — St. Emmeram(n) 44. 52. 53. 128. 130. — Fleury 40. 51. — Füssen 52. — Fulda 42. 47. — St. Gallen 43. 45 bis 47. 55. 64. — Hafflingham 51. — Hersfeld 42. — Herzogenbusch 59. — Hirschau 44. — Melk 53. — Prüm 47. 49. — Reichenau 43. 47. 64. — Reichenbach 52. — Strenaeshalch 3. — Tegernsee 44. 48. 52. — Tours 43. — Werden 43. — Fränkisch-belgische Klosterschulen 44. — Bayrisch-österreichische 44. — Württembergische 139. — Kosmographischer Unterricht in den Klosterschulen 8. — Klostergelehrsamkeit im späteren Mittelalter 127-130. — Klosterlehrer 44 ff. — Bauthätigkeit der Klöster 339.
Klüpfel 218.
Knilling 324.
Knoll 141.
Koberger 277.
Köbel 262. 300. 307. 316. 333.
Kögel 299. 307.
Köln 211 ff. 55. 200. 213. 342.
Königsberg 140. 272. 295.
Königsgrätz 228.
Königsschlaher 168.
Körper, halbreguläre 369.
Körperdurchsetzung 336.
Koinzidenz der Gegensätze 281.
Kolberger 297. 298.
Koldewey 295.
Kollegien 199. — mathematische 230. — Besuch 210. — Dauer derselben 215. 216. — Gelder 209-211. 215. 216. — Hefte 193.
Kollegium, bürgerliches 257. — Kleines 229. — Größeres 231.
Kollmann 359.
Kolrofs 304.
Kolumnenrechnen 70. 92 ff. 310.
Koluren 185.
Kombinationen 145.
Kometen 7. 37. 168. 170. — Wesen derselben 126. — Kometenaberglaube 152. 172. 173. — Regiomontans Schrift über die Kometen 247. 284.
Kommentar zu den Tafeln des Königs Alfons 171.
— zur Meteorologie der Aristoteles 173.
Kompafs 191. 192.
Kompendium, Sammelwerk, erstes mathematisches 66. — mathematisch, astronomisch, medizinisches 130. 131.
Komplementäre Division 102. 105.
Komputus s. Computus.
Konchoide 149.
Konklusionen 180.
Konrad von Dangkrotzheim (8).
Konrad, Magister 188.
Konrad von Megenberg 167-169. 191. 207.
— IV. 52.
Konrad von Nürnberg 53.
Konsonanz 112.
Konstanz 58.
Konstruktionen. Aus dem Liber Jordani de Alamania de triangulis 159-162. 243. — In den Bauhütten 340. — Aus der „Geometria deutsch" 348-354. — Konstruktionsmethoden der Architekten 337. — Konstruktion des rechten Winkels 348. 367. — Näherungskonstruktionen 368.
— einer Kurve durch Punkte 364.
— der mittleren Proportionallinie 368.
— der vierten Proportionallinie 367.
— $\pi = 3^1/_7$. 351. 352.
— einer Kreisbogen-Ovoide 364.
— eines „stechhelm" 353.
— eines „schilt" 353. 354. — Halbieren einer Strecke 363. — Zu einem Kreisbogen den Mittelpunkt zu finden 352. 364. — Ein Quadrat in ein gleichfläch., gleichseitiges Dreieck zu verwandeln 352.
— demonstrative und mechanice 361-362.
Kontinent, westlich von Europa 124.
Koordinaten, astronomische 77. 78. 121.
—, geographische 77. 122. — sphärische 182.
Koordinatengeometrie 181-183.
Koordinatensystem, räumliches 284.
Kopfrechnen 309.
Kosegarten 216.
Kosmographie: V. 4. 64. 73. 154. 227.
Kosmographischer Unterricht in den Klosterschulen 8.
Kosmographisch - astronomischer Unterricht 121-127.
Kosmographisch - naturwissenschaftliche Schriftstellerei 191.

Kosmologie 4. 5. 190. 191. 209. 282.
Kosmophysik 173.
Krabbe 43. 81. 272.
Kräuterbeschreibungen 153.
Krafft, K. u. W. 152. 213. 258. 267. 274. 336.
Krakau 201. 229. 230. 254. 258.
Krause, H. E. K. 177.
Kreis 161. 167. 284. 334. 363. — Kreise an der Himmelskugel 126. 185. — Kreisbogen 354. — Kreisflächen, Verhältnis zweier 120. — Kreisinhalt 129. — Kreiskonchoide 281. — Kreislinie 362. — Kreismessung 171. — Kreisquadratur, s. Quadratur des Kreises. — Kreis um ein Dreick zu beschreiben 129.
Kremsmünster 44.
Krefs, Fritz, Kraft, Kunz u. Hilpolt 291.
v. Krefs, G. (9). 291. 294.
Kreuzmittel 342.
Kriegk 133. 287.
Kriegsbaukunst 360.
Król, Martin 229. 231.
Krümmungsmittelpunkt 364.
Kubatur der Kugel 118. 120. 129. 285. 333.
Kubikinhalte, Verhältnis der K. ähnlicher Körper 120.
Kuckuck 308. 309.
Kückelhahn 59.
Künsberg (9).
Küster 291. 292.
Kugel 363.
Kugelform von Himmel und Erde 185.
Kugelgestalt der Erde 7. 17. 121. 152.
Kugelnetz 369.
Kugler 289.
Kundmann 272.
Kunst und Gewerbe 326 ff. — Mechanische Kunstleistungen 171. — Künstler 329.
Kupferberger 250.
Kuppener 289.
Kurrer 270.
Kurtz (Curtius), Sebast. 299.
Kurven, asymptotische 364.
— doppelt gekrümmte 337.
— höhere 281. 365.
— organische Beschreibung derselben 367.
— Theorie der höheren algebraischen 362. — Kurvenraum 363. — Kurvenwurf 245. — Rollkurven 367. — Kurvenzirkel Dürers 367.

L.

L'Acerba, von Cecco d'Ascoli 220.
Lachmann 91.
Ladislaus 272.
Länge 182; geographische 122.
Lambert 15.
Lamé 346.
Landexamen 139.
Landkarten: V.
Landkartenprojektion 252.
Landschneider 334.
Landshut 294.
Lanfranc 40. 201.
Lang, David 136.
v. Lang 195.
Lange 275.
Langenstein, Heinrich von, Henricus de Hafsia 171. 172. 186. 189. 198. 207. 209.
Lantpert 111.
Laon 59.
Lapidarius 191.
Lappenberg 35.
Latitudo 182.
Latitudines formarum 181. 182. 198. 199. 209. 211. 216. 252. 278. — Tractatus de latitudinibus formarum des Albertus de Saxonia 171. — des Oresme 174.
v. Lauchen Georg Joachim (Rheticus) 270. 271. 275. 276. 282. 322.
Laurentius de Voltolina 193.
Lechler 166.
Lectio 193.
— sphaerica 139.
Lectiones ordinariae 197.
Lector 289.
Leeskonst 304.
Lehrbegriff der Geometrie 115. — — Erster gedruckter der Geometrie in deutscher Sprache 347.
Lehrbuch der Geographie 267. — Erstes des Rechnens in deutscher Sprache 303. — Introductorium in arithmeticam 237.
Lehrbücher, mathematische 64-70. — der reinen Mathematik 182. 255.
Lehrer. Privatlehrer 293. — Wanderlehrer 133. 136.
Lehrmethode: V, 78-81.
— der Rechenmeister u. Modisten 324.
Lehrmittel, mathematische 70-78.
Lehrstuhl für Mathematik und Astronomie 229.
Lehrstühle, ordentliche 253-254.
—, mathematische 264ff.
— in Wien 253-264. — Ingolstadt 264 bis 266. — Basel 266. — Tübingen 266-270. — Heidelberg, Erfurt, Leipzig 271. — Wittenberg, Greifswald, Frankfurt a. O., Königsberg, Marburg, Jena, Breslau, Rostock 272. — Wittenberg 273-276.
Lehrthätigkeit, private u. litterarische 236.
Leibnitz 290.
Leipzig 197. 214. 258. 271. 325. — Honorartabelle 215.
Leitschuh (9). 329.
Lektionsliste, Wiener 199.
Lektionsverzeichnisse, Rotuli 219. 221. 222.

Le Mans 341.
Lenker 358.
Le Noble 48.
Leo IV., Papst 2.
Leonardo Pisano. 93. 107. 321.
Leopold von Oesterreich 77.
Leovitius 248.
Lerida 201.
Letronne 38. 92.
Leubmann 249.
Leumbach 237.
Leupold 12. 77. 130.
v. Leutsch 150.
Libellus de variis compascis 254.
Libellus de variis horologiis sphaericis 254.
Liber Algorismi de minutiis et integris 220.
— carasionis 150.
— cubacionis sphere 285.
— de circuli quadratura 284.
— de computo Cyrilli Alexandrini 11.
— Jordani de Alamania de triangulis 159.
— mathematicalis 86.
— Meteororum 263.
Libri, Guillaume 302. 332.
Libri physici 199.
Libro di mercatantie et usanze di paesi 302.
Licht, Balthasar 272. 300. 301. 307.
Licht 192. — dessen geradlinige Fortpflanzung 191. — Lichttheorie 124. — Wesen des Lichts, Licht u. Wärme 154.
Lichtenberger, Joh. 190.
Liechtenstein, Peter 269.
Liegnitz 132.
Liessem 212.
de Lignerüs, Lineriis, Johannes 131. 169. 170. 171. 188. 221.
Liharzik 360.
Lille 28.
Linacer 255.
Lincoln 60.
Linea medii motus und veri motus 239.
Lineal 72.
Linearperspektive 370.
Linie. Wellenlinie 128. — Muschellinie 365. — Linien zweiter Ordnung 281.
Linsenmann 289.
Lionardo da Vinci 332. 350. 355.
Lipowsky 340.
Lipschitz 72. 112.
Lisieux 60.
de Liveriis, Johannes 170.
Lobach 44. 60.
Lochner 135. 296. 298. 329. 330. 358.
Locus bissextus 187.
v. Loeffelholz (9).
Löwen (8). 227. 256.
Logik 171. 198.
Logistik 82.
London, Berechnung der L. Hafenzeit 175.
Longitudo 182. — Longitudines mediae 239.
Loosbücher 88.
Loose 326.
Loquela digitalis 11.
Loriti, Heinrich, s. Glareanus.
Lorsch 244.
Lothar 2. 45.
Lotther 301.
Luca Gaurico 149.
Lucanus 6.
Luca Pacioli s. Pacioli.
Lucca 20.
Ludger 43. 57. 81.
Ludwig der Bayer 186.
Ludwig der Fromme 37. 38. 54.
Ludwig d. III. v. Thüringen 175.
Ludwig IX. 154.
Lübeck 132.
Lüttich 44. 46. 56. 201. 227.
Lufterscheinungen 7.
Luftperspektive 332.
Lull von Mainz 73.
Lullo 151.
Luther; III, 139. 258. 273. 274. 275.
Lyon 205.

M.

Mabillon 39. 40.
Mach 111.
Machmet 130.
Macrobius 6. 10. 27. 120. 128. 185. 212. 228.
Mader, Hans 137.
Mädler 77. 225. 226. 356.
Mästlin 75. 270.
Magdeburg 57.
Maghreb 108.
Magini 222.
Magister 197. 198. 210. 216. 229. — Magisterexamen 216. — Magister scholarum 54. — artistische 233.
Magnet 282.
Magnetismus 191.
Mahler 145. 146.
Maimonides 142. 145.
Mainz 20. 55. 214. 258.
Maittaire 278.
Malagola 221. 223.
Malerei 331. ff.
v. Malmesbury, Wilh. 50. 98.
Mamotrectus 177.
Manegald von Marbach 55.
Manilius 124. 125. 249.
Manitius 73.
Mannert 97.
Mansfeld 140.
Mansson, Peder 167. 247.
Manuel Moschopulos 9. 161. 356.
Marbod 191.
Marburg 272. 341.

Marchand 150.
Marcharius 66.
Marchtaler 137.
Marcianus Capella 6. 27. 45. 49. 51. 65. 73. 74. 90. 113.
Margaritha Philosophica 79. 117. 123. 248. 283. 310.
Margarethe, Königin 154.
Marianus 55. 67.
Marinelli: VI.
Markscheiden 335.
Marre 9. 179.
Martène, s. Durand 51. 155.
Martens 289.
Martin von Wallsee 198.
Martin, Henry 6. 92. 97.
Martini 237. 357.
Martyrologien 15.
Marty 63. 64. 66. 82. 89.
Mafsbretter 342.
Mafsstab 72.
Mafswerk, maçon, mason 342.
Mathematik 208. 212. 218. 224. 226. 227. 251. 271.
— Höhere und niedere 222. 276.
— Als akademisches Nominalfach 219. ff. — Mathem. Betrachtungen in der Theologie 166. — Mathem. Ordinarien 265 ff. — Mathem. Studien 274. — Mathem. Wissen des Mittelalters: IV. — Mathem. Unterricht, Aufschwung desselben v. 1500 an, 137. — Mathem. Unterricht, privater 286 ff. — Skandinavische Mathematiker 166-167.
Mathias de Myechow 231.
Mathurin Jousse 337.
Maurer 181.
Maurolico 282.
Maximilian I., Kaiser 249. 250. 251. 256. 268. 278.
— gründet 2 ordentliche und ständige Lehrstühle der Mathematik und Astronomie 253-254.
Maximum 146. 244.
Maximus Planudes 316.
Mayr 243.
Mechanice, vom Lösen einer Aufgabe 362.
Mechanik: V. 157. 174. 330. — Mechanisches Äquivalent der Wärme 153. — Mechanische Kunstleistungen 171. — Mechanische Künstler 329. — Mechanische Physik 153.
Mecheln 227.
Mediation 176. 283. 313. — beseitigt 258.
Medizin 132.
Meer, dessen physikal. Geographie 7.
Meeresströmungen 124.
Megenberg 185.
Mehmke 346.
Meinwerk 56.
Meinzo 58. 62. 106. 107.
Meir Isaak 142.
Meir Spira 142.
Meier, Gabr. P. (9).
Melanchthon: III. 139. 140. 184. 187. 222. 248.
— als Schüler Stoefflers in Tübingen 270-271.
— als Professor in Wittenberg 273-276. 304. 357.
Melk 53.
Memmingen 135.
Memorial 203.
Memorialverse 177.
Memorieren 80.
Mendthal (9). 334.
Menelaos 148. 246.
Meniskusbildung 154.
Menher Alleman 300.
Mensa Pythagorica 14.
Mensores 334.
— literati und laici 334.
Meridian 185.
Merzdorf 305.
Mesotäten 87.
Messahalah 221. 230.
Mefskunst Keplers 329.
Mefsrute 72.
Mefsstange 114.
Metaphysik 150. 151.
— der Geometrie 281.
Meteore 124. 170.
Meteorologie 7. 140. 154. 189. 190. 262.
Methodologie 250. 277.
Meton 15. 21. 127. 187.
Metten 44.
Metz 23. 111.
Metzger 340.
Meunier 172. 173.
Meyer, E. 153.
Meyer, Hirsch 33.
Meyer, Wilh. 55.
Michaelsberg 59 f.
Michael von Breslau 231.
Michael Scotus 203.
Michel, Angelo 332.
Michow 231.
Micyllus (8). 271. 275.
Migne 5. 6. 7. 40. 45. 56. 66.
Milchstrafse 152. 284.
Milichius, Jakob 275. 276.
Million 260. 316.
Minucius, Felix 3.
Minutien, deren Symbole 90.
Minutienrechnung 24. 29. 68. 90. 106. 122. 170. 179.
Mithoblus 262.
Mittagslinie 118.
Mitteldrehbaum, Kathetus 335.
Mittelhochdeutsch. Erste mathematische Schrift in mittelhochdeutscher Sprache 167.
Mocenigo 278.
Modisten 294. 295.
Modoin 24.
Mönchsorden, deren wissenschaftl. Bedeutung 39 ff.

Möndchen 171.
Möhsen 297.
Moengal 3. 46.
Mohammed ben Musa (Alchwarizmi, Alkharezmi) 69. 107. 108. 109. 130.
Moll 218. 266. 268. 270.
Mollis 266.
Mollien 332.
Mollweide 118.
Mommsen 89.
Monat, synodischer 126.
Mond 153. 192. 239.
— dessen Gestalt 125.
— dessen Anziehung 124.
— dessen Oberfläche 126.
— Finsternis 237.
— Flecke 126. 168.
— Mondscheindauer 175.
— Monduhr 252.
— Mondzirkel Metons 127.
Mone 136.
Monge 336.
Monochord: IV. 48. 71. 72. 112. 122.
Montalembert 361.
Monte Casino 3.
Montfaucon 159.
Montpellier 201.
Montserrat, Kloster 40.
Montucla 172.
Monumentalzeichnungen 368.
Morfius 267.
Moschopulos siehe Manuel.
Mose ben Chisdai 142.
Mosellanus 212.
Motz, Anton (»Stadtarzt und Schulmeister«) (7).
Müller, K. E. H. 48.
Müller, Iwan 70.
Müller, Joh. 140. 141. 144. 156. 233. 294. 295. 296. 301. 303. 304. 317.
Müllner 288.
München, Schulordnung v. 1564, 141.
Münster 57. 211.
— 145. 267. 269. 270.
Multiplikation 176. 313. 314. 317. 321.
— richtig definiert 258.
Munck, P. A. 167.
Muntz 249. 268.
Muratori 11. 55.
De Muris (Myris), Johannes 169. 182. 183. 184. 188. 209. 217. 271. 272.
v. Murr, Theophil. 243. 325.
Muschellinien 365.
Musice Muris 271. 272.
Musik (8). IV. 23. 25. 46-48. 51-53. 60. 61. 64. 70 f.
— musikalische Instrumente 71-75. 129. 174. 183. 204. 209. 217. 224. 229. 230.
— theoretische 29. 110-113. 251.
— theoretische und praktische 283.
Mutatio, Semesterlehrplan 197.
Muther 273 289.
Myconius 137. 271.

N.

n-Blatt 346.
n-Ort 354.
n-Pafs 346.
Nabburg 136.
Nabonnassar 126.
Näherungskonstruktionen 368.
Napier 108.
Narducci 45. 68. 98. 124.
Nativitätsstellen 189.
Natura rerum 168.
Neckam 191.
Negative Zahlen 259.
Nehring 124.
Nero 6.
Nesen (8).
Nesselmann 82. 250.
Netze der 5 platonischen Körper 369.
Netzmultiplikation 108.
Neudecker, K. E. 163. 192.
Neudörfer 296. 298. 299. 325. 329. 330. 358. 369.
Neumann, L. VI.
Neumen 110.
Neunerprobe 110. 111. 307. 319.
Neufs 292.
Niccolo Simo 232.
Nieder, Joh. 289.
Niederaltaich 44.
Nigromantia 203.
Nikolaus von Cusa 59. 188. 235. 246. 281.
— als Physiker 282-285.
Nikolaus de Donis 52.
Nikolaus Smyrnaeus 9
Nikolaus von Dinkelsbühl 198.
Nikolaus von Strafsburg 343.
Nikomachos 14. 83.
Nikomedes 365.
Nitzsch 38.
Nördlingen 136. 141.
Nominalprofessuren 271. 275.
Nipsus 33. 115. 117.
Nonius 273.
Norbert 43.
Norfolk, Joh. von. — 178.
Nordhoff 57.
Notae 316.
Notenschrift 111. 112.
Notker, Bischof 46.
Notker Balbulus, der Stammler 45. 46. 74. 111.
Notker Labeo 45. 67. 71. 167.
Noviomagus 10. 273. 357.
Null 107. 175. 316.
Numeration 176. 177. 311. 315.
Numerus laterculus 85.
Numerus productus 317.
Nürnberg 134. 135. 144. 189. 242. 258. 270. 294 ff. 325. 329. 331. 355. — Ägidiengymnasium: III. — Lateinschule 137. 138. — Erste mathematische Kathedra daselbst 139. — Sonnenuhr 252. — Darlehnskassen

290. — Vorsteher v. Privatrechenschulen 296 ff. 325.
Nürnberger Eier 330.
Nürnberger Streichwehren. Halbkreisbasteien und Rundtürme 361.
Nunnez 236.
Nutation 6. 240.

O.

Oberhimmlische Gewässer 123. 168.
Ochsenproblem, des Archimedes 32.
Ocreatus (O' Creat) 147.
Odilie 76.
Odo (Oddo) von Clugny 49. 50. 60. 68. 92. 93. 99. 102. 115.
Odo, Abt von Morimond 49.
Odo von Tournay 50.
Odontius 223.
Odolf 56.
Oebeke 23.
Oeglin 307.
Öhringen 135.
Ofen 242.
Ofterdinger 137. 160.
Olaus, Johanis 167.
Olibanus, Joannes 68.
v. Olkucz 231.
Olleris 68. 94.
Opsopoeus 139.
Opus majus, des R. Bacon 150. 153.
Opus Palatinum von Rheticus und Otho 282.
Opuscula mathematica, d. Joh. Tolhoph 217.
Orange 200.
Orbis pictus 140.
Ordinarien, mathematische 265 ff.
Oresme 88. 172-175. 180-183. 189. 209. 261. 278.
Origenes 73.
Orleans 200 205.
Ornamentik 341.
Orontius, Finaeus 108. 170. 206.
Orthogonalprojektion „Austeilung" 342. 363.
Orthric 50. 58.
Osnabrück 57.
Osterfeier, Termin ders. 3.
Ostermair 264. 265.
Osterrechnung 15. 16. 18. 91. 127. 188. — S. auch Computus ecclesiasticus.
Otho 282.
Otloh 53. 60.
Otto Germanus 231.
Otto I. 38.
— II. 50.
— III. 39. 57. 58.
— IV. 292.
— Scholastikus 136.
— C. 137. 139. 193.
Oxford: II. 165. 195. 200. 207.

P.

π, Berechnung von π 368.
Pacioli, Luca 12. 223. 164. 177. 302. 303. 312. 317. 320. 321. 332. 333. 358. 369.
Paderborn 57.
Padua 171. 204. 224. 225. 242.
Pädagogik 243.
— mathematische: V.
— des Cochlaeus 138.
— theoretische 276.
Pädagogium 273.
Palastschulen 1. 23. 25-31.
Palmer 295.
Pandulfus Capuanus 67.
Pantaleon 357.
Paolo Dagomari 187.
Paolo Toscanelli 246.
Papias 90.
Pappos 163. 243.
Parabel 183. 364.
Parallelenlehre 284.
Parallellinien, Begriff derselben 362.
Parallelogramm 284.
— Berechnung der Fläche desselben 145.
Parallelstrahlenbündel 286.
Paris 37. 164. 167. 168. 169. 171. 172. 183. 195. 201. 203. 205 ff. 207. 226. 266. — Pariser Synode 38.
Parma 20.
Partikularstudien 214.
„Parva naturalia" 198.
Pascal 162. 281.
Passau 58.
Paul 112.
Paul Scriptoris 218.
Paulsen 26. 31. 132. 140. 192. 194. 205. 210. 227. 273. 275. 276. 294.
Paulus de Liazariis 202.
Pauren-Practik 190.
Pavia 37. 224.
Peckham 164. 165. 190. 209. 242. 272.
Pediasimus 161.
Pegelius 273.
Peiper 28. 66. 87. 88.
Peletarius 362.
Pellicanus 268.
Pendlebury 14.
Perger 208.
Periegesis des Dionysius 263.
Perigaeum 239.
Peripatetiker 232.
Peripheriewinkel im Halbkreis 120. 129.
Perlacher 250. 254. 255.
Perpetuum mobile 330.
Perpignan 201.
Perret 280.
Perspektive 169. 191. 216. 229. 230. 272. 284. 331. 332. — Perspektivische Zeichnungen 337.
Pertz 35. 36. 49. 93.
Perugia 204.

Peschel 52. 152. 263.
Pestalozzi: VI., 324.
Peter von Basel 49.
Peter Damiani 60.
Peter von Gmünd 339.
Petrejus 157. 277.
Petrus 111.
St. Petrus 82.
Petrus Comestor 283.
— de Dacia 131. 166. 167.
— de Crescentiis 212.
— de guclina 186.
— Hispanus 210.
— Lombardus 150. 233.
— Pictaviensis 29.
— Popo, Magister 214.
— Ramus s. Ramus.
— Vergerius 192.
— von Pulka 198.
— von Wallsee 198.
Petzensteiner 299. 303-306. 310. 317. 319. 322. 324. 329.
Peucer 275.
Peurbach (Burbach, Peyerbach) 129. 143. 171. 172. 177. 182. 186. 190. 215. 224. 230. 235-242. 246. 249. 250. 252. 253. 255-257. 261. 272. 301. 307. 319. 321. — Seine Lehrthätigkeit u. Lehrbücher 235.
Peutinger C. 278.
Peverone 108.
Pez 52. 67. 116. 120.
Pfäffers, Kloster 43.
Pfaff, K. 135. 139.
Pfeifer (9). 153. 333. 345. 346.
Pfeiffer 39. 168.
Pflanzenkunde 153.
Pflaum 269.
Pfleiderer 329.
Pflichtkollegien 200.
Pforzheim 175.
Philibert von Lorme 337.
Philipp der Kühne 178.
Philipps 23.
Philolaos 112.
Philologie, klassische 235.
Philosophie 190. 192. 213.
— der Mathematik 166.
Philosophiae partes 31.
Physik: IV. 150. 151.
— mechanische 153. 163. 168. 191. 274. 282. 283.
Physiologus 168. 191.
Piacenza 224.
Piccard 98.
Piccolomini 228.
Picellius 267.
Pico von Mirandola 172.
Pickel, Karl (8).
Pietro d'Abano 224.
Piper 16.
Pippin 34.
Pirkheymer, Wilibald 134. 138. 330. 355. 362.
Pitsch 369.
Plater, Th. 137.
Platof 73. 115. 228. 369.
Plato von Tivoli 148.
Planetarien 76.
Planeten 170. — Einfluſs derselben auf Ueberschwemmungen 125. — Planetenbewegung 126. 234. — Deferenz- und Beikreise derselben 261. — Planetenlauf 239. — Planetenwörter 129. — Planetennamen 168. — Planetarische Eigenbewegung bei Beda 5. — Stillstände der Planeten 239.
Planetentheorik 184-186. 209. 211. 216. 229. 230. 238. 256. 272.
Planimetrie 243.
Planisphär 75. 129. 145. 148. 156. 264. 284.
Plinius (8). 5. 6. 10. 21. 73. 75. 124. 126. 253. 256. 276. 277. 331.
Plücker 363.
Plutarch 10.
Poggendorf 164.
Polack 290.
Polarkreis 185.
Polemoskop 153.
Polling 44.
Polyeder 333. — Einbeschreibung der platonischen Polyeder in d. Kugel 284.
Polygonalbefestigung 361.
Polygonalzahlen 117.
Polygone mit einspringenden Winkeln 166.
Pomponius Gauricus 331.
Pomponius Mela (8). 138. 253.
Poncelet 311.
Pontanus 263.
Poppe 357.
Poppenheuser 250.
Porta coeli 273.
Potenzen, Rechnung mit denselben 137. 174.
Practica (Prognosticatio) 190.
Praeceptor Germaniae 275.
Praelectio 193.
Praelectiones ordinariae Astrologiae 220.
Prämonstratenser 40.
Praetorius 126. 189. 223. 244.
Präzession 240.
Prag: II. 195. 197. 201. 208. 213. 214. 228. 229.
Praktik, deutsche 254. — Praktik des Rechnens 177. — Praktik, wälsche 156. 317. 322. — »Pauren-Practik« 190.
Prantl 29. 49. 65. 141. 150. 171. 196. 216. 217. 264. 265.
Pressel 275.
Pringsheim 260.
Priscianus 89.
Prismen 368.
Privatlehrer 293. — Privatnachhilfe 81. — Privatschulen 2. 294 ff. —

Privatstudium 81. — Private Unterweisung in der Mathematik (7). 286 ff.
Probabilitätsbetrachtungen 302.
Problemata ad acuendos juvenes 326.
Professoren der Mathematik und Physik 272. 275. 276.
Professores ordinarii 198.
Professuren, Nominal 271. 275.
Prognosticatio (Practica) 190.
Prognostikon 262.
Progredieren 319.
Progressionen 34. 35. 163. 176. 182. 224. 302. 319.
Progressio naturalis und progressiones intercisae 178.
Projektilia 311.
Projektion, stereographische 157. — Orthogonalprojektion, „Austeilung" 342. 363. — Projektionslehre 336. 358. 363.
Proklos Diadochos 253. 255. 261. 267. 269. 349.
Promotionstaxen 225.
Pronuntiatio 193.
Proportionalen, zwei mittlere 162. — Mittlere u. vierte 160.
Proportionen 85-87. 162. 171. 173. 174. 180. 198. 199. 209. 211. 216. 291. — Proportionsrechnungen, kaufmännische 322. — Proportion des menschlichen Leibes 358. 359. — des Pferdes 360.
Proportiones longae u. breves 210. — musicae 139.
Propositiones ad acuendos juvenes 31. ff.
Prosdocimo de Beldomandi 14. 224.
de Proszowice, Michael 231.
Provinzstudien 41.
Prowe 44. 222. 223. 225. 229-231.
Prozentrechnung 288.
Prüfungsordnungen 200.
Prüm, Klosterschule 44. 47. 49.
Pruneck 234.
Pruner 234.
Psalter 49.
Psellus 161. 174.
Pseudo-Cyrillus 12.
Pseudo-Thomas 151.
Ptolemaeus 49. 52. 73. 142. 148. 157. 186. 188. 189. 203. 212. 218. 220. 221. 236. 238. 246. 251. 264. 270. 274. 357. 368.
Purchard 47. 77. 113.
Pyl 175.
Pyramiden 364. 368. — volumen 118.
Pyramidalzahlen 118.
Pythagoras 28. 112. 115. 259. 283. 284.
Pythagoreischer Lehrsatz 116. 117. 145. 284. — Erweitert 368. — Dreiecke 116.

Q.

Quadrat 354. 363. 368. — Geometrisches Quadrat 170. 235. 236. 244. 242. 244. 246. 262. 284. — magische Quadrate 36. 145. — magisches Quadrat Dürers 356.
Quadrat-Cofs 281.
Quadratur des Kreises 47. 118. 121. 145. 149. 161. 166. 171. 285. 368.
Quadratwurzel 145.
Quadratzahlen 156.
Quadripartitum des Ptolemaeus 148. 189. 274.
Quadrivium: V. 25. 29. 31. 46-48. 53. 57-60. 64. 77. 132. 133. 137. 156. 184. 190. 192. 195-198. 204. 205 209. 214. 272.
Quaestiones 209.
Quellenlehre 284.
Quetelet 37. 46. 227.
Quetif-Echard 325.
Quintilian 10. 13.

R.

Radius geometricus, geometricalis 72. 114.
Radizieren s. Wurzelausziehung.
Radlinie 285.
Radulf (Raoul) von Laon 59. 62. 69. 98. 107. 175.
Radulf von Lüttich 56.
Räderwerk, zur Nachahmung der himmlischen Bewegungea 261.
Rätselaufgaben 326. — Poesie 35.
Raffael 332. 340.
Ramus, Petrus 108. 134. 138. 232. 242. 267. 315. 316.
Ranisch 344.
Ratdolt 236. 278. 279. 301.
Ratgar 43.
Ratherius 2. 60.
Ratichius: V.
Ratpert 29. 46. 63. 64. 114.
Ratzenberger 208.
v. Raumer, F. 10. 41. 335.
v. Raumer, K. III. 140.
Raumkurven 363.
Ravaisson 332.
Razegin 56.
Realisten 210.
Rechenbank 311.
Rechenbrett 70. 95. 283. 310.
Rechenbücher 258. 260. 299. 300-308.
Rechenknecht, s. Faullenzer.
Rechenkünstler 300.
Rechenkunst, praktische 279. — mit der Feder 283.
Rechenmaschine 311.
Rechenmeister 293 ff. 299-301.
Rechenrätsel 32. 35.
Rechenschulen 293 ff.
Rechenstäbe 108.
Rechensteine 95. 200. 310.

Rechentafel 95.
Rechenunterricht 88-110.
Rechnen 66.
— in den Klöstern 50.
— im Handel und Verkehr 287 ff.
— manuelles 9 ff.
— mechanisches 309.
— mit der Feder 310. 351.
— Grundoperationen damit 316 ff.
— rein intellektuelles 310.
Rechnung auff allen Kaufmannschaften 13. 305.
Rechnungsmarken 99.
Rechnungspraxis 89.
Rechnungsregeln 309.
Rechnungszeichen 158.
Rechteck 368.
— Inhalt desselben 129.
Rechte weis auffs kürzist lesen zu lernen 304.
Recorde 157.
Reflexion des Lichts auf gekrümmten Flächen 152.
Reflexionswinkel 191.
Regel-Nomenklatur 305. 306.
Regel vom gemeinsamen Leben 19.
Regenbogen 7. 123. 124. 152. 153. 163. 165. 169. 191.
Regensburg 58.
Regionen zwischen Erde und Himmel 122. 123.
Regeldetri 167. 322.
Regimbald 56. 59. 62.
Reginfried 75.
Regino 49. 71.
Regiomontanus: 122. 125. 134. 138. 143. 156. 186. 190. 215. 221. 224. 229. 230. 235-237. 256. 259. 261. 277. 279. 281. 282. 298. 321. 325. 355. — Sein Lebensgang und seine Bedeutung als didaktischer Schriftsteller 241-250.
Regula falsi 302.
— singularis 100.
— virginum 322.
Reibel, Johannes 236.
Reichelstein 308.
Reichenau 43. 47. 63.
Reichenbach 52.
Reichensperger 342. 343.
v. Reichlin-Meldegg. 210.
Reichling 163.
Reiff 169.
Reihenlehre 178. 199. 320.
Reimer 162.
Reinaud 107.
Reinherus 188.
Reinhold 223. 237. 276.
Rekreationstage 87.
Rektifizieren 354.
Reliquiae Coppernicanae 165.
Remigius von Auxerre 45. 71. 201.
Rentenwesen 290. 292.
Rensberger 333.
Repertorium, mathematisches 66.
Responsio ad Colonienses 271.
Resumptionen 196.
Rettberg 17. 43.
Retz 272.
Reuchlin 270.
v. Reumont 133.
Reusch 346.
Reyer v. Amorbach 133.
Reymer 333.
Reysch, Reisch Gregor 29. 79. 117. 283-285. 317.
Rhabdas, Nicolaus 9. 10. 161.
Rhabdologia 108.
Rhangabé 92.
Rheims 44. 50. 51. 93. 201.
Rheticus 223. 270. 271. 275. 276. 282. 322.
Rhythmimachie 87. 88. 174.
Richerus 50. 93. 94. 99.
Richram 64.
Ricutius, s. Camers.
Riecke 346.
Riese, Spitzdach 342.
Riese, Adam 109. 110. 300. 303. 309. 311. 316. 322. 324-326. 349.
Riggensdorf 171.
von Ringelbergh 227.
Rische 135.
Ristoro d'Arezzo 124.
Rifs 354. — Gebogener und ganzer runder 354.
Ritter 52. 122.
Rivius 342. 344.
Robertus Anglicus 61.
Robertus Lincolniensis, s. Grosseteste.
Rockenbach 126.
Roder 243.
Rodler 358.
Röder 325.
Rödiger 9.
Römerzinszahl 127.
Rösel, s. Rosinus
Roff 267.
Romanus 111.
Romanusbuchstaben 111.
Rom 18. 89. 143. 242. 256.
Rohrbeke 133.
Roriczer, Konrad, Mathias u. Wolf 343-345. 348.
Rose 193. 203.
Rosinus, Stephan Rösel 254. 256.
Rostock 175. 214. 215. 272.
Roth, J. F. 288. 289.
Roth, Peter 299.
Rota 107.
Rotten (= Klassen) (8).
Rotulus 219. 221. 222.
Rouen 60.
Rudolf I: 292.
Rudolf, Christoph 260. 261. 263. 281. 308. 316. 320. 324.
Rudolf v. Brügge 145. 147. 148.

Rudorff 91.
v. Rüding 233.
Rue Fouarre in Paris 205.
Ruelle 14.
Ruge 52. 122. 123. 152. 263.
Ruger 343.
Ruhkopf 25. 67. 289.
Rummel 291.
Ruthart 67.
Rynmann 190.

S.

Sachs 233.
Sacrobosco 107. 123. 140. 163. 167. 168. 190. 198. 215-217. 220. 224. 226. 236. 238. 242. 253. 255. 257. 261. 264. — Sein arithmetisches Lehrbuch 176-178. — Sein astronomisches Lehrbuch 184 f.
Saiten 112.
Salamanca 201.
Salisbury 60.
Salomo III., Bischof 46. 74. 113.
Saltus lunae 21.
Salvianus Julianus 34.
Salzburg 47.
v. Sandrart 359.
Saros 186.
Savigny 201.
Saxonius 223.
Schaarschmidt 61.
Schablone, in der Architektur 342.
Schachaufgaben 36. 37.
Schachbrett, Schachir 319.
Schalttag 187.
Schanz 59. 281. 282.
Schapff 277.
Schapira 145.
Schattenkonstruktion 126. 370.
Scheffel 2. 51. 63.
Scheibel 88.
Scheiben, drehbare, zur Versinnlichung des Planetenlaufes 77.
Scheiner 95.
Scheitrecht machen, Rektifizieren 354.
Schelhorn 136.
v. Schelling, 197.
Schepss 27. 56. 214. 228. 297.
Scherzrätsel, mathematische 31 ff.
Scheubel 308. 319.
v. Scheurl, A. (9). 296.
Scheurl, Christoph 273. 297.
Schiaparelli 5. 6. 238.
Schickard 270.
Schiefspulver 153.
Schiller 139.
Schindel, Sczindel 228
Schlangenlinie 362.
Schleusinger 249.
Schlick 228.
Schlüsselfelder 330.
Schlüter 226.
Schmeller 168.
Schmid, Caspar 298.
Schmid, K. A. 1. 14. 42. 60. 139. 196. 274. 295. 309.
Schmidt, W. 124.
Schmoller 292.
Schmuttermayr 342-345. 348.
Schnaase 336-339.
Schneckenlinie 363.
Schneid 152. 154.
Schnellschreibekunst 193.
Schnitzer 278.
Schoeffer 184.
Schoener: III. 139. 156. 246. 270. 271. 331.
Schönheitslehre 340.
Scholae 201. — publicae 38.
Scholaren 226.
Scholaster, Scholastikus 54. 62.
Scholastik: V. 149.
Schopenhauer 331.
Schopenhauer, Johanna 335.
Schramm 299.
Schreckenfuchs 145. 236. 267.
Schreiber 307.
Schriftsteller, didaktische 242.
Schubert 309.
Schubring 188.
Schulen, Privatsch. 2. 294ff. — Trivialsch. 25. — Stadtschulen in Schwaben 135. — (Domschulen, Klosterschulen etc. siehe unter dem betr. Artikel.)
Schulhaus 201.
Schulmeister 294 ff.
Schulordnung, Mansfelder 140. — Zwickauer (8). 140.
Schulplan 64.
Schultheiss 135. 296. 299.
Schulunterricht 80. 81.
Schulzimmer 80.
Schulzwang unter Karl dem Grofsen 23.
Schuppius 293.
Schwammtheorie (der Erde) 124. 284.
Schwenter 36. 223. 303. 349. 359.
Schwob 213.
Scientia motus orbis Messahalae 230.
Scipio dal Ferro 222.
Scipio de Mantua 222.
Scotus Erigena 3. 123.
Scriptorum insignium centuria, des Konrad Wimpina 305.
Scriva 360.
Secundus 35.
Seehausen 133.
Seehofer 326.
Sehorgan, dessen Zeichnung 284.
Sehröhren 77. 78.
Sekante, trigonometrische 281. 282.
Sekantentafel 282.
Sems 299.
Seneca (8). 13. 124. 224.
Senfthamer 250.
Senium 198.
Sensenschmid 277. 303.
Sententiae, des Petrus Lombardus 150.

Serachja ben Isaak ben Schealtiel 143.
Sevilla 201.
Sexagesimalbrüche 283.
Sexagesimalsystem 240.
Sextus Africanus 116.
Sforza, Franz 251.
Siebeneck 332. 340. 350. 368.
Siebenerprobe 319.
Siebenkees 138.
Siegfried 55.
Siena 133. 204.
Sigbertus Gemblacensis 67. 71.
Sighart 152.
Silberer 141.
Silvanus Ottmar 133.
Simon de Rotulis 68.
Simon von der Eicke 251.
Simson 397.
Sinustafeln 240. 246.
Sipos-Marke, Rota 107.
Societas 202.
Soginus 228.
Sohncke 18. 97. 156. 336.
Soissons 23.
Solinus 73. 255. 263.
Solmivasion 71.
Sonnenblendgläser 225.
Sonnenburg 333.
Sonnenlauf 239.
Sonnenuhren 78. 129. 261. 267. 357. 369.
— deren Herstellung 279. — Sonnenuhr in Nürnberg 252. — Libellus de variis horologiis sphaericis v. Stöberl 254.
Sonnenzirkel 127.
Sonntagsbuchstabe 127. 187.
Spalatin 273.
Specht (8). 19. 20. 25. 31. 38. 39. 42. 43. 47. 48. 54. 57. 58. 71. 73-77. 80. 293.
Speculum des Vincenz von Beauvais 159. 188.
— astronomicum 191.
— naturale 154.
Speier, Klosterschule 47. 55.
Spezies, s. Grundrechnungsarten.
Spezifisches Gewicht 282.
Sphaera 198. 205. 216. 255. — Sphaera et Perspectiva communis 212. — Sphaera materialis 198. 230. 233. 271. — Sphaera mundi 211. — Sphaera obliqua parallela u. recta 185.
Sphäre des Konrad Heinfogel 168. 184. — Sphären des Wassers, der Luft, des Feuers und des Empyreums 123. — sphärisches Dreieck 158. — sphärische Koordinaten 182.
Sphärik 189. 206. 216. 217. 226. 238. 257.
Sphärizität einer freien Flüssigkeitsoberfläche 153.
Sphäroid 118.
Sphareula 239.
Spiegel 252.
Spiegelinstrument 116.
Spinnenlinie 365-367.
Spirale 128.
— archimedische 363.
Spitzbogen 341. 346.
— deren Konstruktion 347.
Spitzsäulen 343.
Sporer 329.
Spottiswoode 82. 355.
Springfluten 124.
Staatsrechenkunst 292.
Stabius 250. 252-254. 264. 356.
Stablo, Klosterschule 44.
Stadtarzt und Schulmeister (7).
Stadtschulen 39 ff. — Mathematik in denselben 132 ff.
Stadtschule in Freiburg i. B. 141.
— Liegnitz 132. — Nappurg 136. — Nördlingen 141. — Trier 132. — Überlingen 136. 141. — Ulm 137. 140. — Zwickau 140.
Städtisches Schulwesen 131-141.
Stälin 45.
Stain Mezbüchlein 338.
Stanislaus Jacobeius 232.
Stannifex 227.
Starowolski 231.
v. Stein, L. 19. 54. 133. 207.
Steiner 354.
Steinhauser 252.
Steinschneider 142. 143. 144-146. 170. 190. 191.
Steinsetzer, geschworene 334.
Stendal 132.
Stenographie 193.
Stereographische Abbildung des Himmels 264.
Stereographische Projektion 284.
Stereometria doliorum 183.
— des Mithobius 262.
Stereometrie 333. 368. — stereometrische Berechnungen 302. — stereometrische Formen 129. 284.
Stern 221. 241.
Stern, Sternbilder, schematisch dargestellt 76. — Sterndeuterei 189. — Sternkarten 76. — Sternkunde 7, s. a. Astronomie. — Ortsbestimmung der Sterne 129. — Sternpositionen 170. — Sternschnuppen 123. — Sterntafel 77. — Sternvielecke 151. 166. 247. — Sternwarte 236.
Stetigkeit, Monographie des Bradwardin über den Begriff derselben 166.
v. Stetten, Lukas 289.
v. Stettheim, Andr. 53.
Stettin 175.
Stevin 174.
Stevin, Simon 302.
Stiborius (Stöberl) 250. 251. 254-256. 259. 264. 325.
Stifel 259-261. 281. 305. 312. 315. 320. 325.

Stiftsschule 20. 39. 54 ff.
Stobbe 290.
Stobner 229.
Stoeckl 151.
Stoeffler 190. 218. 255. 256. 264-271. 273. 279.
Stoer 358.
Στοιχεῖα des Euklid 149.
Stolz 180.
Stoy 10. 14. 96. 310.
Strabon 73.
Strahlenbüschel 286.
Strafsburg 47.
Strauss 196.
Strazze 303.
Strebepfeiler 338.
Strenaeshalch 3.
Stromer 258. 300. 207.
Stuchs 343.
Studium generale und universale 200 ff. — particulare 202. — privilegiatum 202.
Studnicka 158.
Stuhlschreiber 294 ff.
Stundenlinien, ungleiche 284.
Sturm: V. 59.
Subdivisionen 29.
Subtraktion 176. 312. 317. 321.
Sulpicius Gallus 186.
Sumenhart de Claw 289.
Summa 101.
Summa artis geometriae 167.
Summa de Arithmetica etc. 302.
Summa des heil. Thomas 150.
Summation von Reihen 202. 319.
Sunon, Sven 206.
Suter 63. 171. 173.
Suttinger 338.
v. Sybel 37. 210.
Sylvester II., s. Gerbert.
Symbole, die vierundzwanzig der Minutienrechnung nach Atelhart 90.
Synode, bayrische vom Jahr 774. 19.

T.

Tabellen des Victorius 91. 106.
Tabula foecunda 322.
— Pythagorica 224.
— directionum 248. 321.
Tabulae resolutae 230. 230.
Taccuino, Kalender 187.
Tafeln von Salamis 92.
Tafeln, astronomische 255.
— trigonometrische 283.
Tageslängen 188. — Tag- und Nachtlänge 185. — längster Tag 7. 185.
Taktionsproblem, Apollonisches 346.
Tallie 287.
Tangenten, trigonometrische 246.
Tannery, P. 9. 171.
Tannstätter, Collimitius 182. 250. 252. — sein Leben und seine Schriften 254-256. 270.
Tarifbüchlein 299.
Tartaglia 245. 309. 360. 370.
Tatto 64. 65. 82.
Tavoletta 322.
Technik, didaktische 192.
Tegernsee 44. 48. 52.
Teilung einer Strecke in n gleiche Teile 354.
Teilung einer Strecke nach gegebenem Verhältnis 129.
Teilungsaufgaben, geometrische 160.
Teilungsrechnung 34. 118. 306.
Tellurien 76.
Temnonides 85.
Terentius 90. 214.
Terminologie, geometrische 354. 363.
Terrier 108.
Terquem 83.
Τετράβιβλος, s. Quadripartitum.
Tetraden des Appollonius 311.
Tetrarchie, wissenschaftliche: IV.
Thabit ben Korrah 150. 240.
Thales 241. 369.
Thangmar 57.
Thausing 355. 358.
„Theilrifse“ (Hilfslinien) 342.
Themistios 138.
Theodor, Bischof 4.
Theodorich von Apolda 164.
Theodorich von Freiburg 164. 207.
Theodorich Ruffi 150.
Theodosios 148. 185. 220. 257.
Theodulf 24. 25. 72. 75.
Theon 149.
Theophrast 153. 277.
Theoria axium et polorum des Peurbach 230.
Theoricae planetarum des Peurbach 236.
Thibaut 360.
Thietmar von Merseburg 78.
Thomas de Bredwardin s. Bradwardin.
Thomas v. Aquino 150. 153. 154.
Thomas v. Cantimpré 168. 191.
Thomas v. Cleve 198.
Thomisten 210.
Thumbmaister 339.
Thurot 205. 206. 226.
Tibinus 214.
Tierkreis 126. 185. 240.
v. Tilbury, John 193.
Timäus 115.
Tironische Noten 193.
Titurel 340.
Toeppen 295.
Tolhoph, Joh. 217.
Toile, Toilette, Tollet 322.
Toledo 148. 203.
Tolletrechnung 322. 323.
Tomek 208.
Tommaso Corbacci 133.
Ton. Tonhöhe 111. — Tonintervalle: IV. 112. 183. — Tonlehre, mathematische: IV. — Tonleiter, diatonische

chromatische und enharmonische 112. — Tonstärke 111. — Tempo 111. — Tonuntersuchungen, mathematische 71. 72.
Tonstall 280.
Topographia Cambriae 207.
Torquet 170.
Tortolini 96.
Toulouse 205.
Tours 20. 23. 43. 115.
Traité de la sphère v. Oresme 173.
Trattato di pittura des Linardo 332.
Tratte 302.
Trepidationsbewegung 240.
Treutlein 12. 13. 67. 68. 97. 99. 105. 156. 157. 280. 300. 305. 309-311. 315. 316. 319. 322. 323. 325. 326.
Triaden 311.
Trier 59. 132. 214. 341.
Trigonometrie 158. 165. 240. 281.
—, ebene und sphärische 246. — Lehrbuch ders. von Regiomontan 243. 246. — Trigonometrische Tafeln 282. — Trigonometrische Tangenten 246.
Tripartitio der Lektionen 196. 332.
Triquetrum 279.
Trisektion des Winkels 149. 162. 245. 368.
Tritheim 46. 48. 51. 61. 121. 163. 167. 169. 170.
Trivet 156.
Trivialschule 25.
Trivium 25. 59. 60. 75. 132. 195.
Trozendorf: V. 140.
Tschottü 311.
Tschudi, Valentin 253.
Tubalkain 283.
Tucher 326.
Tübingen 75. 196. 214. 218. 256. 266 f. 270.
Tullius (Cicero) 214.
Turchillus 68.
Tuto 59.
Tycho Brahe 158. 222. 273. 357.
Tyrri 35. 36.
Tzscherte 259.
Tzwivel 306.

U.

Udalricus 329.
Übereckstellung 341. 344.
Überlingen 136. 141.
Übersetzungszeitalter 146 ff.
Uhlemann 189.
Uhr, Konstruktion 49.
Uhrwerk zur theoria planetarum 330.
Ulm 137. 140. 175.
Ulrich, Herzog 268.
Umbra recta, Tangente 270.
Umbra versa, Cotangente 270.
Umrechnen, Computare 288.
Unger 187.
Ungleichheit, erste und zweite (des Planetenlaufs 238.
Universalinstrument, Apiansches 279.
Universität (universitas) 200 ff.
Unterricht, akademischer 192 ff.
— kosmographischer in den Klosterschulen 8.
— kosmographisch-astronomischer 121-127.
— mathematischer, Einführung desselben in Deutschland: II. III.
— mathematischer in den Palastschulen 25.31.
— geometrischer 113-121.
— privater in der Mathematik 286 ff.
Unterrichtsmethodik, akroamatische 192.
Unterrichtswesen der ältesten Zeit 1.
— bei den Goten und Longobarden 2.
— in der Merowinger und Karolingerzeit 2.
— zur Zeit Karls des Grofsen 22 ff.
— bei den Vandalen und Angelsachsen 2.
Unterschied zwischen Kreislinie u. Kreisfläche, Kugeloberfläche und Kugelinhalt bei Dürer 363.
Urbino 243.
Urceo Codro 221.
Ursinius Velius 255.
Usener 1.
Usingen 263.
Usus Almanach seu Ephemeridum 250.

V.

Vadian, Joachim von Watt 237. 253. 255. 263.
Valentino Fontano 232.
Valerius Probus 89.
Valkenstainer 52.
Valladolid 200.
Vegetius 45.
Veltmiller 265.
Venturi 164. 332.
Vercelli 201.
Verfinsterungen des Mondes 7.
— der Sonne 22.
— des Mars 21 (siehe auch Finsternisse).
Verlauf einer mathematischen Lehrstunde in einer Stifts- oder Klosterschule des früheren Mittelalters 80. 81.
Vermessungskunde 114.
Veröffentlichungen litterarischer Neuigkeiten 195.
Verona, Kathedralsch. 60. 204.
Verstandesschärfung 31. — Aufgaben zur — 118.
Verwandlungsaufgaben 160. 368.
Verweltlichung der wissenschaftlichen Studien 2.
Vetus ars 210.
Victorius (Victorinus) 8. 68. 89. 91. 106.
Vieleck 117. 118. 120. 128. 283. 340.
zentrische 174.

— Anwendung der Vielecke in der Baukunst 340 ff. —, Vieleckberechnungen 145. — Vieleckskonstruktionen 332. 349 ff. 368. — Vieleckslehre 166. — Vieleckszahl 120. (Dreieck, Viereck etc., siehe unter dem betr. Artikel).
Viereck 334. 341.
Vierung, Quadrat 354.
Vierzahl der Elemente 185.
Vieta 174. 221.
Villard de Honnecourt 337. 342.
Villefranche 279.
Villicus 259.
Vincent 92. 98.
Vincentius de Beauvais, Bellovacensis 29. 154. 155. 159. 168. 188. 191. 194.
Vincentius Justinianus 336.
Vinesauf, Gottfried 203.
Viole 342.
Virgilius 3. 17. 121. 214.
Vischer 216. 266.
Visierer 328.
— Visierbüchlein 354.
— Visierkunst 284. 328.
— Visierrute 262. 328.
Vitellio, s. Witelo.
Vitruvius Pollio 24. 339. 340. 344. 368.
Vitruvius Rufus 115.
Vocabularium (des Papias) 90.
Vocabularius Salomonis 46. 125.
Voegelin 58. 250. 255-257. 262. 265.
Vogel 60. 297. 298.
Vogelproblem 322.
Volgt 271.
Volksbesteuerung, erste allgemeine 292.
Volksbuch, naturwissenschaftliches 169.
Volmar 271. 275.
Volusius Maccianus 90.
Vom wandern, Rechenaufgabe 304.
Vorlesungen, artistische 198. — mathematische, für junge Bakkalarien 273. — öffentliche, mathematische 235. 242.
Vormbaum 140.
Vorsterman v. Oijen 316.
Vorzeichen (+) und (—), erstes Auftreten derselben 259.
Vossius 138. 357.

W.

Wachstäfelchen 70. 72.
Wälsche Praktik 156. 317. 322.
Wage, bei Nikolaus von Cusa 282.
Wage, Schrift Euklids 150.
Wahrscheinlichskeitskalkul 302.
Walafried Strabus 47. 63. 64. 74.
Walkenaer 38.
Wallis 285.
Walther Spirensis, s. Gualterus.
Walter Lud, s. Gualterus.
Walter von Metz 143.
Wandalbert 45.
Wanderer 252.
Wanderlehrer 133. 136.
Wandtafel 80.
Wapowski 240.
Wattenbach 4. 37. 44. 46. 55. 56. 70.
Wazzo 56.
Weber, H. 58.
Wechsellehre 302.
Wechsler 288.
Wegele 213.
Weidler 37. 97. 223. 254. 275.
Weihrauch 350.
Weinmeister 367.
Weifs, Philipp 269.
Weifsenborn 69. 101. 107. 110. 148-150. 278.
Wellenlinie 128.
Weller 303.
Welser, Markus 95.
Weltchronik des Sebastian Frank 355.
Weltkarten 74. 284.
Weltkunde 7. 121.
Weltkuppel 122.
Wendelin, Gottfried 170.
Wendelstein 137.
Werden 43.
Weremuth-Yarrow 3.
Werner, Karl 3. 6. 8. 20. 21-23. 25. 32. 34. 40. 47. 50. 51. 53. 60. 78. 82. 124-126. 134. 153. 240. 252. 277. 281.
Werner, Johannes 330.
Werner, Nikolaus 299.
Wernher von Tegernsee 48. 75. 88.
Wesel 140.
Wessobrunn 44.
Wetterregeln 190.
Wichner 53.
Widmann 300. 304-306. 322. 324.
Wien: II. 58. 168. 171. 172. 190. 197. 205. 208 ff. 213. 214. 228. 232 ff. 242. (W. Dozenten) 198. — W. Lektionsliste 199. — jüngere mathematische Schule daselbst 249 ff.
Wiese 59. 132. 133.
Wikpert 67.
Wikram 67.
Wildermuth 14. 309.
Wildsau 299.
Wilhelm, aus England 68.
Wilhelm, Bischof 342.
— v. Auvergne 40.
— v. Köln 331.
— II. v. Kettler, Bischof 227.
— IV. Herzog: 265.
— v. Hirschau, seine Schriften 48-49. 53. 60. 67. 71. 75. 339.
Will 138.
Wilmann 34.
Wiltvogel, Chr. 295.
Wimpheling 276.
Wimpina, Johannes de 305.
Winde und Windrose 123.
Winkel, Definition 368. — Winkel-

mafs 354. — Winkelmefsinstrument 72. — Winkelmessungen mit Quadraten und Bleilot 261. — Winkeltrisektion 149. 162. 245. 368.
Winterberg 121.
Wintersanfang, fixiert durch den Frühuntergang der Plejaden 17.
Wirsik 299.
Wirsung 308.
v. Wiskowatoff 276.
Wifsbier, Joh. 233.
Witelo, Witilo, Bitelo, Vitellio 163. 164.
Wittenberg 137. 140. 222. 223. 272 ff.
Wochenbuchstaben 188.
Woepcke 97. 150. 179.
Wolf, R. 77. 185-187. 189. 218. 235. 238. 248. 253. 266. 267.
v. Wolf, Chr. 127.
Wolfgangus Monacensis 307.
Wolfhelm 55. 121.
Wolfram von Eschenbach 148. 340.
Woltmann 337. 339.
Wood 207.
Worms 55.
Wortrechnung des Stifel 312.
Wrigth 191.
Wucherzinsen 290.
Würdinger 52. 136.
Würfel 120. — Verdoppelung desselben 369. — Würfelspiel, dessen Theorie 174.
Würzburg 213.
Würzburger 264.
Wüstenfeld 147.
Wundt 150.
Wurfkurven 245.
Wursteisen (Urstisius) 236. 267.
Wurzelausziehen 91. 176. 178. 320.
Wurzelgröfsen, allgemeine Theorie 281.
Wurzelzeichen 259.
Wymperge (winperg) 343. 345.
Wyfsenburger, Wolfg. 267.

X.

Xenophon 211.
Xylander 271. 327.

Y.

Yaphar 131.
Ymage du monde des Walter von Metz 143.
York 18. 24. 60. 87.
Ypern 293.

Z.

v. Zach 118. 234.
Zacharias, Papst 17.
Zahlen, Einteilung derselben 83. — Beziehungen derselben unter sich 84. — Zahlen als Bestandteile v. Proportionen 85-87.
—, figurierte 84. 85. 117. 119. — Fingerzahlen 178. — Flächenzahlen 85. — Gelenkzahlen 178. — Körperzahlen 84. — Kubikzahlen 85. — Linearzahlen 84. — Negative Zahlen 259. — Parallelepipedal- u. Pentagonalzahlen 85. — Polygonalzahlen 85. 117. — Quadratzahlen 85. 186. — Trigonalzahlen 84. — Polyedralzahlen 87. — Vollkommene Zahlen 145. 302. — Zusammengesetzte Zahlen 178. — Zahlenkampf, s. Rhythmimachie. — Zahlenmystik 22. 82. — Zahlenregister 287. — Zahlensymbolik 339. — Zahlentheorie 22. 64. 85. 87. 200. — Zahlwissenschaft 356. — Zahlzeichen 89. 316. — Zahlensystem, indisch-arabisches 175.
Zählmaschine 311.
Zählspiel 326.
Zamberti 149. 278.
Zangemeister 98.
Zanichelli 222.
Zapf 278.
Zarncke 195. 196.
Zauberquadrat, magisches Quadrat 36. 356.
Zehneck 332. 340. 341. 368.
Zeichensprache 10.
Zeising 340. 341. 345. 346. 360.
v. Zeifsberg 77. 231.
Zeiteinteilung 64. 91.
— der Nacht 76.
Zeitkunde des Beda 8.
Zeumer 292.
Ziegler 75. 241. 246. 253. 256.
Ziffer 316.
— arabische 175.
— römische 175. — Zifferformen 178. 179. — Zifferrechnen 88 ff.
Zimmermann 22. 46. 63. 64. 77. 114. 125.
Zinsrechnung 288-290.
Zirkel 72.
—, deren Herstellung 279.
Zirkularbefestigung 361.
Zodiakus, s. Tierkreis.
Zoeckler 55. 74. 123.
Zoestius 57. 188.
Zolcher, Bartholom. 298.
Zollschwierigkeiten 288.
Zonen 122.
Zuckermann 145.
Zürich 137.
Zurbonsen 57.
Zwickau, Schulordnung von 1523 140. 304.
Zyklus, Metonscher 127. 187.

Verzeichnis der mehrfach erwähnten Schriften.

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Leipzig.

Ambros, A. W. Geschichte der Musik. Breslau 1868.

Anecdota v. *Ludovico Antonio Muratori.* Neapoli 1776.

Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit. Organ des germanischen Museums, herausgegeben v. A. Essenwein und G. K. Frommann. Nürnberg.

Aschbach, Joseph. Geschichte der Wiener Universität im ersten Jahrhundert ihres Bestehens. Wien 1865.

Bedae, Venerabilis Anglo-Saxonis Presbyteri, Opera omnia edidit *Migne.* Lutetiae 1862.

von Bianco, Karl Ferdinand. Die alte Universität Köln und die späteren Gelehrtenschulen dieser Stadt. Köln 1855.

Biographie, allgemeine deutsche. Leipzig.

Barack, K. A. Die Werke der *Hrotsvitha.* Nürnberg 1858.

Bibliotheca rerum germanicarum von *Philipp Jaffé.* Berolini 1864/73.

Boncompagni, Baldassare. Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche pubblicato da . . . . Roma.

Bursian, Conrad. Geschichte der klassischen Philologie in Deutschland von den Anfängen bis zur Gegenwart. München und Leipzig 1883.

Cantor, Moritz. Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker. Halle 1863.

— Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst. Leipzig 1875.

— Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Band I. Leipzig 1880.

Chasles, Michel. Geschichte der Geometrie, deutsch von *L. A. Sohncke.* Halle 1839.

Comptes rendus de l'Académie française. Paris.

Cramer, Fridr. Geschichte der Erziehung und des Unterrichts in den Niederlanden. Stralsund 1847.

Curtze, Maxim. Analyse einer Thorner Handschrift. Leipzig 1869.

— Reliquiae Copernicanae. Leipzig 1875.

Daisenberger, Jos., Al. Volksschulen der zweiten Hälfte des Mittelalters in der Diöcese Augsburg. Dillingen 1885.

Denifle, Heinrich. Die Universitäten des Mittelalters bis 1400. Band I. Die Entstehung der Universitäten. Berlin 1885.

Denis, Michael. Merkwürdigkeiten der K. K. Garellischen öffentlichen Bibliothek am Theresiano. Wien 1780.

— Wiens Buchdruckergeschicht bis 1560. Wien 1782. Nachtrag Wien 1793.

Doppelmayr, Joh. Gabr. Historische Nachricht von den Nürnberg'schen Mathematicis und Künstlern. Nürnberg 1730.

Ebert, Adolf. Allgemeine Geschichte der Litteratur des Mittelalters im Abendlande. Band I und II. Leipzig 1874 und 1880.

Encyklopädie, allgemeine der Wissenschaften und Künste in alphabetischer Folge von *Ersch* und *Gruber*.

Encyklopädie des gesammten Erziehungs- und Unterrichtswesens von *K. A. Schmid.* 11 Bände. Gotha 1859/78.

Erhard, Heinr. Aug. Geschichte des Wiederaufblühens wissenschaftlicher Bildung, vornehmlich in Teutschland bis zum Anfange der Reformation. 3 Bände. Magdeburg 1827/32.

Ersch und *Gruber*, siehe *Encyklopädie, allgemeine* etc.

Friedlein, Gottfried. Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und des christlichen Abendlandes vom VII. bis XIII. Jahrhundert. Erlangen 1869.

Gerhardt, Carl Immanuel. Geschichte der Mathematik in Deutschland. München 1877.

Gherardi, Silv. Einige Materialien zur Geschichte der mathematischen Fakultät der Universität Bologna, deutsch von *Curtze.* Berlin 1871.

von Giesebrecht, Wilhelm. De literarum studiis apud Italos primis medii aevi saeculis. Berolini 1845.

Güdemann, M. Geschichte des Erziehungswesens und der Kultur der abendländischen Juden während des Mittelalters und der neueren Zeit. I. in Frankreich und Deutschland. II. in Italien während des Mittelalters. Wien 1880/84.

Günther, Siegmund. Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Leipzig 1876.

— Studien zur Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie. Halle 1879.

Günthner, Sebastian. Geschichte der literarischen Anstalten in Bayern. 3 Bände. München 1810/1815.

Halliwell, James. Rara Mathematica or a collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them. London 1841.

Hankel, Herm. Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter. Leipzig 1874.

Heideloff, Carl. Die Bauhütte des Mittelalters in Deutschland, eine kurz gefasste geschichtliche Darstellung mit Urkunden und

anderen Beilagen, sowie einer Abhandlung über den Spitzbogen in der Architektur der Alten. Nürnberg 1844.

Heller, August. Geschichte der Physik von Aristoteles bis auf die neueste Zeit. Band I. Stuttgart 1882.

Heyd, Ludw. Fried. Melanchthon und Tübingen 1512 — 1518. Tübingen 1839.

Hoffstadt, Friedrich. Gothisches ABC Buch, das ist: Grundregeln des gothischen Styls für Künstler und Werkleute. Frankfurt a./M. 1840.

Hrotsvitha, siehe *Barack.*

Hugo von Trimberg. Der Renner. Bamberg 1833.

Jaffé, Ph. siehe *Bibliotheca rerum germ.*

Kaemmel, H. J. Geschichte des deutschen Schulwesens im Übergange vom Mittelalter zur Neuzeit. Herausgegeben von *O. Kaemmel.* Leipzig 1882.

Kästner, Abr. Geschichte der Mathematik. Göttingen 1800.

Kaltenbrunner, Ferd. Die Vorgeschichte der Gregorianischen Kalenderreform. Wien 1876.

Kink, Rud. Geschichte der kaiserl. Universität zu Wien. Wien 1854.

Kraft, Karl und Wilhelm. Briefe und Dokumente aus der Zeit der Reformation im XVI. Jahrhundert nebst Mitteilungen über Kölnische Gelehrte und Studien im XIII. und XIV. Jahrhundert. Elberfeld 1875.

Kriegk, Georg Ludw. Deutsches Bürgerthum im Mittelalter. Frankfurt a./M. 1868.

Lochner, Georg. Geschichtliche Studien. Nürnberg 1836.

— Des *Johann Neudörfer,* Schreib- und Rechenmeisters zu Nürnberg, Nachrichten von Künstlern und Werkleuten daselbst aus dem Jahre 1547. Wien 1875.

Maedler, Joh. Heinr. Geschichte der Himmelskunde von der ältesten bis auf die neueste Zeit. 2 Bände. Braunschweig 1873.

Migne, Jacques Paul. Patrologiae cursus completus seu bibliotheca universalis omnium SS. patrum, doctorum scriptorumque ecclesiasticorum. Paris.

Migne — siehe *Beda.*

Moll, Albert. Johannes Stöffler von Justingen. Lindau 1877.

Monumenta Germaniae historica inde ab a. Christi 500 usque ad a. 1500. Ed. societas aperiendis fontibus rerum germanicarum medii aevi. Hannover.

Müller, Johann. Quellenschriften und Geschichte des deutschsprachlichen Unterrichts bis zur Mitte des XVI. Jahrhunderts. Gotha 1882.

Muratori — siehe *Anecdota.*

Otto, Carl. Johann Cochläus der Humanist. Breslau 1874.

Paulsen, Friedrich. Geschichte des gelehrten Unterrichts auf den deutschen Schulen und Universitäten vom Ausgang des Mittelalters bis zur Gegenwart mit besonderer Rücksicht auf den klassischen Unterricht. Leipzig 1885.

Peschel, Oskar—Ruge, Sophus. Geschichte der Erdkunde bis auf A. v. Humboldt und C. Ritter. München 1877.

Pez siehe *Thesaurus.*

Pfeifer, Franz Xaver. Der goldene Schnitt und dessen Erscheinungsformen in Mathematik, Natur und Kunst. Augsburg 1885.

Piper, Ferd. Die Kalendarien und Martyrologien der Angelsachsen sowie das Martyrologium und der Computus der Herrad von Landsperg. Berlin 1862.

von Prantl, Carl. Geschichte der Ludwig-Maximilians-Universität in Ingolstadt, Landshut, München. 2 Bände. München 1872.

— Geschichte der Logik im Abendlande. 4 Bände. Leipzig 1855—1870.

Prowe, Leopold. Nicolaus Coppernicus. 2 Bände. Berlin 1883/84.

Quellenschriften — siehe *Müller, Joh.*

von Raumer, Friedrich. Geschichte der Hohenstaufen und ihrer Zeit. 4 Bände. Leipzig 1823/24. Band 5 u. 6 ibid. 1825.

Reysch (Reisch), Gregor. Margaritha philosophica. Friburgi 1503.

Rulkopf, Friedr. Ernst. Geschichte des Schul- und Erziehungswesens in Deutschland von der Einführung des Christentums bis auf die neuesten Zeiten. Teil I. Bremen 1794.

Schmid, K. A. siehe *Encyklopädie.*

Schnaase. Geschichte der bildenden Künste. Band V. (bearb. v. *Schnaase* und *Woltmann*). Düsseldorf 1872.

Schultheiss, W. K. Geschichte der Schulen in Nürnberg. Nürnberg 1853.

Schwenter, Daniel. Deliciae physico-mathematicae. Nürnberg 1636.

Specht, Anton. Geschichte des Unterrichtswesens in Deutschland von den ältesten Zeiten bis zur Mitte des dreizehnten Jahrhunderts. Stuttgart 1885.

von Stein, Lorenz. Die Verwaltungslehre, 7 Teile. 5. Auflage. Stuttgart 1883.

Stoy, Heinr. Zur Geschichte des Rechenunterrichts. 1. Teil (einziger). Jena 1876.

Thesaurus anecdotorum novissimus. v. Bernhard Pez. 6 voll. Aug. Viennae & Graecii 1721—29.

Thurot, Charles. De l'organisation de l'enseignement dans l'université de Paris au moyen-âge. Paris-Besançon 1850.

Treutlein, Peter. Geschichte unserer Zahlzeichen und Entwickelung der Ansichten über dieselbe. Karlsruhe 1875.

— Das Rechnen im XVI. Jahrhundert. Leipzig 1877.

— Die deutsche Coss. Leipzig 1879.

Wattenbach, W. Deutschlands Geschichtsquellen im Mittelalter bis zur Mitte des XIII. Jahrhunderts. Berlin 1858.

Weidler, Joh. Friedr. Historia astronomiae. Vitembergae 1741.

Weifsenborn, Herm. Die Entwicklung des Zifferrechnens. Eisenach 1877.

— Zur Boetius-Frage (Progr.) Eisenach 1880.

Werner, Karl. Beda der Ehrwürdige und seine Zeit. Wien 1875.

— Alkuin und sein Jahrhundert; ein Beitrag zur christlich-theologischen Literärgeschichte. Paderborn 1876.

— Gerbert von Aurillac, die Kirche und Wissenschaft seiner Zeit. Wien 1878.

Wiese, Ludw. Das höhere Schulwesen in Preussen. Berlin 1864.

Wolf, Rudolph. Geschichte der Astronomie. München 1877.

Woltmann siehe *Schnaase.*

Zeitschrift, historische hrsgeg. v. *Sybel.* München.

Zeitschrift für Mathematik und Physik. hrsgeg. unter der Red. von O. Schlömilch. E. Kahl und M. Cantor. Leipzig.

Zeitschrift für wissenschaftliche Geographie, herausgeg. von Kettler, Lahr-Wien-Weimar.

Zimmermann, Geo. Rud. Ratpert, der erste Zürcher Gelehrte. Basel 1878.

Zöckler, Otto. Geschichte der Beziehungen zwischen Theologie und Naturwissenschaft, Gütersloh 1877/79.

INHALTS-VERZEICHNIS.

	Seite
Vorwort	(7)—(9)
Einleitung	I—VI
Kap. I. Das Unterrichtswesen der ältesten Zeit und die kaiserlichen Palastschulen; Beda und Alkuin.	
1. Wissenschaftliche Zustände aufserhalb Deutschlands	1
2. Beda Venerabilis	4
3. Geschichte des Fingerrechnens	9
4. Bedas britische Nachfolger; Alkuin	14
5. Wissenschaftliche Beziehungen zwischen Alkuin und Kaiser Karl	19
6. Karls und Alkuins Verdienste um das Schulwesen	22
7. Mathematischer Unterricht an der Palastschule	25
8. Die Aufgaben zur Verstandesschärfung und die Scherzrätsel im Mittelalter überhaupt	31
9. Palastschulwesen und mathematische Studien unter Karls Nachfolgern	36
Kap. II. Der mathematische Unterricht an den Kloster-, Stifts- und Stadtschulen.	
10. Die Stellung der Mönchsorden zu wissenschaftlichen Beschäftigungen	39
11. Die Klosterschule im IX., X. und XI. Jahrhundert	42
12. Hervorragende Vertreter der Mathematik an den Klosterschulen	44
13. Die Kathedralschulen und die an ihnen wirkenden Mathematiker	54
14. Einteilung und Umfang des mathematischen Lehrpensums	61
15. Mathematische Lehrbücher und Lehrmittel	64
16. Die Lehrmethode	78
17. Der Unterricht in theoretischer Arithmetik	81
18. Der Rechenunterricht	88
19. Der Unterricht in theoretischer Musik	110
20. Der geometrische Unterricht	113
21. Der kosmographisch- astronomische Unterricht	121
22. Klostergelehrsamkeit im spätern Mittelalter	127
23. Das städtische Schulwesen und die Stellung der Mathematik in demselben	131
24. Schulen und Bildungsmittel der Juden	141
Kap. III. Übersetzungszeitalter und scholastische Periode; das Quadrivium als Lehrgegenstand an den Hochschulen.	
25. Erweiterung des wissenschaftlichen Gesichtskreises durch die Übersetzungsthätigkeit	146
26. Exaktes Wissen bei den Scholastikern	149
27. Sonstige bedeutende Mathematiker und Naturforscher im XIII. und XIV. Jahrhundert	155

Verbesserungen.

Seite 2, Zeile 8 v. o. lies: »Königs« *statt* »Kaisers«.
„ 45, „ 20 v. u. lies: »Wandalberts« *statt* »Wandalbers«.
„ 72, „ 14 v. u. lies: »1876« *statt* »1871«.
„ 85, „ 17 v. o. beseitige: »$10^3 = 1000$«.
„ 103, „ 12 v. o. lies: »2. 4« *statt* »1. 8«.
„ 120, „ 18 v. o. ergänze nach »Kugelvolumina«: »wenn ein Durchmesser das Doppelte des andern ist«.
„ 151, „ 1 v. u. lies: »Mainz 1856« *statt* »Münster 1863«.
„ 152, „ 18 v. u. lies: »treffenden« *statt* »treffendenden«.
„ 165, „ 11 v. o. lies: »Campano« *statt* »Campono«.
„ 177, Anmerk. 1 lies: »Sacrobosco« *statt* »Sahrobosco«.
„ 193, „ 20 v. o. lies: »Vorteile« *statt* »Voreile«.
„ 246, „ 19 v. u. vertausche die Worte »Winkel« und »Seiten«.
„ 277, „ 3 v. o. lies: »Barbirianus« *statt* »Barbinianus«.
„ 320, „ 13 v. o. lies: $\sqrt[3]{\ }$ *statt* $\sqrt{\ }$
„ 347, Figur 30 fehlen die Hilfslinien GA und GK.
„ 367, Zeile 17 v. o. (in der Klammer) lies: »+« *statt* »—«.